



Hochschule Neubrandenburg

Fachbereich Landschaftswissenschaften und Geomatik
Studiengang Geodäsie und Geoinformatik

Entwicklung einer „Industrie 4.0“- fähigen Mess- und Auswertestrategie zur Einpassung eines Aufzugschachtes in einen Treppenhausdatenbestand

Masterarbeit

Vorgelegt von: *Marten Jeschky*

Zur Erlangung des akademischen Grades

„Master of Engineering“ (M.Eng.)

Erstprüfer: Prof.Dr.-Ing. K. Foppe

Zweitprüfer: M.Eng. L. Knaack

eingereicht am: 12.02.2018

URN: urn:nbn:de:gbv:519-thesis2017-0585-6

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Entwicklung eines Konzepts und Software-Prototyps zur Erstellung einer digitalen Planungsgrundlage. Die entwickelten Ansätze dienen unter dem *Industrie 4.0-Gedanken*, als interdisziplinäre Planungsgrundlage für die Nachrüstung einer innenliegenden Aufzugsanlage. Das Mess- und Auswertekonzept wird im Rahmen des Forschungsprojektes „Aufzug 4.0“ für die Bestandsaufnahme mittels *FARO Focus 3D* Laserscanner ausgelegt. Als Schnittstelle zur *FARO® Scene-Software* dient der entwickelte Software-Prototyp zur Ermittlung der optimalen Position eines geplanten Aufzugschachts. Für die Beurteilung verschiedener Mess- und Auswertearnsätze wird ein Referenzfeld im Treppenhaus des Laborgebäudes der Hochschule Neubrandenburg mit übergeordneter Genauigkeit eingemessen. Mittels den Transformationsresiduen zwischen Referenzmessung und verschiedenen Testmessungen werden innere und äußere Genauigkeiten beurteilt. Aus diesen Beurteilungen wird eine Mess- und Auswertestrategie formuliert, die optimal auf das Vorhaben angepasst ist. Die weitere Verarbeitung des Datenbestands erfolgt mit dem entwickelten MATLAB-Code. In diesem werden mittels *orthogonaler Regression* und der iterativ angewendeten *crossing numbers*-Methode die optimalen Koordinaten des lotrecht verlaufenden Aufzugschachts berechnet.

Abstract

This thesis includes the development of a concept for measurement and evaluation, as well as the development of a software prototype. These developments will be used to create an interdisciplinary planning source for the modernisation of residential buildings by inboard elevators. The concepts are designed for the use of the Faro Focus 3D laser scanner and the software prototype is build up as an interface to the FARO Scene software. Regarding the “industry 4.0”-trend of automation the software prototype is used for the largely automated detection of the best-fit elevator-shaft within the digital planning data, using *orthogonal regression* and iterative logical operations, such as the *crossing numbers* method. To verify different measurement and evaluation methods, a reference field inside of the staircase of Hochschule Neubrandenburg “Building 2” will be measured with a high precision laser tracker AT960. The accuracy of the used systems will be evaluated by means of transformation residuals between reference and test measurements. These evaluations conclude in a concept which is optimally adapted to the project.



Aufgabenstellung

Im Rahmen des Forschungsprojekts „Aufzug 4.0“ soll für die Abteilung „Messen von Großstrukturen“ des Fraunhofer IGP ein Konzept zur dreidimensionalen Erfassung und weitgehend automatisierten Analyse des Baubestands von Treppenhäusern entwickelt werden. Die dafür zu entwickelnde Messstrategie soll im Rahmen einer Machbarkeitsanalyse verifiziert, bewertet und in Form einer Arbeitsanweisung ausformuliert werden. Für die Genauigkeitsanforderungen gibt es von den Projektverbundpartnern keine Vorgaben. Nach interner Einigung soll das neue Verfahren mindestens so genau wie das bisherige Verfahren sein. Für die computergestützte Auswertung soll ein Software-Prototyp entwickelt werden. Hauptanforderung an die Software ist eine Funktion zur Berechnung der optimalen Position des Aufzugschachts. Weitere Aufgaben sind ein Falschfarbenvergleich der Lotabweichung sowie eine interaktive Fräsvorschau.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	I
Abstract	I
Aufgabenstellung	II
Inhaltsverzeichnis	III
1 Einführung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit	2
2 Mathematische Grundlagen	4
2.1 Lotrechte Ebene	4
2.1.1 Gerade	4
2.1.2 Ebene	5
2.2 Ausgleichungsrechnung	6
2.2.1 Gauß-Helmert Modell	7
2.2.2 Orthogonale Regression	17
2.3 Helmert-Transformation	21
2.3.1 Räumliche Ähnlichkeits-Transformation	22
2.3.2 Funktionales Modell der Helmert-Transformation	24
2.3.3 Bestimmung von Näherungswerten	26
2.3.4 Lotrechte Helmert-Transformation	28
3 Voruntersuchungen	30
3.1 Referenzmessung	30
3.2 Verifizierungsmessungen	33
3.2.1 Laserscanner	34
3.2.2 Epoche 1	34
3.2.3 Epoche 2	41
3.3 Kompensator	44
3.4 Treppenhausmessung Prosekten	50

4 Softwareentwicklung	54
4.1 Helmert-Transformation.....	54
4.2 Best-fit Ebene	55
4.2.1 Gauß-Helmert-Ebene.....	56
4.2.2 RANSAC-GH-Ebene.....	57
4.2.3 Lotrechte Ebene.....	60
4.3 Best-fit Aufzugschacht.....	61
4.4 Grafische Benutzeroberfläche	65
5 Mess- und Auswertestrategie	69
5.1 Messstrategie	69
5.2 Auswertestrategie.....	71
6 Genauigkeitsbetrachtung.....	73
7 Zusammenfassung und Ausblick.....	76
Literaturverzeichnis.....	V
Datenblätter.....	VI
Benutzerhandbücher.....	VII
Abbildungsverzeichnis	VII
Tabellenverzeichnis.....	VIII
Anhang	IX
Danksagung	XLI
Eidesstattliche Erklärung.....	XLII
Anhang A: Messprotokolle.....	IX
Anhang B: Mess- und Auswertestrategie.....	XX
Anhang C: Programmcodes (digital)	

1 Einführung

1.1 Motivation

Bestandsgebäude barrierefrei und altersgerecht umzubauen, stellt eine große Herausforderung für Betreiber und Eigentümer von Liegenschaften dar. Nach § 4 – „Barrierefreiheit“ des Behindertengleichstellungsgesetzes (BGG) sind bauliche Anlagen barrierefrei, wenn sie ohne fremde Hilfe von Menschen mit Behinderungen genutzt werden können. Bisherige Nachrüstungen von Aufzugsanlagen werden durch einen Anbau vor das Wohngebäude realisiert (Abbildung 1-1). Zum Erreichen der Wohn- und Kellerräume muss weiterhin eine Treppe überwunden werden, da lediglich die Zwischenpodeste barrierefrei zu erreichen sind.

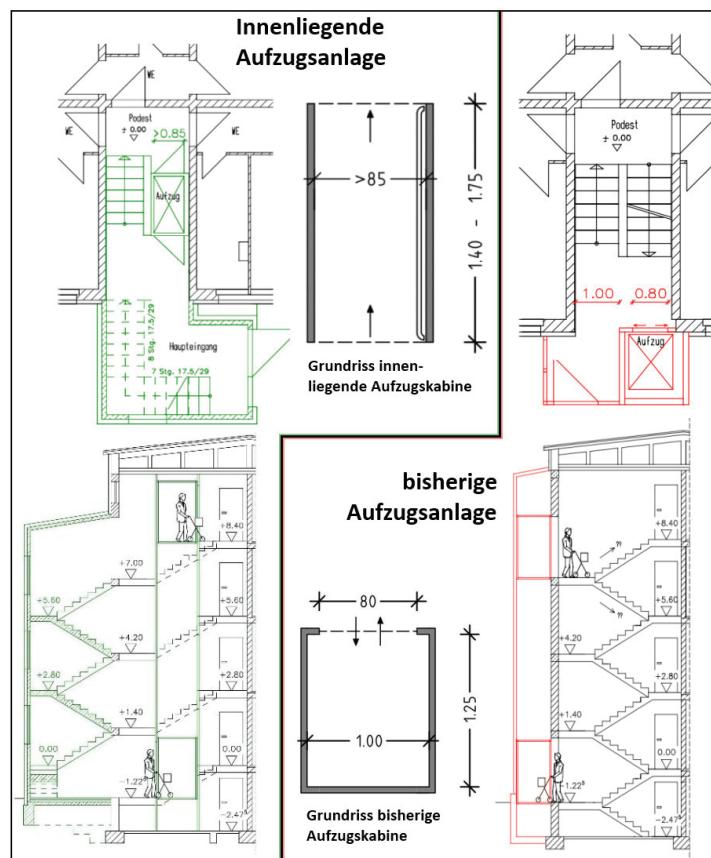


Abbildung 1-1: Nachrüstung von Aufzugsanlagen – neue Variante (links) und gängige Variante (rechts)
Quelle: Hochschule Wismar

Eine Lösung dieses Problems ist durch die patentierte Bauweise der „innenliegenden Aufzugsanlage“ durch die Zurow Bau GmbH gegeben. Gemäß Abbildung 1-1 wird ein Treppenlauf durch die innenliegende Fahrstuhlanlage ersetzt und in modularer

Form als Außenanbau wieder integriert. Die innovative Bauweise überzeugt sowohl durch die vollständige Barrierefreiheit, als auch durch die zeitsparende Modulbauweise. Da der Umbau ohne Auszug der Mieter erfolgt, gilt die Methode als besonders attraktiv für die Eigentümer von Mehrfamilienwohnhäusern.

Aus der politischen Resonanz zu der preisgekrönten Idee ist das Forschungsprojekt „Aufzug 4.0“ entstanden. Das Verbundvorhaben der Zurow Bau GmbH, der Fraunhofer-Einrichtung für Großstrukturen in der Produktionstechnik und der Hochschule Wismar macht es sich zum Ziel, ein innenliegendes Aufzugsystem mit einem möglichst hohen Vorfertigungsgrad und einer Einbauzeit von maximal zwei Tagen zu konzipieren. Zum Erreichen dieses Ziels soll der Industrie 4.0-Gedanke¹ auf die Problemstellung übertragen werden. Es gilt einen durchgängigen Informationsfluss herzustellen, so dass alle notwendigen Informationen in einem Gesamtprozess bereitzustellen und zu verwalten sind – angefangen bei der Bereitstellung einer digitalen Planungsgrundlage bis zur digitalen Montageanleitung vor Ort.

Neben der Reduzierung der Einbauzeit und der Maximierung des Vorfertigungsgrades, soll auch die Fähigkeit zur KfW-Förderung gewährleistet werden. Im Rahmen der *Analysephase* ergibt eine Stellungnahme des „Kompetenzzentrum Bau“ der HS Wismar die Förderfähigkeit eines Aufzugs bei einer lichten Zugangsbreite von $\geq 85\text{cm}$. Daraus ergibt sich die Zielstellung eine Breite $\geq 1,05\text{m}$ für den Aufzugschacht zu gewährleisten.

1.2 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit

Die wissenschaftliche Arbeit bezieht sich auf projektbezogene Zielstellungen der Abteilung „Messen von Großstrukturen“ der Fraunhofer-Einrichtung. Um die vorgefertigten Module und die Aufzugsanlage in das Bestandstreppenhaus zu integrieren, bedarf es einer zuverlässigen Planungsgrundlage. Die bisherigen Methoden zur Erfassung des Baubestands liegen weit hinter dem Stand der Technik.

¹ Industrie 4.0: Verzahnung der industriellen Produktion mit „intelligenter“ Informations- und Kommunikationstechnik durch digital vernetzte Systeme.

* Hinweis: Fußnoten werden in dieser Arbeit mit einer hochgestellten Zahl markiert (¹); Fußnoten im Zusammenhang mit Formeln werden wegen der Übersichtlichkeit mit einem Stern ergänzt (^{*1}); Fußnoten mit eckigen Klammern verweisen auf Datenblätter im Literaturverzeichnis ([1]).

Sowohl die Aufnahmegenauigkeit, als auch die Einsetzbarkeit von Lotschnur und Gliedermaßstab bei schmalen Treppenhäusern beeinträchtigen die Erfassung des realen Bauzustands. Die komplette Nachrüstung eines Gebäudes bedarf einer Vielzahl von Arbeitsschritten (Abbruch- und Rückbauarbeiten; Erdarbeiten; Beton- und Stahlbetonarbeiten; Maurerarbeiten; Fenster/Außentüren; Fliesen- und Plattenarbeiten; Natur- und Betonsteinarbeiten; Tischlerarbeiten; Maler-, Lackier- und Tapezierarbeiten; Metallbauarbeiten) (FICHTLER, 2017). Wobei fast jedes beteiligte Gewerbe eine Begehung der Baustelle durchführen muss. Diese Faktoren können durch eine dreidimensionale Planungsgrundlage optimiert werden.

Die nachfolgenden Ausführungen befassen sich mit der Entwicklung, Verifizierung und Beurteilung einer Messstrategie zur Erfassung des Baubestands. Weiterführend wird die mathematisch- und programmtechnische Auswertung der erzeugten 3D-Daten dargestellt. Abschließend wird das Gesamtkonzept mit den zu erwartenden Genauigkeiten ausformuliert.

Auf grundlegende geodätische Kenntnisse der Vermessungskunde, Instrumentenkunde und Ausgleichungsrechnung, wie sie in KAHMEN (2005), JÖCKEL & STOBER (2008) und NIEMEIER (2008) nachzulesen sind, wird nicht eingegangen. Der Fokus der Arbeit liegt auf der Bewertung von Mess- und Auswertevorgängen.

2 Mathematische Grundlagen

Um eine Auswertestrategie zu formulieren, müssen zunächst die Anforderungen an Auswertealgorithmen geklärt werden. Dafür werden im Folgenden die für das Vorhaben benötigten mathematischen Zusammenhänge erläutert.

2.1 Lotrechte Ebene

2.1.1 Gerade

Die analytische Geometrie beschäftigt sich mit der Untersuchung von Punktmengen mittels rechnerischer Methoden. Ein Grundelement ist die Gerade, welche im \mathbb{R}^2 ² mittels der *Haupt- oder Normalform* dargestellt werden kann. (Abbildung 2-1)

$$f(x) = m * x + n \quad (2.1-1)$$

Jede, durch den Steigungsparameter m und dem y-Achsenabschnitt n beschriebene Gerade ist der Graph einer linearen Funktion. Eleganter lässt sich die Gerade durch Vektoren (ebenso wie Matrizen nachfolgend in Fettschrift $\{\vec{n} = \mathbf{n}\}$) darstellen. Mit dem rechtwinklig zur Gerade stehenden *Normalenvektor* \mathbf{n} , lässt sich eine Gerade in der *Normalenform* darstellen. (Abbildung 2-1)

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{p}) = 0 \quad (2.1-2)$$

Der *Stützvektor* \vec{p} ist der Ortsvektor eines beliebigen Punktes auf der Geraden. In der Normalenform werden demnach die Punkte der Geraden implizit dadurch definiert, dass der Differenzvektor aus Ortsvektor und Stützvektor senkrecht zum Normalenvektor der Gerade steht. Werden die Ortsvektoren \mathbf{x} einer Gerade nun durch den normierten Normalenvektor $|\mathbf{n}_0| = 1$ und ihren Abstand vom Ursprung $d \geq 0$ beschrieben, ergibt sich die Hessesche Normalform. (Abbildung 2-1)

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{n}_0 - d = 0 \quad (2.1-3)$$

² \mathbb{R}^2 : zweidimensionaler euklidischer Vektorraum o.a. „euklidische Ebene“

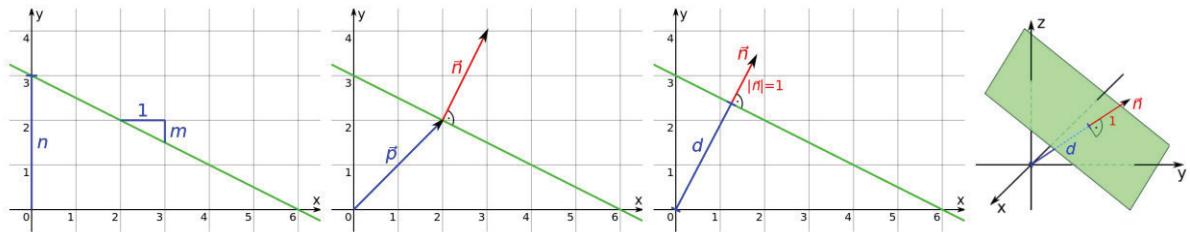


Abbildung 2-1: Gerade in der Punktsteigungsform, Normalenform und Hessescher Normalform, sowie Ebene in Hessescher Normalform

2.1.2 Ebene

Analog zu (2.1-3) beschreibt die Hessesche Normalform im \mathbb{R}^3 ³ eine Ebene. Hierbei werden demnach die Punkte der Ebene implizit dadurch definiert, dass das Skalarprodukt aus dem Ortsvektor eines Ebenenpunkts und dem Normalenvektor der Ebene gleich dem Abstand der Ebene vom Ursprung ist. Demzufolge liegt ein Punkt, dessen Ortsvektor x die Gleichung erfüllt, auf der Ebene. Durch Umstellen der Gleichung (2.1-3) berechnet sich der Abstand $d(P, E)$ eines beliebigen Punktes P von einer Ebene E , beim Einsetzen des Ortsvektors x über:

$$d(P, E) = x \cdot n_0 \quad (2.1-4)$$

Diese einfache Handhabung begründet die häufige Verwendung der Hesseschen Normalform in der analytischen Geometrie. Auch geodätische Softwares zur Analyse von 3D-Daten verwenden diese Ansätze aufgrund der effizienten Modellbildung.

Für die Berechnung einer **lotrecht verlaufenden Ebene** muss die \vec{n}_0^z -Komponente zu Null gesetzt werden. Bei

$$n_0 \cdot x = d \rightarrow \begin{pmatrix} n_0^x \\ n_0^y \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} = d \rightarrow n_0^x * x_i + n_0^y * y_i + 0 * z_i = d \quad (2.1-5)$$

Ergibt sich mit

$$\begin{pmatrix} n_0^x \\ n_0^y \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} = d \quad (2.1-6)$$

³ \mathbb{R}^3 : dreidimensionaler euklidischer Koordinatenraum

die Hessische Normalform reduziert auf die Geradengleichung. Die z-Komponente hat demzufolge keinen Einfluss auf die Modellbildung.

Während **parallele lotrechte Ebenen** sich nur im Abstandparameter unterscheiden ($E1\{n_0^x \ n_0^y \ 0 \ c_1\}$ $E2\{n_0^x \ n_0^y \ 0 \ c_2\}$), müssen orthogonale lotrechte Ebenen gegensätzlich orientiert sein ($E1\{n_0^x \ n_0^y \ 0 \ c_1\}$ $E2\{-n_0^y \ n_0^x \ 0 \ c_2\}$).

2.2 Ausgleichungsrechnung

Die Ebene ist als zweidimensionaler Vektorraum im \mathbb{R}^3 unter anderem durch drei nicht identische Punkte $\{P1(xyz), P2(xyz), P3(xyz)\}$ eindeutig definiert, sofern diese nicht auf einer Gerade liegen. Wird nun ein Vektorprodukt gebildet

$$\mathbf{n} = (P2 - P1) \times (P3 - P1) \quad (2.2-1)$$

ergibt sich eine eindeutige Lösung des normierten Ebenennormalenvektors zu:

$$\mathbf{n}_0 = \frac{\mathbf{n}}{|\mathbf{n}|} \quad (2.2-2)$$

Liegen in einem funktionalen Zusammenhang genauso viele Beobachtungen l_i wie Unbekannte x_i vor, die frei von zufälligen, groben und systematischen Fehlern sind, so können die Unbekannten mit Hilfe von klassischen Methoden wie dem Einsetzverfahren berechnet werden.

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + \cdots + x_{1n} &= l_1 \\ x_{21} + x_{22} + \cdots + x_{2n} &= l_2 \\ &\vdots \\ x_{n1} + x_{n2} + \cdots + x_{nn} &= l_n \end{aligned} \quad (2.2-3)$$

In der Praxis werden jedoch redundante Datenmengen aufgenommen. Sobald mehr Beobachtungen als Unbekannte vorliegen, welche mit Abweichungen ν_i behaftet sind,

$$\begin{aligned}
 x_{11} + v_{11} + x_{12} + v_{12} + \cdots + x_{1n} + v_{1n} &= l_1 + v_{l1} \\
 x_{21} + v_{21} + x_{22} + v_{22} + \cdots + x_{2n} + v_{2n} &= l_2 + v_{l2} \\
 &\vdots \\
 x_{n1} + v_{n1} + x_{n2} + v_{n2} + \cdots + x_{nn} + v_{nn} &= l_n + v_{ln}
 \end{aligned} \tag{2.2-4}$$

existiert eine Vielzahl von Lösungen. Dabei können die Unbekannten in der Regel nicht mit den o.g. Verfahren widerspruchsfrei ermittelt werden. Es entsteht ein Ausgleichungsproblem, bei dem die quadratischen Abstände der Datenpunkte von der Regressionsfunktion (Residuen) minimiert werden sollen.

$$\sum_{i=1}^n v_i v_i \rightarrow \min \tag{2.2-5}$$

Im Folgenden werden einzelne Ausgleichungsansätze, die diese Minimierung realisieren, erläutert und unter dem Gesichtspunkt der geforderten Softwareimplementierung verglichen.

2.2.1 Gauß-Helmert Modell

Die Methode der kleinsten Quadrate wurde nach heutiger Auffassung von C.F. Gauß etwa 1797 entwickelt, jedoch erst 1809 publiziert. (NIEMEIER, 2008) Bei einem funktionalen Modell, in dem eine Messgröße L_i als nichtlineare oder lineare Funktion F_i von sämtlichen Unbekannten (X_1, X_2, \dots, X_u) dargestellt wird, dient die *Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen* (Gauß-Markov Modell) als Lösungsansatz. Der Ansatz ist dadurch gekennzeichnet, dass bei einem Modell der Beziehung

$$L_i = F_i(X_1, X_2, \dots, X_u) = F_i(\mathbf{X}) \tag{2.2-6}$$

in jeder Verbesserungsgleichung genau eine Beobachtungsgröße vorkommt.

$$\hat{\mathbf{l}} = \mathbf{l} + \mathbf{v} \tag{2.2-7}$$

Für den Fall, dass in den funktionalen Beziehungen gleichzeitig mehrere Beobachtungen $\mathbf{L}^T = [L_1, L_2, \dots, L_n]$ und Unbekannte $\mathbf{X}^T = [X_1, X_2, \dots, X_u]$ vorkommen,

wird der Ausgleichungsansatz auf den *Allgemeinfall der Ausgleichungsrechnung* (Gauß-Helmert Modell) erweitert.

$$F_i(\mathbf{L}, \mathbf{X}) = 0 \quad (2.2-8)$$

Um Beobachtungen mit unterschiedlichen Genauigkeiten oder Korrelationen zu berücksichtigen, wird die Vektornotation der „Gauß'schen Minimierungsbedingung“ (2.2-5)

$$\mathbf{v}^T \mathbf{v} \rightarrow \min \quad (2.2-9)$$

um die Inverse der Kofaktormatrix \mathbf{Q}_{LL} erweitert.

$$\mathbf{Q}_{LL} = \frac{1}{\sigma_0^2} \begin{bmatrix} \sigma_{l1}^2 & \rho_{l1l2} \sigma_{l1} \sigma_{l2} & \dots & \rho_{l1ln} \sigma_{l1} \sigma_{ln} \\ \rho_{l2l1} \sigma_{l2} \sigma_{l1} & \sigma_{l2}^2 & \dots & \rho_{l2ln} \sigma_{l2} \sigma_{ln} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{lnl1} \sigma_{ln} \sigma_{l1} & \rho_{lnl2} \sigma_{ln} \sigma_{l2} & \dots & \sigma_{ln}^2 \end{bmatrix} \quad (2.2-10)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q}_{LL}^{-1} \quad (2.2-11)$$

$$\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} \rightarrow \min \quad (2.2-12)$$

Darin sind der a priori Varianzfaktor σ_0 , die Standardabweichungen der Beobachtungen σ_{li} , sowie die Korrelationen zwischen den Beobachtungen ρ_{l1lj} enthalten. Sind die Beobachtungen unkorreliert, so reduziert sich \mathbf{Q}_{LL} auf ihre Hauptdiagonale. Für gleichgenaue und unkorrelierte Beobachtungen kann sie wegen $\mathbf{Q}_{LL} = \mathbf{E}$ auch vernachlässigt werden.

2.2.1.1 Linearisierung des Funktionalen Modells

Nach NIEMEIER (2008) ist eine der Grundforderungen der Ausgleichungsrechnung, dass die ursprünglichen nichtlinearen Beziehungen auch von den ausgeglichenen/geschätzten Größen erfüllt werden. Demzufolge muss anstatt (2.2-8) auch gelten:

$$F(\hat{\mathbf{L}}, \hat{\mathbf{X}}) = 0 \quad (2.2-13)$$

Zur Bearbeitung dieses Ansatzes müssen Näherungswerte für X und L eingeführt werden, wobei X_0 i.d.R. durch herkömmliche Methoden aus dem Datensatz berechnet wird und L_0 so bestimmt wird, dass $F(L_0, X_0) = 0$.

Für den Fall der Parameterschätzung werden lineare Beziehungen zwischen Messgrößen und Paramtern vorausgesetzt. Für eine häufig vorkommende nichtlineare Beziehung ist daher eine *Linearisierung* erforderlich. Aus der numerischen Mathematik ist bekannt, dass ein Funktionswert f an der Stelle $X_0 + x$ durch eine *Reihenentwicklung nach Taylor* bestimmt werden kann, wenn die Funktion f_0 in X_0 bekannt und ein hinreichend gleichmäßiger Funktionsverlauf gewährleistet ist (vgl. NIEMEIER, 2008)

$$f(X_0 + x) = f(X_0) + \left(\frac{\partial f}{\partial X} \right)_{X=X_0} \cdot x \quad (2.2-14)$$

Hierbei ist anzumerken, dass die Genauigkeit der Approximation von $f(X_0 + x)$ durch die Beschränkung auf Glieder 1. Ordnung, auf die Güte der Näherungswerte zurückzuführen ist. Diese Tatsache gibt dem Ausgleichungsmodell einen iterativen Charakter.

Für den Fall der Ausgleichung nach Vermittelnden Beobachtungen (2.2-6) bei insgesamt n Beobachtungen L_i ergeben sich entsprechend n unterschiedliche Funktionen f_i . Die Reihenentwicklung erweitert auf u Ableitungen 1. Ordnung an der Näherungstelle X_0 , ergibt:

$$\begin{aligned} L_i + v_i &= f_i(X_0^1, X_0^2, \dots, X_0^u) + \left(\frac{\partial f_i}{\partial X_1} \right)_{X_0} \cdot \hat{x}_1 + \left(\frac{\partial f_i}{\partial X_2} \right)_{X_0} \cdot \hat{x}_2 + \dots \\ &\quad + \left(\frac{\partial f_i}{\partial X_3} \right)_{X_0} \cdot \hat{x}_3 \end{aligned} \quad (2.2-15)$$

Abgekürzt durch a_{ij} bilden die partiellen Ableitungen die (n, u) -Designmatrix \mathbf{A} .

$$a_{ij} = \left(\frac{\partial f_i}{\partial X_j} \right)_{X_0} \quad \rightarrow \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1u} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2u} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nu} \end{bmatrix} \quad (2.2-16)$$

Die ausgeglichenen Parameter $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_0 + \hat{\mathbf{x}}$ setzen sich zusammen aus den fixen Näherungswerten \mathbf{X}_0 und den stochastischen Zuschlägen $\hat{\mathbf{x}}$. Analog dazu gilt für die Beobachtungen $\mathbf{L} = \mathbf{L}_0 + \mathbf{l}$. Angewendet auf (2.2-15) ergibt sich die endgültige, linearisierte Form des funktionalen Modells in Matrizenbeschreibweise:

$$\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}} \quad (2.2-17)$$

Die Linearisierung des Allgemeinfalls der Ausgleichungsrechnung (2.2-8) ergibt sich analog zu (2.2-14), wobei die partiellen Ableitungen hier nach den Beobachtungen und den Unbekannten zu bilden sind:

$$\mathbf{F}(\hat{\mathbf{L}}, \hat{\mathbf{X}}) = \mathbf{F}(\mathbf{L}, \mathbf{X}_0) + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{L}, \mathbf{X}_0)}{\partial \mathbf{L}} (\hat{\mathbf{L}} - \mathbf{L}) + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{L}, \mathbf{X}_0)}{\partial \mathbf{X}_0} (\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{X}_0) \quad (2.2-18)$$

Bei n Beobachtungen und u Unbekannten ergeben sich b funktionale Beziehungen vom Typ (2.2-13). Vereinfacht wird die Reihenentwicklung durch die Einführung eines Widerspruchsvektors \mathbf{w} , einer Modellmatrix \mathbf{B} und der Designmatrix \mathbf{A} .

$$\mathbf{w} = \mathbf{F}(\mathbf{L}, \mathbf{X}_0) = \begin{bmatrix} F_1(\mathbf{L}, \mathbf{X}_0) \\ F_2(\mathbf{L}, \mathbf{X}_0) \\ \vdots \\ F_b(\mathbf{L}, \mathbf{X}_0) \end{bmatrix} \quad (2.2-19)$$

$$\mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{L}, \mathbf{X}_0)}{\partial \mathbf{L}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial L_1} & \frac{\partial F_1}{\partial L_2} & \cdots & \frac{\partial F_1}{\partial L_n} \\ \frac{\partial F_2}{\partial L_1} & \frac{\partial F_2}{\partial L_2} & \cdots & \frac{\partial F_2}{\partial L_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_b}{\partial L_1} & \frac{\partial F_b}{\partial L_2} & \cdots & \frac{\partial F_b}{\partial L_n} \end{bmatrix} \quad (2.2-20)$$

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{L}, \mathbf{X}_0)}{\partial \mathbf{X}_0} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial X_0^1} & \frac{\partial F_1}{\partial X_0^2} & \cdots & \frac{\partial F_1}{\partial X_0^u} \\ \frac{\partial F_2}{\partial X_0^1} & \frac{\partial F_2}{\partial X_0^2} & \cdots & \frac{\partial F_2}{\partial X_0^u} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_b}{\partial X_0^1} & \frac{\partial F_b}{\partial X_0^2} & \cdots & \frac{\partial F_b}{\partial X_0^u} \end{bmatrix} \quad (2.2-21)$$

Wodurch sich das abgekürzte linearisierte funktionale Modell für den Allgemeinfall der Ausgleichungsrechnung ergibt:

$$\mathbf{B} \mathbf{v} + \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{w} = \mathbf{0} \quad (2.2-22)$$

2.2.1.2 Lösung der Ausgleichungsaufgabe nach Lagrange

Um sowohl die Ausgleichungsanforderung $\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} \rightarrow \min$, als auch das System der linearisierten funktionalen Beziehungen (2.2-22) zu erfüllen, wird i.d.R. die *Methode von Lagrange* eingesetzt. In (KRABS, 1979) wird gezeigt, dass das Minimum einer Funktion $f(x, v)$ mit der Nebenbedingung $g(x, v)$ durch eine geschickte Umformulierung in $f(x, v) - k \cdot g(x, v)$ gefunden werden kann, wobei k die Lagrange-Multiplikatoren (Korrelaten) repräsentieren. Damit die Ableitungen einfache Formen erhalten, werden Korrelaten in der geodätischen Ausgleichungsrechnung als $2k$ formuliert. Das Minimum der Ausgleichungsanforderung (2.2-12) mit der Nebenbedingung (2.2-22) ergibt sich nach KISSE (2011) zu:

$$\Omega = \mathbf{v}^T \mathbf{P}_{LL} \mathbf{v} + \mathbf{x}^T \mathbf{P}_{XX} \mathbf{x} - 2\mathbf{k}^T (\mathbf{B} \mathbf{v} + \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{w}) \quad (2.2-23)$$

Zusätzlich können, wie in CASPARY (2013) gezeigt, durch das erweitern um $\mathbf{x}^T \mathbf{P}_{XX} \mathbf{x}$ stochastische Parameter in die Ausgleichung einfließen. Analog zu (2.2-10) entspricht die Form der Parameter-Gewichtsmatrix $\mathbf{P}_{XX} = \mathbf{Q}_{XX, \text{apriori}}^{-1}$. Bei i.d.R. unkorrelierten und deterministischen Parametern entfällt der Term $\mathbf{x}^T \mathbf{P}_{XX} \mathbf{x}$ wegen $\mathbf{P}_{XX} = 0$ und es ergibt sich die erweiterte Minimierungsaufgabe nach NIEMEIER (2008).

$$\Omega = \mathbf{v}^T \mathbf{P}_{LL} \mathbf{v} - 2\mathbf{k}^T (\mathbf{B} \mathbf{v} + \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{w}) \quad (2.2-24)$$

Zur konkreten Bestimmung des Minimums werden die 1. Ableitungen von Ω nach v und z zu Null gesetzt.

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \mathbf{v}} = 2\mathbf{P} \mathbf{v} - 2\mathbf{B}^T \mathbf{k} = 0 \quad \frac{\partial \Omega}{\partial \mathbf{x}} = -2\mathbf{A}^T \mathbf{k} = 0 \quad (2.2-25)$$

Durch einsetzen von \mathbf{Q}_{LL} als *nahrhafte Null*⁴, ergibt sich durch $\mathbf{Q}_{LL} \cdot \mathbf{P} = \mathbf{I}$

$$\mathbf{v} = \mathbf{Q}_{LL} \mathbf{B}^T \mathbf{k} \quad (2.2-26)$$

Eingesetzt in das linearisierte Funktionale Modell ergibt sich das *Normalgleichungssystem* für \mathbf{k} und $\hat{\mathbf{x}}$.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{B} \mathbf{Q}_{LL} \mathbf{B}^T & \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.2-27)$$

Bei Existenz der Inversen, kann diese Inversion mit heutiger Rechentechnik in einem Schritt durchgeführt werden. Der Vollständigkeit halber werden an dieser Stelle die hergeleiteten Blockmatrizen und die daraus folgenden Formeln zur Berechnung des Ausgleichungsergebnisses aufgeführt.

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{22} &= -(\mathbf{A}^T (\mathbf{B} \mathbf{Q}_{LL} \mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{A})^{-1} \\ \mathbf{Q}_{12} &= -(\mathbf{B} \mathbf{Q}_{LL} \mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{A} \mathbf{Q}_{22} \\ \mathbf{Q}_{21} &= \mathbf{Q}_{12}^T \\ \mathbf{Q}_{11} &= (\mathbf{B} \mathbf{Q}_{LL} \mathbf{B}^T)^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{A} \mathbf{Q}_{21}) \end{aligned} \quad (2.2-28)$$

$$\mathbf{k} = -\mathbf{Q}_{11} \mathbf{w} \quad (2.2-29)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{Q}_{LL} \mathbf{B}^T \mathbf{k} \quad (2.2-30)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{Q}_{21} \mathbf{w} \quad (2.2-31)$$

$$s_0^2 = \frac{-\mathbf{k}^T (\mathbf{w} + \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}})}{f} \quad (2.2-32)$$

Mit den bekannten Formeln $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_0 + \hat{\mathbf{x}}$ und $\hat{\mathbf{L}} = \mathbf{L}_0 + \mathbf{v}$ ergeben sich die ausgeglichenen Parameter/ Beobachtungen sowie über $\Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = -s_0^2 \cdot \mathbf{Q}_{22}$ und $\Sigma_{\hat{\mathbf{L}}\hat{\mathbf{L}}} = -s_0^2 \cdot \mathbf{Q}_{LL} - \mathbf{Q}_{LL} \mathbf{B}^T \mathbf{Q}_{11} \mathbf{B} \mathbf{Q}_{LL}$ deren Kovarianzmatrizen.

⁴ Nahrhafte Null: auch „Nullergänzung“ ist ein Verfahren zum Umformen von Termen, indem der Term um die Subtraktion $x - x$ ergänzt oder beide Seiten der Gleichung um $x = x$ erweitert werden.

2.2.1.3 Schlussprobe und Globaltest

Eine zwar aufwändig zu programmierende aber alle Berechnungsschritte nach Aufstellung des funktionalen und stochastischen Modells kontrollierende Probe, besteht in der Berechnung der ausgeglichenen Beobachtungen in der ursprünglichen, nichtlinearen Form.

$$F(\hat{\mathbf{L}}, \hat{\mathbf{X}}) = 0 \quad \rightarrow \quad L_i + v_i \stackrel{!}{=} f_i(X_0^1 + \hat{x}_1, X_0^2 + \hat{x}_2, \dots, X_0^u + \hat{x}_u) \quad (2.2-33)$$

Die Abweichungen liegen nach NIEMEIER (2008) i.d.R. bei 10^{-6} bis 10^{-8} . Neben der Kontrolle des Quellcodes liefert diese Angabe auch ein Abbruchkriterium für Iterationen, welches durch die Konvergenz von \hat{x} jedoch effizienter definiert ist.

Liegt eine a priori Information über den Varianzfaktor σ_0^2 vor, so kann mittels Globaltest überprüft werden, ob der Schätzer s_0^2 mit dem a priori-Wert im Rahmen der Wahrscheinlichkeit übereinstimmt oder nicht. Gemäß den, in z.B. FOPPE (2017), festgehaltenen Formeln für Signifikanztests gilt für die Überprüfung der Varianz der Gewichtseinheit:

Nullhypothese: $H_0: E\{s_0^2\} = \sigma_0^2$

Alternativ-Hypothese: $H_A: E\{s_0^2\} > \sigma_0^2 \quad (\text{bei } s_0 > \sigma_0)$

Testgröße: $\hat{F} = \frac{s_0^2}{\sigma_0^2}$

Quantil: $F_{f1,f2,1-\alpha}$

Entscheidung: $\hat{F} \leq F_{f1,f2,1-\alpha} \rightarrow H_0 \text{ annehmen}$

$\hat{F} > F_{f1,f2,1-\alpha} \rightarrow H_0 \text{ verwerfen}$

Bei einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von $1 - \alpha = 95\%$ und für Laserscandaten übliche > 10.000 Freiheitsgrade sollte die Testgröße bei einem Quantil von $F_{\infty,\infty,0,95}$ ca. den Wert 1 betragen. Zeigt dieser Test eine signifikante Abweichung, so gibt es drei mögliche Ursachen:

- σ_0^2 falsch gewählt
- Das Funktionale Modell ist nicht optimal charakterisiert
- Das Stochastische Modell ist nicht zutreffend

2.2.1.4 Beurteilung der Genauigkeit und Zuverlässigkeit

Neben den ausgeglichenen Parametern, ist die Kofaktormatrix $Q_{\hat{X}\hat{X}}$ integraler Bestandteil der Ausgleichungsrechnung. Sie drückt aus, wie präzise die Unbekannten bestimmt werden, wenn die funktionalen Beziehungen zwischen Messgrößen und den zu schätzenden Parametern korrekt sind und die a priori Annahmen über die Standardabweichungen und Korrelationen der Messgrößen zutreffen. (vgl. NIEMEIER, 2008)

Die Zuverlässigkeit bezieht sich auf die, im Ausgleichungsmodell enthaltenen, Kontrollmöglichkeiten für Beobachtungen und deren Auswirkungen auf die Parameter. Der Redundanzanteil, als maßgebender Parameter für die Zuverlässigkeit, ergibt sich aus der Kofaktormatrix der Verbesserungen Q_{vv} . Durch ihn wird der Anteil einer Beobachtung an der Gesamtredundanz berechnet. Innerhalb eines gegebenen Ausgleichungsmodells können somit einzelne Beobachtungen als „gut kontrolliert“ bzw. „schlecht kontrolliert“ beurteilt werden. Der Redundanzanteil ist außerdem ein Maß für die Fähigkeit einen Ausreißer (groben Fehler) zu entdecken.

Ausgangspunkt für die Ausreißersuche ist die Überlegung, dass bei homogener Verteilung der Redundanzanteile, ein grober Fehler in der Beobachtung l_i hauptsächlich die korrespondierende Verbesserung v_i beeinflussen wird. Daher wird als Testgröße die Normierte Verbesserung $NV_i = v_i \sigma_{v_i}^{-1}$ verwendet. BAARDA (1968) hat gezeigt, dass ein Ausreißer vorliegt, wenn der Wert $|NV_i|$ größer ist, als der aus der standardisierten Normalverteilung abzuleitende Grenzwert. Dieser Beträgt für $\alpha = 0,1\%$ bei zweiseitiger Fragestellung $y_{1-\alpha/2} = 3,29$.

In der Praxis erfolgt die Beurteilung oft nach folgendem Bewertungsschema (vgl. NEITZEL, 2017)

Beurteilung normierter Verbesserungen	
$ NV_i < 2,5$	Kein grober Fehler erkennbar
$2,5 \leq NV_i < 4,0$	Grober Fehler möglich
$4,0 \leq NV_i $	Grober Fehler wahrscheinlich

2.2.1.5 Beispiel: Ausgleichende Ebene

Das nachfolgende Beispiel befasst sich mit der Modellierung der Ebene im Gauß-Helmert Modell. Gemäß (2.1-4) kann eine Ebene durch den normierten Normalenvektor (im Folgenden \mathbf{n} anstatt \mathbf{n}_0 genannt) und den Abstandsparameter d dargestellt werden. Ausmultipliziert ergibt die Ebenengleichung bei Berücksichtigung der unterstellten Verbesserungen die Bedingungsgleichung:

$$F(L, X) = n_x(x_i + v_{xi}) + n_y(y_i + v_{yi}) + n_z(z_i + v_{zi}) + d = 0 \quad (2.2-34)$$

Bei n Beobachtungen $\mathbf{L}^{n \times 1} = [x_1, y_1, z_1 \dots x_n, y_n, z_n]^T$, $u = 4$ Unbekannten $\mathbf{X}^{u \times 1} = [n_x, n_y, n_z, d]^T$ und r funktionalen Beziehungen der Form (2.2-34), ergeben sich die Design- und Modellmatrizen $\mathbf{A}^{r \times u}$ und $\mathbf{B}^{r \times n}$ durch Differenzieren an der Stelle \mathbf{X}_0 und \mathbf{L}_0 (Näherungswerte aus der aktuellen Iteration).

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & z_n & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2-35)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n_x & n_y & n_z & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & n_x & n_y & n_z \end{bmatrix} \quad (2.2-36)$$

Es ist ersichtlich, dass $\mathbf{B}^{r \times n}$ eine dünn besiedelte Matrix ist. Obwohl lediglich $3 * r$ Werte ungleich Null sind, verbraucht die Matrix den Speicher von $r * n$ Elementen, was bei 1000 Punkten 3 Mio. Elementen entspricht.

Durch eine geschickte Umformulierung kann der Beobachtungsvektor als $\mathbf{L} = [x_1 x_2 \dots x_n, y_1, y_2 \dots y_n, z_1, z_2 \dots z_n]^T$ ausgedrückt werden. Dadurch werden die partiellen Ableitungen in $\mathbf{B}^{r \times n}$ umgeformt in:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} n_x & 0 & \dots & 0 & n_y & 0 & \dots & 0 & n_z & 0 & \dots & 0 \\ 0 & n_x & \dots & 0 & 0 & n_y & \dots & 0 & 0 & n_z & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & n_x & 0 & 0 & \dots & n_y & 0 & 0 & 0 & n_z \end{bmatrix} \quad (2.2-37)$$

Diese Bandmatrix mit drei nicht überlappendenden Diagonalmatrizen kann in Matlab besonders effizient über die `spdiags`-Funktion⁵ als *sparse*-Datentyp gespeichert werden, wobei lediglich die $3 * r \neq 0$ Elemente abgespeichert werden. Dadurch vereinfacht sich die nachfolgende Invertierung bei der Aufstellung des Normalgleichungssystems. Demnach ergibt sich bei unkorrelierten Beobachtungen die nachfolgend benötigte $(\mathbf{B} \cdot \mathbf{Q}_{LL} \cdot \mathbf{B}^T)$ nicht zu

$$\mathbf{B} \mathbf{Q}_{LL} \mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} 3 * n_x^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 * n_y^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 * n_z^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix} \quad (2.2-38)$$

sondern zu

$$= \begin{bmatrix} n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix} \approx \mathbf{I}$$

Dadurch muss für die Beschreibung der $(\mathbf{B} \mathbf{Q}_{LL} \mathbf{B}^T)^{r \times r}$ lediglich ein Skalar als *sparse*-Element gespeichert werden.

Ausgeschrieben lautet der Widerspruchsvektor $\mathbf{w}^{r \times 1}$

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} n_x x_1 + n_y y_1 + n_z z_1 + d \\ n_x x_2 + n_y y_2 + n_z z_2 + d \\ \vdots \\ n_x x_n + n_y y_n + n_z z_n + d \end{bmatrix} \quad (2.2-39)$$

Da die Bedingungsgleichung (2.2-34) mit einer beliebigen Zahl ungleich Null multiplizieren werden kann, gibt es unendlich viele solcher Gleichungen, welche die Ebene beschreiben. Das Normalgleichungssystem bleibt in diesem Fall singulär. (vgl. KISSE, 2011) Um diese Mehrdeutigkeit zu lösen, wird gefordert, dass der Betrag des Normalenvektors der Ebene die Länge 1 annimmt. Hierzu wird der Bedingungsvektor (engl. constraint) eingeführt. Da bei der Hesseschen Normalform die Bedingung explizit aufgestellt wird, handelt es sich somit um ein *Gauß-Helmert-Modell mit Restriktionen*, mit dem *Constraint-Vektor C* und dessen skalarem Widerspruch w_c .

⁵ `spdiags`: Erstellt eine Bandmatrix (B) aus den Diagonalelementen der Matrix (A)

Bei der Bedingung $\phi(x) = \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} = 1$, ergibt der Constraint-Vektor \mathbf{C} durch Differenzieren an der Stelle X_0

$$\mathbf{C} = \left(\frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_0 = \frac{1}{\sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}} [n_x, n_y, n_z] \quad (2.2-40)$$

mit seinem skalarem Widerspruch

$$w_c = \phi(x) - 1 \quad (2.2-41)$$

Für die Ausgleichung wird nach KISSER (2011) die Blockmatrizenform gebildet

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{A}^T(\mathbf{B} \mathbf{Q} \mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{A} & \mathbf{C}^T \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}} - \mathbf{X}_0 \\ \mathbf{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T(\mathbf{B} \mathbf{Q} \mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{w} \\ w_c \end{bmatrix} \quad (2.2-42)$$

Die Auflösung des Blockmatrizenproblems kann gemäß Kapitel 2.2.1.2 und wie in NIEMEIER (2008) nachzulesen über die Blockmatrizen \mathbf{Q}_{11} bis \mathbf{Q}_{22} oder wie im *Anhang C* programmiert, über den Levenberg-Marquardt-Algorithmus erfolgen.

Zusammenfassend bietet das Gauß-Helmert Modell eine detaillierte Lösung des Problems der kleinsten Quadrate. Zum einen bietet das Modell die Möglichkeit, die ermittelten Parameter nach ihrer Genauigkeit zu bewerten und zum anderen können die verwendeten Datensätze auf Homogenität und grobe Fehler überprüft werden. Der Nachteil ist die durch Inversenbildung großer Systeme bedingte Rechenzeit, welche durch andere Regressionsansätze minimiert werden kann.

2.2.2 Orthogonale Regression

2.2.2.1 Lineare Regression

Mathematisch betrachtet liegt der Ausgleichungsrechnung immer ein Gleichungssystem der Form $Ax = b$ zugrunde.

$$Ax - b = r \quad \left\| r \right\|_2 \stackrel{!}{=} \min \quad (2.2-43)$$

$A \in \mathbb{R}^{m \times n}, x \in \mathbb{R}^n, b \in \mathbb{R}^m$

Bei einem Ausgleichungsproblem gilt $m > n$, es bestehen also mehr Gleichungen als Unbekannte. Dieses Problem ist immer lösbar. Hat die Matrix A vollen Rang, so ist die Lösung sogar eindeutig. Die partiellen Ableitungen bezüglich der x_j und Nullsetzen derselben zum Bestimmen eines Extremums ergeben ein lineares System von Normalgleichungen

$$A^T A x = A^T b \quad (2.2-44)$$

und der daraus folgenden Lösung

$$x = (A^T A)^{-1} A^T b \quad (2.2-45)$$

Die Gauß'schen Normalgleichungen haben unter Numerikern einen schlechten Ruf, da für die Konditionszahl $\text{cond}(A^T A) = \text{cond}(A)^2$ gilt und somit die Lösung x durch die verwendete Methode ungenauer berechnet wird, als dies durch die Konditionszahl der Matrix A zu erwarten wäre. Alternativ dazu kann über QR-Zerlegung und orthogonale Transformation eine stabilere numerische Lösung des Minimierungsproblems (2.2-43) erlangt werden.

Dieser Ansatz nutzt zum einen aus, dass eine orthogonale Transformation die euklidische Norm eines Vektors nicht verändert

$$\|Ax - b\|_2 = \|Q^{n \times n}(Ax - b)\|_2 \quad (2.2-46)$$

und zum anderen, eine Matrix in ein Produkt einer Orthogonalmatrix ($Q^T Q = I$) und einer oberen Dreiecksmatrix zerlegt werden kann.

$$A = Q \cdot R \quad (2.2-47)$$

Solch eine Zerlegung existiert immer und kann mit verschiedenen numerischen Methoden berechnet werden (z.B. *Householdertransformation*). Wird die rechte Seite von (2.2-43) gleich mittransformiert, ergibt sich unter Beachtung von $Q^{-1} = Q^T$ die Form

$$\|Rx - Q^T b\|_2 \quad (2.2-48)$$

wobei analog zu (2.2-45) die Lösung des Ausgleichungsproblems folgt:

$$x = (R^T Q^T Q R)^{-1} R^T Q^T b = R^{-1} Q^T b \quad (2.2-49)$$

Obwohl sich das Ausgleichsproblem vereinfacht, ist der Aufwand aufgrund der zuvor nötigen QR-Zerlegung größer, als bei direkter Lösung der Normalgleichung. Der Vorteil des Lösungsweges mittels QR-Zerlegung ist, dass das Verfahren im Gegensatz zum Lösen der Normalgleichung numerisch stabil ist. In Matlab werden überbestimmte Gleichungen der Form $Ax = b$ automatisch mit QR-Zerlegung gelöst, wenn der Backslash-Operator $x = A \backslash b$ benutzt wird. (vgl. ARBENZ, 2008)

2.2.2.2 Lineare orthogonale Regression

Bei den bisherigen Regressionsansätzen werden die quadratischen Abstände der Datenpunkte von der Regressionsfunktion parallel zur y -Achse minimiert. Bei der *orthogonalen Regression* werden dagegen die kürzesten Abstände zwischen Datenpunkten und der Regressionsfunktion minimiert.

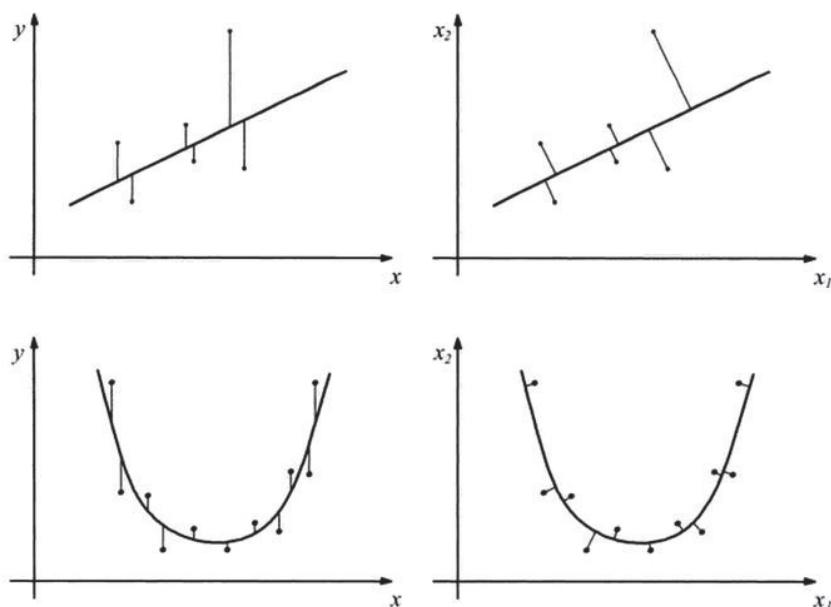


Abbildung 2-2 Residuen bei normaler (links) und orthogonaler (rechts) Regression
Quelle: NIEMEIER 2008

Wie im Kapitel 2.1.2 gezeigt, kann eine lotrecht (durch die Z-Achse) verlaufende Ebene als Gerade in der XY-Ebene betrachtet werden. Der Ansatz der orthogonalen Regression soll nun angelehnt an ARBENZ (2008), an dem einfachen Beispiel der Geradeneinpassung dargestellt werden.

Nach (2.1-3) kann eine Gerade im \mathbb{R}^2 durch den normierten Normalenvektor (nachfolgend \mathbf{n} anstatt \mathbf{n}_o genannt) mit $\mathbf{n} = [n_x \ n_y]$ und den Abstandsparameter d ausgedrückt werden. Die orthogonale Abweichung eines Punktes ergibt sich demnach über

$$d + n_x x + n_y y = r, \quad n_x^2 + n_y^2 = 1 \quad (2.2-50)$$

Umgeformt in ein Problem der Form (2.2-43) ergibt sich

$$\begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_m & y_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ n_x \\ n_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_m \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad n_x^2 + n_y^2 = 1 \quad (2.2-51)$$

$$\rightarrow \quad \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{r}$$

Da orthogonale Matrizen die Länge eines Vektors invariant lassen, kann das Problem über eine QR-Zerlegung der Funktionalmatrix gemäß (2.2-46) und (2.2-47) umgeformt werden.

$$\mathbf{A} = \mathbf{Q}\mathbf{R} \rightarrow \quad \mathbf{Q}^T \mathbf{A}\mathbf{x} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{23} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ n_x \\ n_y \end{pmatrix} = \mathbf{Q}^T \mathbf{r} \quad (2.2-52)$$

Da in der Bedingungsgleichung $n_x^2 + n_y^2 = 1$ lediglich zwei Unbekannte vorkommen und die Lösung von \mathbf{n} gesucht wird, bei der $\Sigma |r|_2$ minimal ist, kann zunächst das System

$$\begin{pmatrix} r_{21} & r_{31} \\ 0 & r_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{wobei} \quad n_x^2 + n_y^2 = 1 \quad (2.2-53)$$

gelöst werden.

Das Problem (2.2-53) entspricht der Form $\|Bx\|_2 \rightarrow \min$, wobei $\|x\|_2 = 1$. Bekannt aus der linearen Algebra und u.a. nachzulesen in STEWARD (1993), lässt sich die Matrix A in die unitären Matrizen U und V und die Diagonalmatrix S zerlegen. Die Singulärwerte der Matrix A sind gleich den Quadratwurzeln aus den postiven Eigenwerten von A^*A ⁶. Daher ist die Spektralnorm⁷ gleich dem größten Singulärwert s_1 . Im Umkehrschluss entspricht das Minimum von $\|Bx\|_2$ dem kleinsten Singulärwert von B . Die Lösung für n ergibt sich demnach aus dem korrespondierenden Singulärvektor.

Nach der Bestimmung von n_x und n_y über die Singulärwertzerlegung können die Werte in die erste Zeile von (2.2-52) eingesetzt und nach dem fehlenden Parameter d aufgelöst werden.

Das Ergebnis der linearen orthogonalen bedingten Regression ist, wie auch bei der Ausgleichung nach Gauß-Helmert, der Parametervektor x . Der Vorteil ist hierbei nicht der alternative Regressionsansatz, sondern die Tatsache, dass das funktionale Modell über die QR-Zerlegung in ein kleines System zerlegt wurde, welches über eine Singulärwertzerlegung einer 2×2 -Matrix gelöst wird. Anders als der *Allgemeinfall der Ausgleichungsrechnung* eignet sich dieser Ansatz auch für die Verarbeitung von sehr großen Datenmengen (mehrere Mio. Punkte).

2.3 Helmert-Transformation

Um mehrere Laserscan-Standpunkte in einem gemeinsamen Koordinatensystem ausdrücken zu können, um die Gesamtpunktwolke zu einer approximierten Wand auszurichten und um Messmarken einer Referenz- und Testmessung miteinander zu vergleichen, werden Transformationen benötigt. Zur Vertiefung des Kapitels 2.2 soll im Folgenden ein Ausgleichungsmodell für zwei Varianten der Helmert-Transformation aufgestellt werden.

⁶ A^* : Adjungierte (transponierte- und konjugierte-) Matrix A

⁷ Spektralnorm: Die Spektralnorm einer Matrix entspricht ihrem maximalen Singulärwert, also der Wurzel des größten Eigenwerts des Produkts der adjungierten Matrix mit dieser Matrix.

2.3.1 Räumliche Ähnlichkeits-Transformation

Um ein Koordinatensystem im \mathbb{R}^3 in seiner Orientierung, Lage oder Ausdehnung zu verändern bedarf es einer räumlichen Ähnlichkeitstransformation.

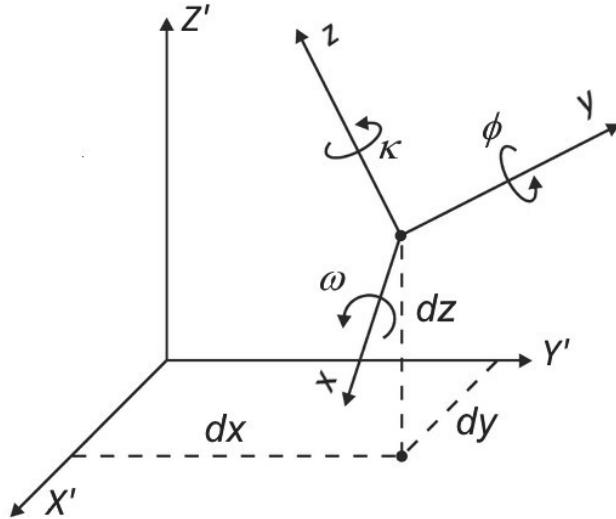


Abbildung 2-3: 7-Parameter nach GRUBER & JÖCKEL (2016)

Die sieben Parameter ergeben sich durch drei Rotationen um ω, ϕ und κ , drei Translationen dx, dy und dz sowie den Maßstabsfaktor m (bei Laserscanausrichtungen i.d.R in Größenordnungen $m - 1 \approx 10^{-4}$). Bei der Notation der Koordinaten im Ausgangssystem $\mathbf{X} = [x, y, z]^T$, der Koordinaten im Zielsystem $\mathbf{X}' = [x', y', z']^T$, dem Translationsvektor $\Delta = [dx, dy, dz]^T$, der Rotationsmatrix $\mathbf{R}(\omega, \phi, \kappa)$ und dem Maßstabsfaktor m , ergibt sich die Allgemeine Form der Transformation:

$$\mathbf{X}' = \Delta + m\mathbf{R}\mathbf{X} \quad (2.3-1)$$

Die Rotationen werden für einen Drehpunkt definiert und können als aufeinanderfolgende Drehungen um jede Koordinatenachse interpretiert werden. Grundsätzlich existiert eine Vielzahl von Darstellungen für Rotationen im dreidimensionalen Raum. Im weiteren Verlauf wird sich das in der Geodäsie häufig verwendete Modell der *Eulerschen Winkel* beschränkt.

Die drei Einzeldrehungen können durch die Submatrizen $\mathbf{R}_\omega, \mathbf{R}_\phi, \mathbf{R}_\kappa$ formuliert werden.

$$\mathbf{R}_\omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\omega) & \sin(\omega) \\ 0 & -\sin(\omega) & \cos(\omega) \end{pmatrix} \quad (2.3-2)$$

$$\mathbf{R}_\phi = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & 0 & -\sin(\phi) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\phi) & 0 & \cos(\phi) \end{pmatrix} \quad (2.3-3)$$

$$\mathbf{R}_\kappa = \begin{pmatrix} \cos(\kappa) & \sin(\kappa) & 0 \\ -\sin(\kappa) & \cos(\kappa) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.3-4)$$

Die Gesamtrotation ergibt sich mittels Rotationsmatrix \mathbf{R} durch Linksmultiplikation der Submatrizen

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_\kappa \mathbf{R}_\phi \mathbf{R}_\omega = \quad (2.3-5)$$

$$\begin{pmatrix} \cos(\phi) \cos(\kappa) & \cos(\omega) \sin(\kappa) + \sin(\omega) \sin(\phi) \cos(\kappa) & \sin(\omega) \sin(\kappa) - \cos(\omega) \sin(\phi) \cos(\kappa) \\ -\cos(\phi) \sin(\kappa) & \cos(\omega) \cos(\kappa) - \sin(\omega) \sin(\phi) \sin(\kappa) & \sin(\omega) \cos(\kappa) + \cos(\omega) \sin(\phi) \sin(\kappa) \\ \sin(\phi) & -\sin(\omega) \cos(\phi) & \cos(\omega) \cos(\phi) \end{pmatrix}$$

oder in abgekürzter Notation

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \quad (2.3-6)$$

Während in der Geodäsie u.a. bei der Definition von lokalen Koordinatensystem der Landesvermessung *Linkssysteme* verwendet werden, existieren in den meisten Industrieanwendungen (u.a. Laserscanning) Rechtssysteme gemäß Abbildung 2-3. Um den Drehsinn eines Systems zu ändern, muss eine Spiegelmatrix \mathbf{S} eingeführt werden. Eine Spiegelung der y -Achse ergibt sich beispielsweise durch Multiplikation mit

$$\mathbf{S}_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.3-7)$$

Umformuliert in die vektorielle Form, wird gemäß (2.3-1) ein Rechtssystem um einen im Koordinatenursprung liegenden Drehpunkt rotiert:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.3-8)$$

In vielen Anwendungen sind Objekte in *globalen Koordinaten* gegeben, sodass eine Rotation um den *lokalen Schwerpunkt* des Datensatzes gewünscht wird. Dies wird durch eine vorhergehende Reduktion um die Schwerpunktskoordinaten x_0, y_0, z_0 erreicht.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix} \quad (2.3-9)$$

Da bei Laserscan-Standpunkten der Koordinatenursprung im Zentrum des Instrumentes definiert ist, wird im Folgenden bloß auf den Fall (2.3-8) eingegangen.

2.3.2 Funktionales Modell der Helmert-Transformation

In Kapitel 2.3.1 wird die Ausrichtung zweier Koordinatensysteme bei gegebenen Transformationsparametern modelliert. Oftmals liegt die Hauptaufgabe in geodätischen Anwendungen, bei der Ermittlung der besten Parameter zur Transformation zweier Datensätze. Wird der Transformationsansatz

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} + m \cdot R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.3-10)$$

umformuliert in die ausmultiplizierte Form, ergibt sich:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx + m(x \cdot r_{11} + y \cdot r_{12} + z \cdot r_{13}) \\ dy + m(x \cdot r_{21} + y \cdot r_{22} + z \cdot r_{23}) \\ dz + m(x \cdot r_{31} + y \cdot r_{32} + z \cdot r_{33}) \end{bmatrix} \quad (2.3-11)$$

Sind in den Datensätzen nun mehr als drei identische 3D-Punkte enthalten, ergibt sich durch >9 Gleichungen für 7 Parameter ein Ausgleichungsproblem. Die Lösung des Ausgleichungsproblems nach vermittelnden Beobachtungen erfolgt durch Aufstellen der Funktionalmatrix \mathbf{A} . Da für jede Beobachtung eine Funktion der Form $\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \mathbf{L}$ vorliegt, werden gemäß (2.2-21) die partiellen Ableitungen aller Funktionen nach allen Unbekannten gebildet. Auf Grund der unübersichtlichen Größe der Matrix werden die partiellen Ableitungen zunächst einzeln und farbig aufgeführt:

$$A = \begin{bmatrix} dx & dy & dz & \omega & \phi & \kappa & m \\ f_{x1} & 1 & 0 & 0 & \frac{\partial f_{x1}}{\partial \omega} & \frac{\partial f_{x1}}{\partial \phi} & \frac{\partial f_{x1}}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_{x1}}{\partial m} \\ f_{y1} & 0 & 1 & 0 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{z1} & 0 & 0 & 1 & & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & & \end{bmatrix} \quad (2.3-12)$$

mit $\frac{\partial f_{x1}}{\partial \omega} = m \left(x \left(\frac{\partial r_{11}}{\partial \omega} \right) + y \left(\frac{\partial r_{12}}{\partial \omega} \right) + z \left(\frac{\partial r_{13}}{\partial \omega} \right) \right)$

$$\frac{\partial f_{x1}}{\partial \phi} = m \left(x \left(\frac{\partial r_{11}}{\partial \phi} \right) + y \left(\frac{\partial r_{12}}{\partial \phi} \right) + z \left(\frac{\partial r_{13}}{\partial \phi} \right) \right)$$

$$\frac{\partial f_{x1}}{\partial \kappa} = m \left(x \left(\frac{\partial r_{11}}{\partial \kappa} \right) + y \left(\frac{\partial r_{12}}{\partial \kappa} \right) + z \left(\frac{\partial r_{13}}{\partial \kappa} \right) \right)$$

$$\frac{\partial f_{x1}}{\partial m} = x \cdot r_{11} + y \cdot r_{12} + z \cdot r_{13}$$

und $\delta \omega_1 \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial r_{11}}{\partial \omega} = 0 \\ \frac{\partial r_{12}}{\partial \omega} = \cos(\kappa) \cos(\omega) \sin(\phi) - \sin(\kappa) \sin(\omega) \\ \frac{\partial r_{13}}{\partial \omega} = \cos(\omega) \sin(\kappa) + \cos(\kappa) \sin(\phi) \sin(\omega) \end{array} \right. \quad (2.3-13)$

Ergibt sich die Abgekürzte Designmatrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \delta \omega_1 & \delta \phi_1 & \delta \kappa_1 & \delta m_1 \\ 0 & 1 & 0 & \delta \omega_2 & \delta \phi_2 & \delta \kappa_2 & \delta m_2 \\ 0 & 0 & 1 & \delta \omega_3 & \delta \phi_3 & \delta \kappa_3 & \delta m_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \delta \omega_{n-2} & \delta \phi_{n-2} & \delta \kappa_{n-2} & \delta m_{n-2} \\ 0 & 1 & 0 & \delta \omega_{n-1} & \delta \phi_{n-1} & \delta \kappa_{n-1} & \delta m_{n-1} \\ 0 & 0 & 1 & \delta \omega_{n-1} & \delta \phi_n & \delta \kappa_n & \delta m_n \end{bmatrix} \quad (2.3-14)$$

Mit den Elementen:

$$\delta \omega_1 = m z (\cos(\omega) \sin(\kappa) + \cos(\kappa) \sin(\phi) \sin(\omega)) - m y (\sin(\kappa) \sin(\omega) - \cos(\kappa) \cos(\omega) \sin(\phi))$$

$$\delta \omega_2 = m z (\cos(\kappa) \cos(\omega) - \sin(\kappa) \sin(\phi) \sin(\omega)) - m y (\cos(\kappa) \sin(\omega) + \cos(\omega) \sin(\kappa) \sin(\phi))$$

$$\delta \omega_3 = -m z \cos(\phi) \sin(\omega) - m y \cos(\phi) \cos(\omega)$$

$$\delta \phi_1 = m y \cos(\kappa) \cos(\phi) \sin(\omega) - m z \cos(\kappa) \cos(\phi) \cos(\omega) - m x \cos(\kappa) \sin(\phi)$$

$$\delta \phi_2 = m x \sin(\kappa) \sin(\phi) + m z \cos(\phi) \cos(\omega) \sin(\kappa) - m y \cos(\phi) \sin(\kappa) \sin(\omega)$$

$$\delta \phi_3 = m x \cos(\phi) - m z \cos(\omega) \sin(\phi) + m y \sin(\phi) \sin(\omega)$$

$$\begin{aligned}
 \delta\kappa_1 &= m y(\cos(\kappa)\cos(\omega) - \sin(\kappa)\sin(\phi)\sin(\omega)) + m z(\cos(\kappa)\sin(\omega) + \cos(\omega)\sin(\kappa)\sin(\phi)) - m x \cos(\phi)\sin(\kappa) \\
 \delta\kappa_2 &= -m y(\cos(\omega)\sin(\kappa) + \cos(\kappa)\sin(\phi)\sin(\omega)) - m z(\sin(\kappa)\sin(\omega) - \cos(\kappa)\cos(\omega)\sin(\phi)) - m x \cos(\kappa)\cos(\phi) \\
 \delta\kappa_3 &= 0 \\
 \delta m_1 &= y(\cos(\omega)\sin(\kappa) + \cos(\kappa)\sin(\phi)\sin(\omega)) + z(\sin(\kappa)\sin(\omega) - \cos(\kappa)\cos(\omega)\sin(\phi)) + x \cos(\kappa)\cos(\phi) \\
 \delta m_2 &= y(\cos(\kappa)\cos(\omega) - \sin(\kappa)\sin(\phi)\sin(\omega)) + z(\cos(\kappa)\sin(\omega) + \cos(\omega)\sin(\kappa)\sin(\phi)) - x \cos(\phi)\sin(\kappa) \\
 \delta m_3 &= x \sin(\phi) + z \cos(\phi)\cos(\omega) - y \cos(\phi)\sin(\omega)
 \end{aligned}$$

Bevor es nach dem Aufstellen des funktionalen- und im Anschluss des stochastischen Modells zum Lösen des Ausgleichungsproblems kommt, besteht eine der Hauptaufgaben in der Beschaffung von zuverlässigen Näherungswerten.

2.3.3 Bestimmung von Näherungswerten

Für den Fall, dass sich die zu transformierenden Systeme nur minimal voneinander unterscheiden, vereinfacht sich die Beschaffung von Näherungswerten enorm. Durch die sogenannten *Kleinwinkeländerungen* folgt für kleine Drehwinkel: $\sin \varepsilon \approx \varepsilon$ und $\cos \varepsilon \approx 1$. Die Rotationsmatrix (2.3-5) vereinfacht sich zu

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_3 & -\varepsilon_2 \\ -\varepsilon_3 & 1 & \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 & -\varepsilon_1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3-15)$$

Dadurch entstehen gekürzte Transformationsgleichungen, die einfach nach den Drehwinkeln umgestellt werden können.

In der Praxis ist die Bestimmung von Näherungswerten jedoch selten so einfach. Laserscan-Standpunkte oder die Koordinatensysteme von einer Referenz- und Testmessung sind meist zufällig im Raum orientiert. SANSO (1973) beschreibt einen Lösungsansatz für die Beschaffung der genäherten Drehwinkel über die Rekonstruktion der Gesamtrotation mittels Quaternionen⁸. Obwohl Quaternionen algorithmisch elegant sind, wird in dieser Ausarbeitung auf die geometrisch

⁸ Quaternionen: ist ein Zahlbereich, der den Zahlbereich der reellen Zahlen erweitert (ähnlich Komplexe Zahlen). Dabei wird jeder Wert in einen skalaren und vektoriellen Anteil zerlegt, wobei letzterer um komplexe Komponenten erweitert wird. Eine detaillierte Übersicht über verschiedene Darstellungen von Drehungen im Raum und deren Beziehungen zueinander liefern Nitschke und Knickmeyer (2000).

interpretierbare Methode der Affin-Transformation eingegangen. Aus mathematischer Sicht ist die Ähnlichkeitstransformation (2.3-1) eine spezielle Affin-Transformation. Die Affin-Transformation beschreibt einen linearen 12-Parameter-Ansatz, bei dem jede transformierte Koordinate von allen drei Ausgangskoordinaten abhängt.

$$\begin{aligned}x' &= dx + a_1x + a_2y + a_3z \\y' &= dy + a_4x + a_5y + a_6z \\z' &= dz + a_7x + a_8y + a_9z\end{aligned}\tag{2.3-16}$$

Wobei dx, dy, dz die Translation und a_1 bis a_9 die *Affinparameter* beschreiben. Der große Vorteil ist, dass (2.3-16) bereits ein lineares System ist und keine Näherungswerte für eine Linearisierung an der Stelle X_o beschafft werden müssen. Die 9 Affinparameter \tilde{x} beschreiben die 6 geometrischen Parameter: 3 Rotationen und 3 Maßstäbe. Bei Aufstellen des Gleichungssystems $G\tilde{x} = t$

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & x_i & y_i & z_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_i & y_i & z_i & 0 & 0 & 0 \\0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_i & y_i & z_i \\\vdots & \vdots \\1 & 0 & 0 & x_n & y_n & z_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_n & y_n & z_n & 0 & 0 & 0 \\0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_n & y_n & z_n\end{bmatrix} [\tilde{x}] = \begin{bmatrix}x_i \\y_i \\z_i \\\vdots \\x_n \\y_n \\z_n\end{bmatrix}\tag{2.3-17}$$

ergeben sich die Affinparameter durch Auflösen nach \tilde{x} .

Die geometrischen Parameter ergeben sich nach WASMEIER (2017) durch die einfachen Gleichungen

$$\begin{aligned}\omega_0 &= \text{arctan2}(-a_8, a_9) \\ \phi_0 &= \text{arctan2}\left(a_7, \sqrt{a_1^2 + a_4^2}\right) \\ \kappa_0 &= \text{arctan2}(-a_4, a_1)\end{aligned}\tag{2.3-18}$$

Der genäherte Maßstabsfaktor m_0 kann über die Affinparameter, aber ebenso einfach über zwei möglichst weit auseinanderliegende identische Punkte berechnet werden.

$$m_0 = \frac{\sqrt{(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2}}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}} \quad (2.3-19)$$

Über die somit bestimmten genäherten Parameter X_0 kann die Jacobimatrix $A = \frac{\partial F(X_0)}{\partial X_0}$ gemäß (2.3-14) aufgestellt und dem Ausgleichungsalgorithmus übergeben werden.

2.3.4 Lotrechte Helmert-Transformation

Der Vergleich zwischen der mit $System_\alpha$ zum Lot gemessenen Referenzmessung und der mit $System_\beta$ zum Lot gemessenen Testmessung wird nach dem Transformieren anhand der Beobachtungs-Residuen⁹ bewertet. Um nun Aussagen über die Kompensation des $System_\beta$ treffen zu können, darf das System nur über über die Parameter $X_{Lot} = [dx, dy, dz, \kappa]^T$ transformiert werden.

Dafür muss der Transformationsansatz (2.3-10) auf

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\kappa) & \sin(\kappa) & 0 \\ -\sin(\kappa) & \cos(\kappa) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.3-20)$$

Reduziert werden.

Bei einer Näherungswertbeschaffung gemäß Kapitel 2.3.3, ergibt sich nachfolgend die einfache Form der Designmatrix:

$$A = \frac{\partial F(X_0)}{\partial X_0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & y_i \cos(\kappa) - x_i \sin(\kappa) \\ 0 & 1 & 0 & -(x_i \cos(\kappa) + y_i \sin(\kappa)) \\ 0 & 0 & 1 & z_i \end{bmatrix} \quad (2.3-21)$$

Alternativ dazu können dem *kompletten Modell* (2.3-10) auch die *Pseudobeobachtungen* $\omega_{Lot} = 0$, $\phi_{Lot} = 0$ und $m_{Lot} = 1$ mit hohen Gewichtungen in der Σ_{LL} hinzugefügt werden.

Für den im nachfolgenden Kapitel beschriebenen Vergleich der Referenz- und Testmessung wird zunächst eine um ω, ϕ und m reduzierte Transformation durchgeführt, um die Koordinatenresiduen zu bewerten. Anschließend erfolgt eine komplette Transformation, um den Maßstabsfaktor zu bewerten.

⁹ Residuen: Transformationswidersprüche

Zusammenfassung Kapitel 2: Für die Ermittlung der optimalen Position des Aufzugschachtes, innerhalb der 3D-Daten eines Treppenhauses, ist die Berechnung von Ebenen unabdingbar. Durch die Vorgabe eines lotrecht verlaufenden Schachts reduzieren sich die Ebenen-Parameter auf die *x*- und *y*-Komponente. Für die Lösung des Ausgleichungsproblems werden die Modelle „Gauß-Helmert“ und „orthogonale Regression“ eingeführt, die im weiteren Verlauf auf ihre Tauglichkeit geprüft werden.

Die überbestimmte Helmert-Transformation dient über die Ermittlung von 6 Parametern oder 4 Parametern (lotrecht) als Werkzeug für die Bewertung von Referenz- und Testmessungen.

3 Voruntersuchungen

Um die Machbarkeit des Vorhabens zu verifizieren bedarf es einiger Voruntersuchungen. Im Fokus steht die Überprüfung der äußeren und inneren Genauigkeit der Bestandsaufnahme. Einflussreiche Faktoren sind dabei die Messunsicherheit der verwendeten Messsysteme, die Genauigkeit der Kompensation als Lösung der Datumsproblematik, die Aufnahmegeometrie und weitere instrumentelle, geometrische oder atmosphärische Aspekte. Auf Grundlage der folgenden Untersuchungen soll im Abschnitt 5 eine ökonomische Mess- und Auswertestrategie für das Vorhaben entwickelt werden.

3.1 Referenzmessung

Um Auswertestrategien zu entwickeln, die Messabläufe zu testen und die Genauigkeit zu beurteilen wird ein Referenzobjekt benötigt. Testmessungen dieses Objektes sollen gegen eine übergeordnete Referenzmessung verglichen werden, damit das verwendete System beurteilt werden kann. Aufgrund der Nähe zu den Messmitteln, der ausreichenden Anzahl an Stockwerken und aus versicherungstechnischen Gründen bietet sich das Treppenhaus des Laborgebäudes (*Haus 2*) der Hochschule Neubrandenburg als Referenzobjekt an.



Abbildung 3-1: Referenzobjekt - Laborgebäude der Hochschule Neubrandenburg

Neben der Vermarkung muss im Vorfeld noch eine ergiebige Methode zur Aufnahme des geplanten Referenznetzes gewählt werden. Um ausreichend Messmarken mit übergeordneter Genauigkeit über die fünf Geschosse des Treppenhauses aufzumessen, wurde zunächst eine komplexe Messung mit Tachymeter, Zenitlot und Nivellier in Betracht gezogen. Da nur eine Lotungsvorrichtung zur Verfügung stand, sollte eine Drehung um die Z-Achse durch einen Höhenübertrag mittels Vorwärtsschnitten zum 1. und 4. Balkon kontrolliert werden. Der Polygonzug sollte durch ein Treppenhausnivellelement ergänzt und im Anschluss ausgeglichen werden. Zum einen versprach die erdachte Methode eine homogene Verteilung von kontrollierten Referenzpunkten. Zum anderen bedarf die Messung bei 14 Tachymeterstandpunkten, 2 Vorwärtsschnitten mit Basislatte, einer Lotung sowie einem Nivellement über ca. 16 Höhenmeter einen enormen Zeitaufwand.

Bei der Planung einer effizienteren Methode, wurde ein Tachymeter so über das Treppengeländer gekippt, dass der Zielstrahl mit Hilfe eines Zenitokulars zwischen den Treppenläufen zur Decke gefluchtet werden konnte. Die daraus entstandene Idee von vier *gekippten*, über das Treppenhaus verteilten Standpunkten, wurde über optisches Anvisieren grob vermarkter Zielzeichen mittels Tachymeter verifiziert. Um den Genauigkeitsanforderungen einer Referenzmessung gerecht zu werden, wurde die Netzmessung mittels *Leica Absolute Tracker 960* realisiert.



Abbildung 3-2: Gekippte AT960-Standpunkte

Nach Datenblatt^[4] beträgt die 2σ Messunsicherheit einer, mit dem AT960 gemessenen, 3D-Koordinate $U_{xyz} = \pm 15 \mu\text{m} \pm 6 \text{ ppm}$. Als Verknüpfungspunkte wurden 15 Reflektor-Halterungen (fortlaufend „Nester“ genannt) mittels *Leica Red Ring Reflector* von vier Standpunkten redundant aufgemessen und mit der PolyWorks®-Software ausgewertet. Neun dieser, mittels Heißkleber befestigten Nester, verbleiben als permanente Vermarkung und können über einen Adapter mit sogenannten Schachbrett-Zielmarken (nachfolgen „targets“ genannt) ausgerüstet werden. Nach Herstellerangaben beträgt die Zentriergenauigkeit der magnetischen Schachbrett-Adapter $< 0,1 \text{ mm}$. Die Koordinaten der Nester mit einer Standardabweichung von $0,099 \text{ mm}$ dienen somit als Referenzkoordinaten für den Vergleich zu den mittels Laserscanning aufgenommenen targets. Das Referenzkoordinatensystem wird nachfolgend in Diagrammen und Abbildungen mit „REF“ betitelt.

Referenzmessung LaserTracker AT960 → REF.txt				
Pkt.	Abweichung [mm] bei Standpunkt-Nr.			
	1	2	3	4
1	0,0	-	-	-
2	0,0	-	-	-
3	0,0	0,176	-	-
4	0,0	0,070	-	-
5	0,0	-	-	-
6	0,0	-	-	0,188
7	0,0	0,126	0,098	0,144
8	0,0	-	-	0,054
9	0,0	-	0,189	0,089
10	0,0	0,147	0,150	-
11	-	0,0	0,027	0,117
12	-	0,0	0,074	-
13	-	0,0	0,276	-
14	-	-	0,080	0,0
15	-	-	0,044	0,0
Stdabw.	-	0,039	0,078	0,046
Standardabweichung nach VFG ¹⁰ [mm]				0,099

Tabelle 3-1: Zusammenfassung Polyworks-Protokoll

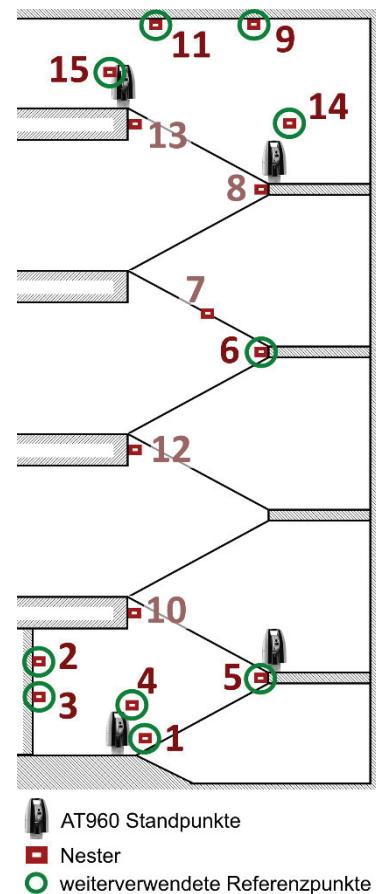


Abbildung 3-3: Referenzmessung

¹⁰ VFG: Varianz-Fortpflanzungs-Gesetz zur Bestimmung von Genauigkeitsmaßen nach NIEMEIER (2008) S. 50

In der ersten Testphase konnte somit die innere Genauigkeit der Treppenhauspunktwolken in Form einer Machbarkeitsanalyse beurteilt werden. Da die Auswertung der ersten Epoche (gemäß Abschnitt 3.2) den Genauigkeitsanforderungen entsprach, folgten die Vorbereitungen für die zweite Testphase zur Beurteilung der äußeren Genauigkeit. Durch die erforderliche Neigung des Lasertrackers bei der Aufnahme der Referenzpunkte war der Kompensator außerhalb des Arbeitsbereichs. Um das Referenzsystem in ein lotrechtes System zu transformieren, stand ein *Leica TS30* zur Verfügung. Nach Datenblatt^[3] verfügt das Instrument über eine Winkelmessgenauigkeit von $0,5''$, eine Distanzmessgenauigkeit von $0,6\text{ mm} + 1\text{ ppm}$ und einer Einspielgenauigkeit von $0,5''$ in beiden Kompensatorachsen. Daraus ergibt sich für eine 3D-Koordinate bei den vorherrschenden Distanzen eine Messunsicherheit von $U_{xyz} \approx 0,6\text{ mm}$ mit einer absoluten Lot-Orientierung von ca. $0,7'' \triangleq 0,07 \frac{\text{mm}}{20\text{ Meter Gebäudehöhe}}$. Mittels TS30 wurden die Referenzpunkte von zwei Standpunkten erneut aufgemessen. Bei einer Transformation des REF-Systems in das TS30-Koordinatensystem, ergibt sich die empirische Standardabweichung der Residuen zu $0,39\text{ mm}$. Die damit überprüfte innere Geometrie lässt den Schluss zu, dass die Transformationsparameter ausreichend genau bestimmt wurden. Alle gemäß Kapitel 3.3 programmierten Transformationen wurden mit der JAD3D-Software überprüft. Die darüber ermittelte Rotationsmatrix wird nun auf das ursprüngliche REF-System angewendet, um es in ein lotrechtes System zu transformieren, ohne die innere Geometrie der AT960 Messung zu „verbiegen“. Das lotrechte Referenzkoordinatensystem wird nachfolgend in Diagrammen und Abbildungen mit „REF_LOT“ betitelt.

3.2 Verifizierungsmessungen

Unter der Vorgabe ein fünfstöckiges Treppenhaus dreidimensional ausreichend genau und ökonomisch sinnvoll zu erfassen, ergibt sich die Fragestellung, ob ein Laserscanner das geeignete Messmittel ist. Die Fragestellung der Genauigkeit, welche in Abschnitt 6 wieder aufgenommen wird, beantwortet sich durch den Vergleich mit einer Referenzmessung. Aus der ökonomischen Grundvoraussetzung und der zusätzlichen Vorgabe, dass nicht in jedem Treppenhaus gelotet werden kann, entfällt die Betrachtung von Laserscans mit externer Georeferenzierung durch Tachymeter.

3.2.1 Laserscanner

Durch die Fraunhofer-Einrichtung Großstrukturen in der Produktionstechnik stehen zwei Laserscanner für die Untersuchungen zur Verfügung. Der *Z+F IMAGER® 5010* verfügt gemäß Datenblatt^[6] bei einer Reichweite von $0,3\text{ m} - 187\text{ m}$ und einem Sichtfeld von $\frac{320^\circ}{\text{vertikal}} / \frac{360^\circ}{\text{horizontal}}$ eine Winkelauflösung von $\approx 4\text{ mgon}$ / $\approx 2\text{ mgon}$ und einer Distanzaufösung von $0,1\text{ mm}$. Die, bei einem Arbeitsbereich von $\pm 0,5^\circ$ angegebene, dynamische Kompensator¹¹-Genauigkeit von $< 8\text{ mgon}$ wird in Abschnitt 3.3 weiter diskutiert. Eine Aussage über die Messunsicherheit eines 3D-Punktes wird i.d.R. aufgrund der vielseitigen Einflüsse durch beispielsweise Messrauschen, Aufnahmegeometrie und Oberflächenbeschaffenheit durch die Hersteller vermieden.

Der *FARO Focus 3D X130* verfügt gemäß Datenblatt^[5] bei einer Reichweite von $0,6\text{ m} - 130\text{ m}$ und einem Sichtfeld von $\frac{300^\circ}{\text{vertikal}} / \frac{360^\circ}{\text{horizontal}}$, über eine Winkelauflösung von $\approx 10\text{ mgon}$ und einen „systematischen Distanzfehler“ von $\pm 2\text{ mm}$. Die Kompensator-Genauigkeit wird bei einem Arbeitsbereich von $\pm 5^\circ$ mit 16 mgon angegeben. Der Begriff der Genauigkeit wird in Abschnitt 6 weiter diskutiert.

3.2.2 Epoche 1

Die erste Testmessung dient der Erprobung des Messaufbaus sowie der Ermittlung der inneren Genauigkeit und erfolgt bei beiden Laserscannern mit 9 Standpunkten. Abbildung 3-4 zeigt den Messaufbau mit den geklebten Schachbrett-targets, den temporären *tilt & turn-targets*¹² und den magnetischen Adapter-targets. (Siehe Abbildung 3-4)

Gemessen wurde mit einer Punktauflösung von $3,1\frac{\text{mm}}{10\text{m}}$ (Z+F) und $6,1\frac{\text{mm}}{10\text{m}}$ (FARO) ohne Neigungskompensation. Die Auswertung erfolgt über Scantra und Scene in verschiedenen Ausführungen. Dafür werden die Punktwolken nach den üblichen Methoden bearbeitet. Die Registrierung über Zielmarken, Zielmarken + Ebenen oder *Punktwolkenfit* soll Aufschluss über die zu entwickelnde Mess- und Auswertestrategie geben.

¹¹ Kompensator: MEMS Zweiachskompensator zum rechnerischen Ausgleich der Stehachsschiefe

¹² *tilt & turn-target*: künstliches Zielzeichen das über eine kardanische Lagerung mit zwei Freiheitsgraden, ohne Änderung der Zentrumskoordinaten, geneigt und gekippt werden kann

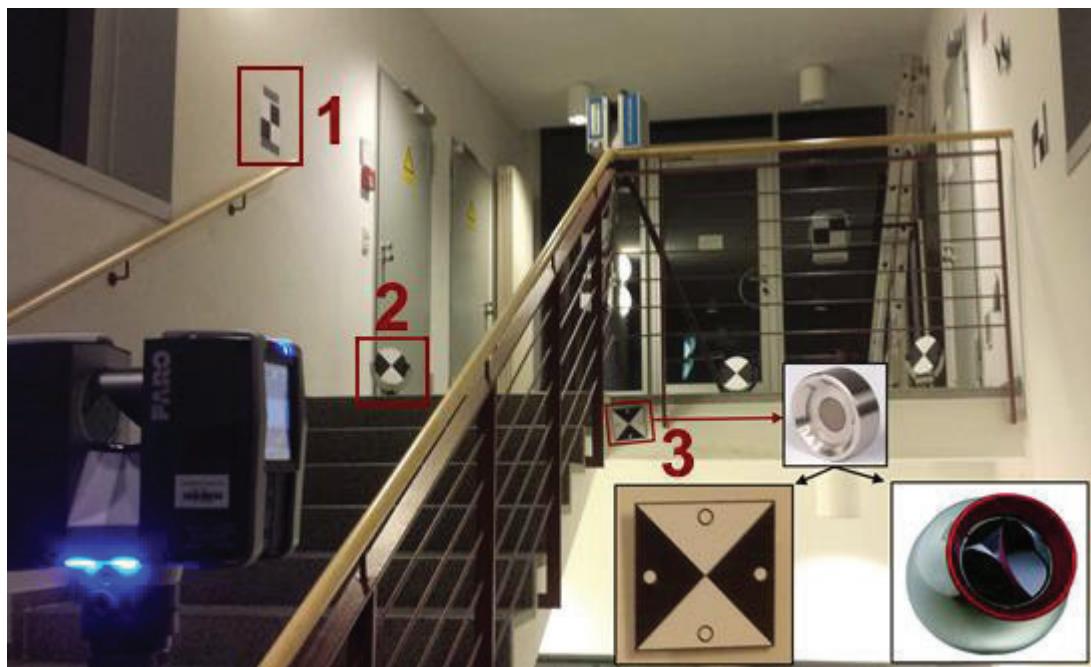


Abbildung 3-4: Messaufbau mit Schachbrett (1), „tilt & turn“ (2) und magnetischen Adapter (3) –targets

Vorläufiges Ergebnis der Auswertung sind die Objektkoordinaten der Adapter-targets für die jeweilige Registrierungsmethode. Diese Objektkoordinaten werden mittels Transformation, den Referenzkoordinaten gegenübergestellt. Die Ergebnisse einer Auswertung werden im *Anhang-A* tabellarisch zusammengestellt. Dabei sind die Tabellen wie folgt zu deuten:

LaserTracker AT960 → REF.txt			
Pkt.	X	Y	Z
1	-0,3768	-1,7914	-1,1378
2	-7,9194	-3,6582	0,3933
3	-4,0098	2,4486	-0,0876
4	0,3732	1,7895	-0,2037
5	3,6009	-2,1675	0,2585
6	3,6854	-2,0342	7,8357
7	2,4810	-1,3112	8,6906
8	3,7251	-1,9638	11,6447
10	0,4941	-0,2487	2,1780
11	0,7063	-0,0353	16,4892
12	0,5370	-0,1842	5,9551
13	0,4935	-0,0153	13,5231
14	4,9978	-0,7378	13,8248

Tab. 3-2(1)

Objektkoordinaten - targets			
Pkt.	X	Y	Z
1	-1,2617	-1,4172	-117,7094
2	-7,3000	3,5052	-116,2705
3	-0,0635	4,0304	-116,6182
4	2,0362	0,1263	-116,7088
5	0,7951	-4,8284	-116,2843
6	0,8132	-4,8345	-108,7023
7	0,6567	-3,4549	-107,8394
8	0,8252	-4,8331	-104,8907
10	0,4341	-1,1961	-114,3595
11	0,4906	-1,2847	-100,0349
12	0,4474	-1,2002	-110,5804
13	0,4075	-1,0832	-103,0090
14	2,5445	-5,1314	-102,6791

Tab. 3-2(2)

Transformation "targets" ins REF-System (3D)					
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY
1	-0,3745	-1,7919	-1,1431	0,0043	0,0043
2	-7,9204	-3,6559	0,3889	0,0043	0,0052
3	-4,0103	2,4473	-0,0883	0,0044	0,0044
4	0,3728	1,7888	-0,2053	0,0043	0,0043
5	3,6009	-2,1655	0,2547	0,0042	0,0046
6	3,6805	-2,0347	7,8352	0,0040	0,0041
7	2,4892	-1,3202	8,6970	0,0040	0,0041
8	3,7185	-1,9640	11,6460	0,0042	0,0042
10	0,4921	-0,2488	2,1756	0,0041	0,0041
11	0,7174	-0,0300	16,4972	0,0045	0,0048
12	0,5351	-0,1808	5,9539	0,0040	0,0040
13	0,4813	-0,0228	13,5245	0,0043	0,0044
14	5,0056	-0,7310	13,8276	0,0043	0,0045

Tab. 3-2(3)

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	
1	-2,3	0,5	5,4	5,9
2	1,0	-2,3	4,4	5,1
3	0,5	1,3	0,7	1,6
4	0,4	0,7	1,6	1,7
5	0,0	-2,0	3,8	4,2
6	4,9	0,5	0,5	5,0
7	-8,1	8,9	-6,4	13,6
8	6,6	0,2	-1,3	6,7
10	1,9	0,1	2,4	3,1
11	-11,1	-5,4	-8,0	14,7
12	1,9	-3,4	1,2	4,1
13	12,2	7,5	-1,4	14,4
14	-7,8	-6,7	-2,7	10,7
	5,2	Mittel:	7,0	

Tab. 3-2(4)

Tabelle 3-2: Deutung der Auswertungen im Anhang-A

Dabei beschreibt Tab. 3-2(1) das Referenzkoordinatensystem (z.B.: REF.txt oder REF_LOT.txt). In Tab. 3-2(2) wird das Objektkoordinatensystem mit der jeweiligen Registrierungsmethode dargestellt. Während die Methode „targets“ demnach eine reine Registrierung über die Zielmarken beschreibt, werden bei der Methode „targets_Ebenen“ auch die in der Auswertungs-Software erzeugten Ebenennormalen verwendet. Tab. 3-2(3) gibt die verwendeten Datensätze und die Transformationsmethode (z.B. 3D oder 2,5D) an. Während es sich bei der Methode „(3D)“ um eine überbestimmte Helmert-Transformation ohne Anbringen eines Maßstabsfaktors handelt, wird bei der Methode „(2,5D)“ gemäß Kapitel 2.3.4 eine *lotrechte Helmert-Transformation* durchgeführt. Die Tabelle beinhaltet die Objektkoordinaten, transformiert in das jeweilige Referenzsystem und die durch die Ausgleichung geschätzten Standardabweichungen der ausgeglichenen Beobachtungen. In Tab. 3-2(4) werden schließlich die 3D-Residuen mit Mittelwert ($[d] * n^{-1}$) und Streuungsmaß $(\sqrt{[dd] * (3n - u)^{-1}})$ festgehalten. Bei n -Punkten berechnen sich die Freiheitsgerade durch $f = 3n - u$, wobei $u_{3D\{\omega, \phi, \kappa, dx, dy, dz\}} = 6$ und $u_{Lot\{\kappa, dx, dy, dz\}} = 4$. Nach dieser Notation sollen die Ergebnisse der ersten Epoche im Folgenden auf jeweils eine Residuen-Tabelle zusammengefasst werden. Der im folgenden verwendete Begriff der *Standardabweichung* wird in Abschnitt 6 näher erläutert.

Epoche 1

Abweichungen der ZF- Messung [mm]

Abweichungen der FARO- Messung [mm]

Methode

Zielmarken

Residuen der Transformation "ZF_targets" → REF				
Pkt.	X	Y	Z	d
1	0,4	4,7	-0,4	4,8
2	0,9	-1,7	-16,8	16,9
3	-0,6	-0,3	6,0	6,0
4	-1,3	1,4	9,8	10,0
6	-2,9	-4,6	0,7	5,5
7	-2,5	-3,6	0,9	4,5
8	-0,5	0,1	-0,3	0,6
10	-2,4	-3,7	3,7	5,7
11	3,6	5,5	-0,9	6,6
12	-2,4	-5,9	4,0	7,5
13	2,0	1,6	0,0	2,6
14	2,3	2,9	-3,1	4,8
15	3,4	3,3	-3,4	5,8
Stabw.:		4,6	Mittel:	6,3

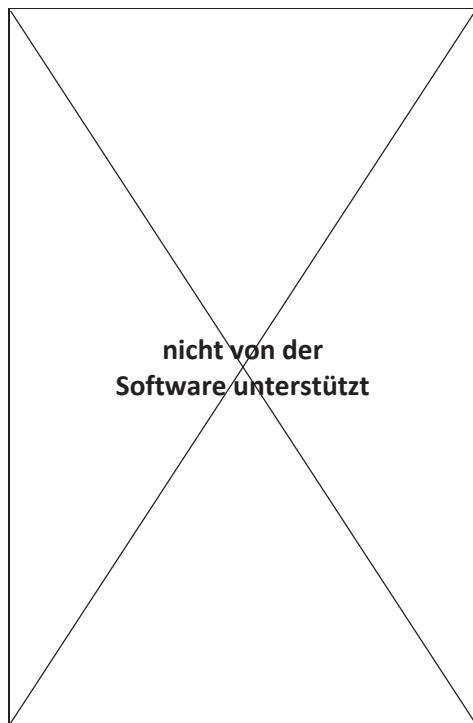
Residuen der Transformation "Faro_targets" → REF				
Pkt.	X	Y	Z	d
1	-2,3	0,5	5,4	5,9
2	1,0	-2,3	4,4	5,1
3	0,5	1,3	0,7	1,6
4	0,4	0,7	1,6	1,7
5	0,0	-2,0	3,8	4,2
6	4,9	0,5	0,5	5,0
7	-8,1	8,9	-6,4	13,6
8	6,6	0,2	-1,3	6,7
10	1,9	0,1	2,4	3,1
11	-11,1	-5,4	-8,0	14,7
12	1,9	-3,4	1,2	4,1
13	12,2	7,5	-1,4	14,4
14	-7,8	-6,7	-2,7	10,7
Stabw.:		5,2	Mittel:	7,0

Zielmarken &
Ebenen

Residuen der Transformation "ZF_targets_Ebenen" → REF				
Pkt.	X	Y	Z	d
1	-0,6	0,2	2,3	2,4
2	1,1	0,4	-0,5	1,3
3	0,9	-0,8	1,1	1,7
4	-0,1	-0,8	1,8	2,0
6	-1,2	0,4	0,3	1,3
7	-0,5	0,3	-0,3	0,7
8	-1,3	0,9	-0,6	1,6
10	0,2	-0,3	-0,3	0,4
11	-0,4	-0,3	-1,7	1,8
12	0,6	0,7	1,3	1,6
13	0,7	-0,1	-1,0	1,2
14	0,4	0,1	-1,3	1,3
15	0,3	-0,7	-1,0	1,2
Stabw.:		0,9	Mittel:	1,4

Residuen der Transformation "Faro_targets_Ebenen" → REF				
Pkt.	X	Y	Z	d
1	-1,9	2,1	4,7	5,5
2	1,4	-2,7	1,1	3,2
3	0,1	1,7	2,3	2,9
4	0,2	1,8	3,5	3,9
5	0,2	-0,7	3,6	3,7
6	2,4	-0,2	0,6	2,5
7	-1,6	0,1	-3,4	3,7
8	-0,9	-2,7	-3,0	4,1
10	1,5	0,1	3,5	3,8
11	-2,0	4,1	-5,5	7,2
12	2,5	-2,5	2,8	4,6
13	-0,7	0,0	-6,8	6,9
14	-1,1	-1,1	-3,1	3,5
Stabw.:		2,8	Mittel:	4,3

Zielmarken &
Ebenen &
Punktwolkenfit



Residuen der Transformation "Faro_targets_Ebenen_fit" → REF					
Pkt.	X	Y	Z	d	
1	-1,6	1,8	2,7	3,7	
2	1,3	-4,3	-4,0	6,1	
3	-1,0	0,9	-2,3	2,6	
4	-0,8	1,8	1,1	2,3	
5	-0,2	0,1	3,6	3,6	
6	-0,2	-1,0	0,4	1,1	
7	-3,8	1,5	-2,4	4,7	
8	-1,1	-3,0	-1,2	3,4	
10	0,6	0,6	3,0	3,2	
11	1,7	4,3	-1,3	4,8	
12	1,2	-0,3	3,1	3,3	
13	2,6	2,3	-2,6	4,3	
14	1,3	-4,8	0,0	4,9	
Stabw.:		2,4	Mittel:		3,7

Zielmarken &
Ebenen &
Georeferenzierung

Residuen der Transformation "ZF_targets_Ebenen_ref" → REF					
Pkt.	X	Y	Z	d	
1	-1,0	0,3	1,6	1,9	
2	0,8	0,5	-0,5	1,1	
3	0,4	-0,7	-0,2	0,8	
4	-0,6	-0,5	0,4	0,9	
6	-0,4	0,1	0,1	0,4	
7	-0,2	0,4	0,0	0,5	
8	-0,5	0,4	-0,2	0,7	
10	0,0	-0,1	-0,6	0,6	
11	-0,7	-0,2	-0,8	1,0	
12	0,9	0,3	1,0	1,4	
13	0,5	-0,1	0,0	0,5	
14	0,3	0,2	-0,1	0,4	
15	0,4	-0,7	-0,6	1,1	
Stabw.:		0,6	Mittel:		0,9

Residuen der Transformation "Faro_targets_Ebenen_ref" → REF					
Pkt.	X	Y	Z	d	
1	-2,3	0,6	0,5	2,4	
2	0,1	-1,1	0,1	1,1	
3	0,6	0,5	-0,2	0,8	
4	0,5	-0,2	0,1	0,6	
6	-0,1	-0,1	0,0	0,1	
7	-0,1	-0,1	0,1	0,1	
8	-0,1	0,0	0,1	0,1	
10	1,8	0,3	-0,7	1,9	
11	-0,3	0,0	0,0	0,3	
12	-0,2	0,0	0,1	0,2	
13	0,2	-0,1	0,2	0,3	
14	-0,1	0,0	-0,1	0,1	
Stabw.:		0,6	Mittel:		0,7

Tabelle 3-3: Ergebnisse Epoche 1

Tabelle 3-3 zeigt eine Zusammenfassung der verschiedenen Auswertungen. Es ist ersichtlich, dass für die Auswertung teilweise unterschiedliche Referenzpunkte benutzt wurden. Dies ist der Tatsache geschuldet, dass einzelne Punkte in den verschiedenen Scans nicht verwendet werden konnten.



Abbildung 3-5: Datenlücken durch Reflexionen - Scantra (links) und Scene (rechts)

So konnte der Referenzpunkt 5 gemäß Abbildung 3-5 durch Reflexionen bei dem Z+F-Datensatz nicht verwendet werden, während der gleiche Punkt im FARO-Datensatz durch eine geringfügig niedrigere Stativhöhe weniger Reflexionen aufweist. Des Weiteren ist anzumerken, dass sich die Zuverlässigkeit der Zielpunkterkennung beider Softwares stark unterscheidet. Während sich der automatische Algorithmus der Scantra-Software als äußerst effizient erweist, treten bei der selbigen Funktion der Scene-Software häufig Mängel auf. Auch die manuelle Einpassung eines Zielpunkts in den Datenbestand ist bei Scantra durch die Möglichkeit der Subpixel-Translation viel genauer, als die manuelle Zielpunktsetzung bei der Scene-Software, in welcher lediglich einzelne Datenpunkte genutzt werden können.

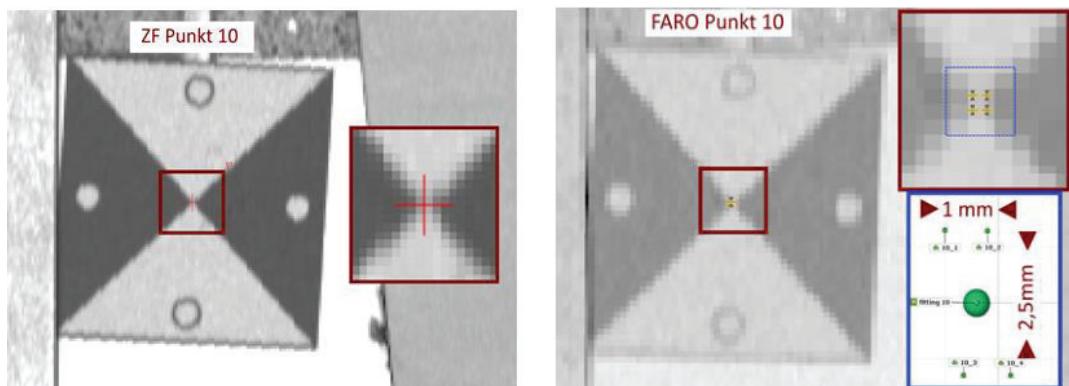


Abbildung 3-6: Zielpunkterkennung Scantra und Scene (optimiert durch Interpolation)

Abbildung 3-6 verdeutlicht, dass sobald ein Punkt nicht ausreichend genau durch die automatischen Subpixel-Algorithmen der Scene Software detektiert wurde, die Auswahl auf die vier umliegenden reellen Datenpunkte beschränkt bleibt. Nur durch eine aufwendige Mittelbildung in einer zusätzlichen Software (z.B. GOM Inspect) kann das Ergebnis in solchen Fällen verwendet werden. Dieser Fall tritt häufig schon bei Zielmarken mit einer Entfernung $> 5 \text{ m}$ auf.

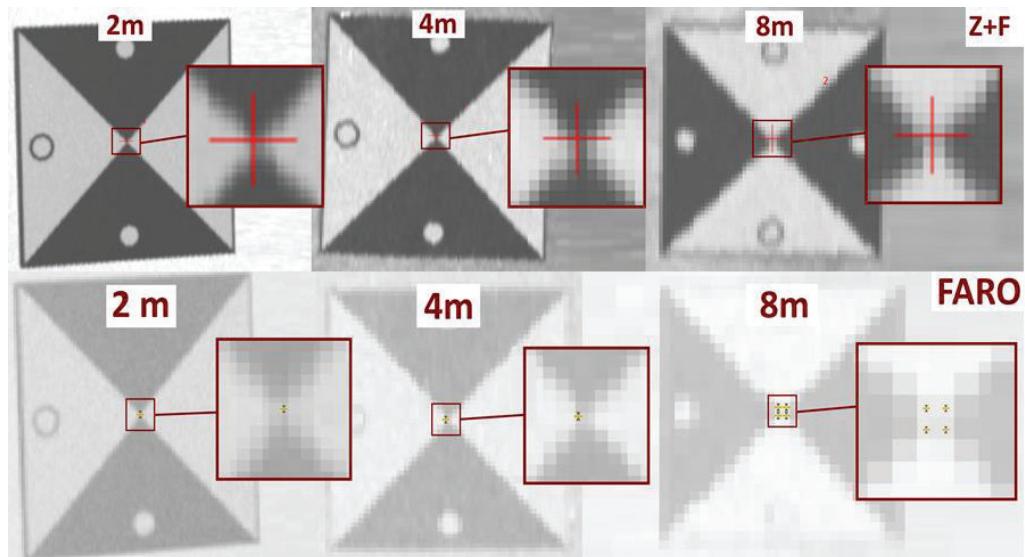


Abbildung 3-7: Zielerkennung bei verschiedenen Distanzen – Scantra (oben) und Scene (unten)

Dabei ist erwähnenswert, dass diese Zielpunkte nicht nur für die Verknüpfung der einzelnen Standpunkte, sondern vor allem für den Vergleich mit der übergeordneten Referenzmessung verwendet werden und demzufolge ausreichend genau bestimmt werden müssen.

Insgesamt weisen die Auswertungen nach „Zielmarken“ mit mittleren Abweichungen von $\bar{\Delta}_{ZF} = 6,3 \text{ mm}$ und $\bar{\Delta}_{Faro} = 7,0 \text{ mm}$ verhältnismäßig schlechte Ergebnisse auf. Dies ist durch eine geringe und suboptimale Verteilung von Zielmarken während der ersten Epoche zu erklären. Dies und die hohe Reflektivität der magnetischen Schachbrett-Adapter gehen als Erfahrungswerte in die zweite Epoche ein.

Die Auswertungen mittels „Punktwolkenfit“ und „georeferenzierten Koordinaten“ dienen lediglich den Erfahrungswerten und nachfolgenden Falschfarbenvergleichen, da die Methoden durch die Vorgaben nicht angewendet werden können.

Die Auswertung nach „Zielmarken & Ebenen“ weist mit $\bar{\Delta}_{ZF} = 1,4 \text{ mm}$ und $\bar{\Delta}_{Faro} = 4,3 \text{ mm}$ hingegen zufriedenstellende Ergebnisse auf. Die somit bestätigte

Annahme, dass die Geometrie des Treppenhauses ausreichend genau durch Laserscanning bestimmt werden kann, wird in der zweiten Epoche auf die Fragestellung der absoluten Orientierung erweitert.

3.2.3 Epoche 2

Da das Referenzfeld durch die TS30-Messung gemäß *Anhang A-III* zum Lot ausgerichtet wurde, erfolgt das Laserscanning in der 2. Epoche ebenfalls mit aktiviertem Kompensator. Angesichts der bisher schlechten Ergebnisse über die reine Zielmarkenerkennung, wurden die Papiermarken neu geklebt und durch Marken in den Treppenlaufmitten ergänzt. Zudem wurde über das Variieren der Stativhöhen darauf geachtet, nicht senkrecht auf die magnetischen Schachbrett-Adapter zu messen, um Totalreflexionen zu vermeiden.

Um die Transformation des REF-Systems in das REF_LOT-System erneut zu kontrollieren wurden die mittels der Methode „Zielmarken“ bestimmten Objektkoordinaten sowohl in das REF-System, als auch in das REF_LOT-System transformiert.

EPOCHE 2 (Zielmarken)

Datensatz Transformation	Abweichungen der ZF-Messungen [mm]					Abweichungen der FARO-Messungen [mm]				
	Residuen der Transformation "ZF_targets_unkomp" → REF (3D)					Residuen der Transformation "Faro_targets_unkomp" → REF (3D)				
	Pkt.	X	Y	Z	d	Pkt.	X	Y	Z	d
3D unkompensiert	1	-0,4	0,6	0,2	0,7	1	0,3	0,8	7,1	7,1
	2	0,8	-1,2	-1,2	1,9	2	2,4	-0,4	11,7	12,0
	3	0,0	0,6	-1,7	1,8	3	0,5	0,7	-0,9	1,2
	4	-0,5	0,0	-0,9	1,0	4	4,0	3,6	0,5	5,4
	5	-0,9	0,4	-0,5	1,1	5	0,6	-1,9	3,4	4,0
	6	-0,7	-0,7	1,1	1,5	6	1,7	0,9	-5,7	6,0
	11	0,4	1,1	0,5	1,2	11	-7,2	-3,8	-6,4	10,4
	14	0,0	-0,9	0,4	1,0	14	-1,2	-0,5	-5,4	5,5
	15	1,5	0,0	2,1	2,6	15	-1,0	0,6	-4,3	4,4
	Stabw.:		1,0	Mittel:	1,4	Stabw.:		4,6	Mittel:	6,2

Tabelle 3-4: Ergebnisse Epoche 2 (Zielmarken)

Bei der Betrachtung der abgekürzten Ergebnisse aus Tabelle 3-4 ist sofort ersichtlich, dass die FARO-Zielmarkenauswertung ($\bar{\Delta}_{Faro} = 6,2 \text{ mm}$) sich kaum durch die neu geklebten Marken verbessert hat, was auf die mangelhafte Punkterkennung der Scene-Software zurückzuführen ist. Der ZF-Datensatz hingegen erreicht durch die

zusätzlichen Zielmarken einen Genauigkeitsbereich, der zuvor nur durch die aufwendige Berücksichtigung von Ebenen erreicht wurde ($\bar{\Delta}_{ZF} = 1,4 \text{ mm}$). Des Weiteren ist zu erkennen, dass die kontrollierenden 3D-Transformationen in das alte REF- und das neue REF_Lot-System die gleichen Ergebnisse liefern. Wie zu erwarten war, werden die Residuen der Objektkoordinaten, die ohne Kompensation ausgewertet wurden, bei einer 2,5D-Transformation höher ($\bar{\Delta}_{ZF} = 4,2 \text{ mm}$ und $\bar{\Delta}_{Faro} = 11,5 \text{ mm}$). Als neue Erkenntnis ergibt sich, dass die kompensierten FARO-Objektkoordinaten eine Genauigkeitssteigerung auf $\bar{\Delta}_{Faro} = 4,2 \text{ mm}$ hervorrufen, was bei *Epoche_1* nur unter Berücksichtigung von Ebenen erreicht wurde. Das wichtigste Ergebnis der zweiten Epoche ergibt sich aus der letzten Betrachtung. Hier wird sichtbar, dass der kompensierte ZF-Datensatz bei einer 2,5D-Transformation eine deutliche Verschlechterung der Genauigkeit bewirkt. Daraus ergibt sich die in Kapitel 3.3 diskutierte Annahme, dass die Scantra-Software keine Neigungskompensation anbringt.

Zielmarken & Ebenen		Residuen der Transformation "Faro_targets_Ebenen_Lot" → REF_Lot(2,5D)
		Pkt. X Y Z d
		... siehe Anhang-A (V)
		Stabw.: 2,2 Mittel: 3,2
Ebenen Punktwolkenfit		Residuen der Transformation "Faro_targets_Ebenen_fit" → REF_Lot(2,5D)
		Pkt. X Y Z d
		... siehe Anhang-A (V)
		Stabw.: 2,8 Mittel: 4,2
Ebenen Georeferenzierung	Residuen der Transformation "ZF_targets_Ebenen_ref" → REF_Lot(2,5D)	Residuen der Transformation "Faro_targets_Ebenen_ref" → REF_Lot(2,5D)
	Pkt. X Y Z d	Pkt. X Y Z d
	... siehe Anhang-A (IV)	... siehe Anhang-A (V)
	Stabw.: 1,0 Mittel: 0,9	Stabw.: 1,5 Mittel: 2,0

Tabelle 3-5: Ergebnisse Epoche 2 (Ebenen, Punktwolkenfit, Georeferenzierung)

Da bei den ZF-Datensätzen keine Kompensation erfolgt, wurden diese für die Bewertung der äußereren Genauigkeit in der *Epoche_2* nicht weiter betrachtet. Tabelle 3-5 zeigt, dass durch die zusätzliche FARO-Beobachtung der Lotkomponenten auch die Auswertung mittels „Zielmarken und Ebenen“ genauere Ergebnisse liefert ($\bar{\Delta}_{Faro} = 3,2 \text{ mm}$).

3.3 Kompensator

Um die Funktion des ZF-Kompensators erneut zu überprüfen und die Genauigkeit des FARO-Kompensators abzuschätzen wurde das von der Hochschule Neubrandenburg angelegte *Scanner-Kalibrierfeld* mit höchster Auflösung aufgemessen. Das Kalibrierfeld besteht aus 14 in verschiedenen Höhen, an Stützpfählen angebrachten Zielzeichen. Die Zielzeichen wurden mit Hilfe eines Adapters durch den Kooperationspartner INGENIEURTEAM NORD GbR mittels FARO-Lasertracker lotrecht eingemessen. Die Auswertung analog zu Abschnitt 3.2 ergibt:

Residuen der Transformation "ZF_Lot" → Kalibrierfeld (3D)				
Pkt.	X	Y	Z	d
1	-0,3	-0,8	-0,9	1,2
2	0,7	0,7	-0,1	1,0
3	-0,1	-0,4	0,0	0,4
4	0,0	-0,2	-0,7	0,7
5	-0,9	0,1	-0,6	1,1
6	0,3	0,9	-1,1	1,4
7	-0,2	-0,1	1,0	1,1
8	0,3	0,0	0,1	0,3
9	0,3	-0,3	1,3	1,3
10	-0,5	-0,5	-0,2	0,7
11	0,2	0,4	-0,9	1,0
12	0,2	0,5	0,2	0,5
13	0,3	-0,2	-0,2	0,4
14	-0,1	-0,1	2,0	2,0
Stabw.:		0,5	Mittel:	0,9

Residuen der Transformation "Faro_Lot" → Kalibrierfeld (3D)				
Pkt.	X	Y	Z	d
1	-1,6	19,7	-5,5	20,5
2	-3,9	0,3	2,6	4,7
3	-10,2	2,9	-4,1	11,4
4	0,0	5,9	-1,6	6,1
5	0,9	-0,6	4,3	4,4
6	4,4	-2,6	2,5	5,7
7	-1,6	-10,7	-0,6	10,8
8	-2,7	-5,6	-1,2	6,3
9	2,5	3,4	-2,5	4,9
10	5,1	-1,6	-0,6	5,4
11	3,1	-0,2	5,7	6,5
12	-3,0	-2,6	2,5	4,7
13	-0,4	3,7	-2,8	4,7
14	7,6	-12,2	1,4	14,4
Stabw.:		4,7	Mittel:	7,9

Residuen der Transformation "ZF_Lot" → Kalibrierfeld (2,5D)					Residuen der Transformation "Faro_Lot" → Kalibrierfeld (2,5D)				
Pkt.	X	Y	Z	d	Pkt.	X	Y	Z	d
... Siehe Anhang-A (VII)									
Stabw.:	4,0	Mittel:	5,9		Stabw.:	4,7	Mittel:	7,9	

Tabelle 3-6: Ergebnisse Kalibrierfeld

Auch hier bestätigt sich die Vermutung, dass die Scantra Software keine Kompensation berücksichtigt. Neben der hervorragenden Genauigkeit der ZF-Messung, schneidet die FARO-Messung deutlich schlechter ab. Abbildung 3-8 verdeutlicht den Zusammenhang zwischen der Zielpunktentfernung und den Transformationsresiduen.

Entfernungsabhängige Abweichungen

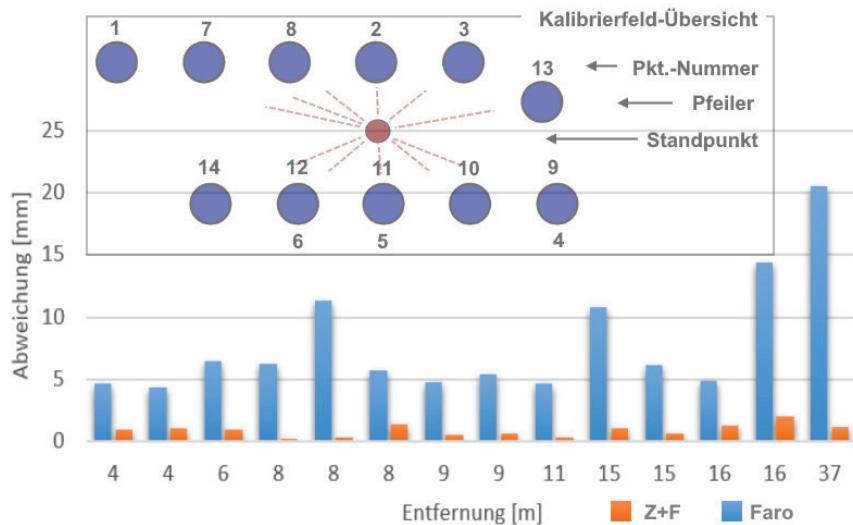


Abbildung 3-8: Entfernungsabhängige Abweichungen der Kalibrierfeldmessung

Diese Abweichungen werden wieder der mangelhaften Zielpunkterkennung der Scene-Software zugeschrieben, besonders da die Zielzeichen des Kalibrierfeldes ein um 45° rotiertes Schachbrettmuster aufweisen (☒) und die Bedienungsanleitung der Scene-Software senkrechte Schachbrettmuster empfiehlt (☐).

Beim Reduzieren der FARO-Daten auf Zielpunkte mit < 15 m Entfernung ergeben sich gemäß Tabelle 3-7 ähnliche Ergebnisse wie bei der zweiten Epoche.

Residuen der Transformation				
"Faro_Lot" → Kalibrierfeld_red (2,5D)				
Pkt.	X	Y	Z	d
... Siehe Anhang-A (VIII)				
Stabw.:	2,4	Mittel:	3,3	

Tabelle 3-7: Ergebnisse Kalibrierfeld (auf <15 m reduzierte Punktauswahl)

Über die gemäß Kapitel 2.3.4 programmierte Helmert-Transformation ergibt sich, dass das Objektkoordinatensystem lediglich um $\omega \approx 1 \text{ mgon}$ und $\phi \approx 4 \text{ mgon}$ geneigt werden musste. Daraus entsteht die Fragestellung, ob der Kompensator genauer ist, als im Datenblatt^[5] angegeben.

Für die genaue Untersuchung des FARO-Kompensators wurde ähnlich dem Versuch von MECHELKE & KERSTEN (2008) ein kreisförmiges Messfeld abgesteckt. Dabei wurden alle 30° , insgesamt 12 Stative mit $\Delta h < 3 \text{ cm}$ grob auf die gleiche Höhe abgesteckt. Der Aufbau ähnelt einer Uhr, in deren Zentrum nacheinander ein DAN03-Nivellier, der FARO-Focus 3D und ein Leica TS15 Tachymeter aufgebaut werden.



Abbildung 3-9: Messaufbau Kompensatorprüfung

Die Entfernung der Stative ergibt sich aus einem Kompromiss zwischen:

- Einer detektierbaren bzw. möglichst großen Abweichung aufgrund der Restneigung (*große Distanz*)
- Einen möglichst geringen Punkterkennungsfehler (*kleine Distanz*)

Untersuchungen haben ergeben, dass der Punktfehler bei einer Auflösung von $\frac{3 \text{ mm}}{10 \text{ m}}$ ab 8 m durch die mangelhaften Subpixel-Algorithmen deutlich ansteigt. Gleichzeitig

hätte die angegebene Kompensator-Genauigkeit von 16 mgon einen Einfluss von detektierbaren $\approx 2 \text{ mm}$. Aufgrund der Begrenzungen des größten zur Verfügung stehenden Raumes (Mensa der Hochschule Neubrandenburg), wurde ein Radius von 7.5 m gewählt.

Für die Messung wurde zunächst die Lage der Stative mittels TS15 auf $\Delta xy \pm 5 \text{ cm}$ abgesteckt. Eine näherungsweise gleiche Höhe ergibt sich durch die Verwendung der gleichen Stative, Stativhalterungen und Stativeinstellungen. Die mit übergeordneter Genauigkeit bestimmten Höhen wurden mittels DNA03 als fehlerfrei angesehene SOLL-Höhen aufgemessen. Dafür wurden die baugleichen *tilt & turn-targets* mit einer speziellen Nivellierlatte des „Messen-Forschen-Prüfen-Instituts e.V.“ durch Mittelbildung der linken und rechten Seite der Zieltafelhalterung in *Hin- und Rückmessung* bestimmt. Über das Fertigungsverfahren und somit den Nullpunkt- und Maßstabsfehler der Nivellierlatte ist nichts bekannt. Da jedoch ausschließlich relative Beobachtungen des gleichen Ausschnitts verwendet werden, sind diese zu vernachlässigen. Nach der Messung der SOLL-Höhen, erfolgt die Messung der IST-Höhen mittels FARO-Laserscanner. Das Messfeld wird bei einer Punktauflösung von $\frac{3 \text{ mm}}{10 \text{ m}}$ einmal mit und einmal ohne Kompensation gescannt. Abschließend werden die *targets* über reflektorlose TS15-Messungen als übergreifende Kontrolle für die spezielle Nivellierlatte und die Position der Zielzeichen eingemessen.

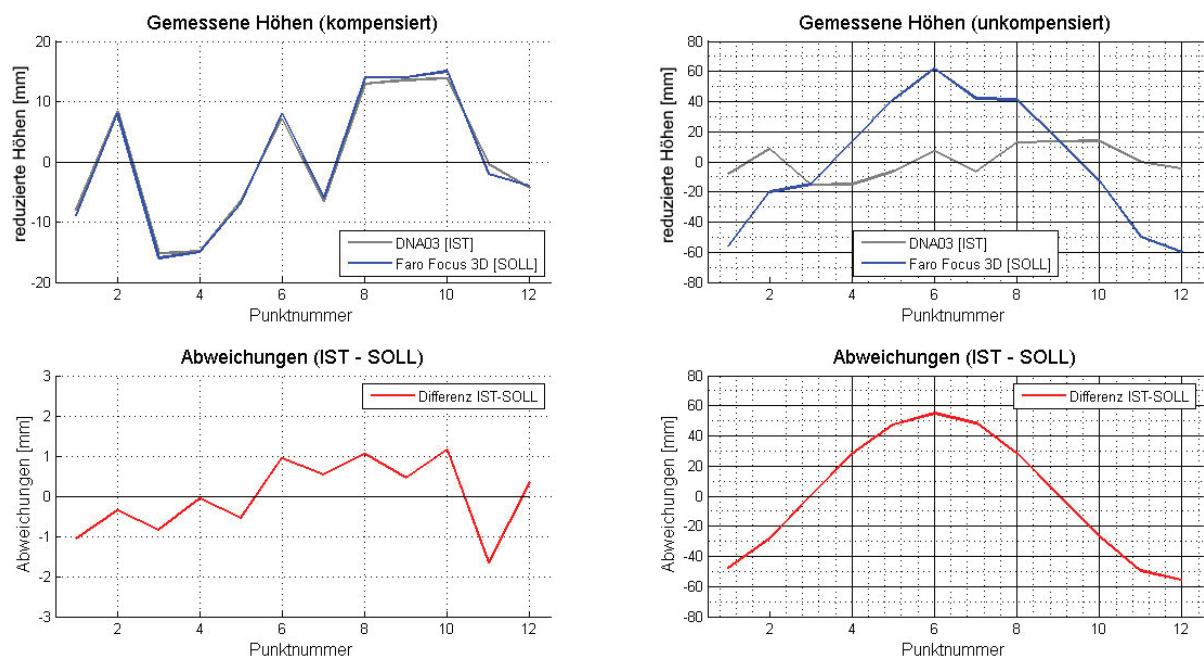
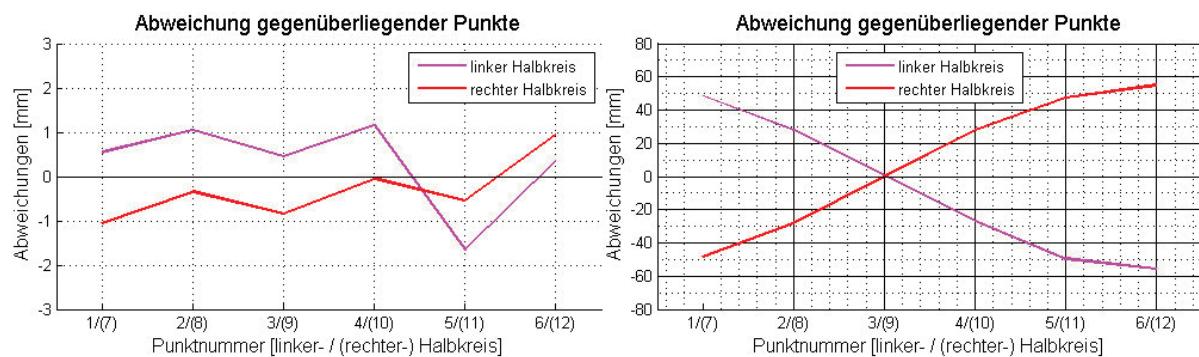


Abbildung 3-10: Auswertung der Kompensatorprüfung (links kompensierte Daten; rechts uncompensierte Daten)

Die Standardabweichung der Differenz zwischen reduzierten Tachymeter- und Nivellierdaten beträgt $0,2\text{mm}$, sodass zum einen im gesamten Zeitraum der Messungen keine Bewegungen der Zielzeichen stattgefunden hat und zum anderen die Nivelliermessung für die Zwecke der Auswertung als fehlerfrei angenommen werden kann. Die Standardabweichung der Differenz zwischen Nivellier und kompensierter FARO-Messung aus Abbildung 3-10 (links unten) beträgt $0,9\text{mm}$. Diese Differenz beinhaltet für jeden Punkt einen Punkterkennungsfehler ε_p und den Fehler der Restneigung ε_α . In Abbildung 3-10 (rechts unten), der Darstellung der unkompenzierten Daten, ist klar ersichtlich, dass die Abweichungen eine Sinuskurve beschreiben. Bei Vernachlässigung von ε_p und Unterstellung der gleichen Zielzeichen-Entferungen, beschreibt der Graph durch das lineare Verhältnis $\sin(\varepsilon_\alpha) = \Delta h$ die Restneigung.

Wird der Kreis nun in gegenüberliegende Punkte eingeteilt, also in die Halbkreise $1 - 6$ (rechter Halbkreis) und $7 - 12$ (linker Halbkreis), besteht die Differenz der Halbkreise in jedem Punkt aus: $Abw_i - Abw_{i+6} = \pm\varepsilon_{p(i)} + \varepsilon_{\alpha i} - \varepsilon_{\alpha i} \pm \varepsilon_{p(i+6)}$. Da der Laserscanner im Zentrum der gedachten Kreisebene steht, werden gegenüberliegende Punkte von der selben Neigung mit unterschiedlichem Vorzeichen beeinflusst. Die Auswirkung der Stativ-Lageabweichung kann bei $\bar{\Delta}xy = 45\text{ mm}$ aufgrund der geringen Gesamtneigung der gedachten Kreisebene mit $\frac{15\text{ mm}}{7,50\text{ m}}$ vernachlässigt werden, da die Neigung lediglich um $\approx 0,4\% \approx 0,05\text{ mgon}$ beeinflusst wird. Demzufolge wird bei der Summenbildung gegenüberliegender „Abweichungs-Halbkreise“ die Restneigung ε_α eliminiert.



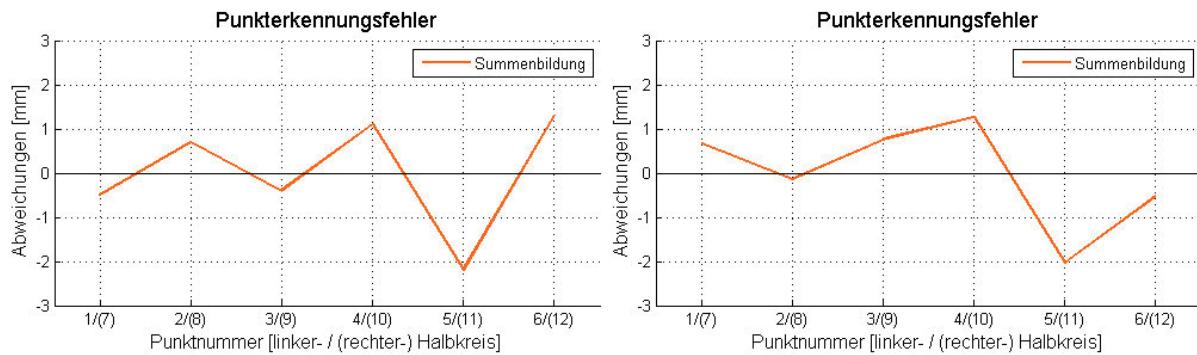


Abbildung 3-11: Auswertung Kompensatorprüfung: Summenbildung gegenüberliegender „Abweichungs-Halbkreise“ (links kompensierte Daten; rechts unkomplizierte Daten)

Das Ergebnis der Summenbildung ist demzufolge die Summe der spezifischen Punkterkennungsfehler zweier gegenüberliegender Punkte. Zurückgerechnet aus der Standardabweichung der Punktfehlersumme ergibt sich die Standardabweichung $\sigma_{\varepsilon_p} = 0.6 \text{ mm}$.

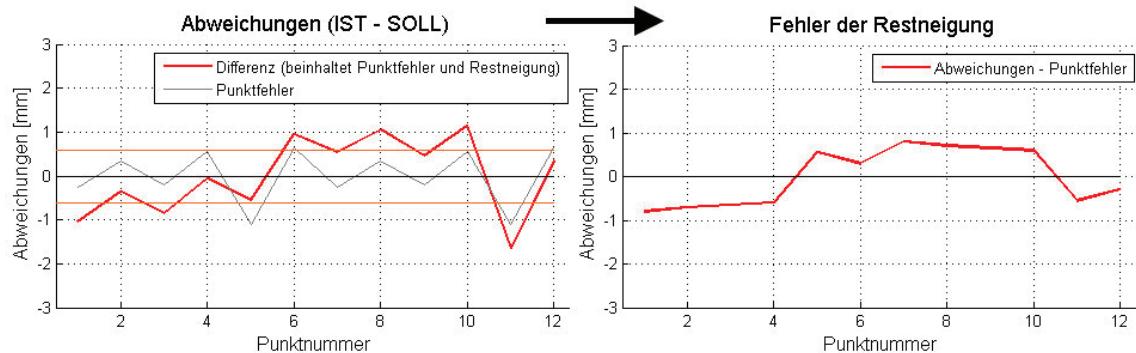


Abbildung 3-12: [kompensierte Daten] Gegenüberstellung Gesamtabweichung und Punktfehler (links) und aus Differenzbildung resultierender Fehler der Restneigung (rechts)

Wird nun in Abbildung 3-12 (links) die Hälfte der Punktfehlersumme mit den Gesamtabweichungen der kompensierten Daten dargestellt, ergibt sich bei Differenzbildung gemäß Abbildung 3-12 (rechts) der übrig bleibende Fehler der Restneigung. Diese Kurve könnte als Sinuskurve interpretiert werden. Unabhängig von dieser Hypothese entspricht die Standardabweichung der Restneigung $\sigma_{\varepsilon_a} = 0,7 \text{ mm}$. Eine somit berechnete Neigung von $\frac{0,7 \text{ mm}}{7,5 \text{ m}}$ oder, eine über die minimale-/ maximale aufgetretene Neigungsabweichung von $\frac{1,6 \text{ mm}}{15 \text{ m}}$ lässt auf eine Kompensator-Ungenauigkeit von $< 7 \text{ mgon}$ schließen.

Eine Überprüfung dieser Berechnungsmethode ist durch eine lotrechte Helmert-Transformation gegeben. Die Transformation der kompensierten FARO-Daten in einen Datensatz, bestehend aus Tachymeter-Lagedaten und Nivellier-Höhendaten, gibt über die Z-Residuen Aufschluss über die Restneigung. Das Mittel aus gegenüberliegenden Z-Residuen beträgt $\frac{0,8 \text{ mm}}{7,5 \text{ m}} \rightarrow 6,8 \text{ mgon}$.

In einem direkten Gespräch mit einem Entwicklungingenieur der Zoller und Fröhlich GmbH auf der INTERGEO 2018 klärt sich die Fragestellung des IMAGER5010-Kompensators. Der verbaute MEMS-Sensor¹³ verfügt ab dem Serienmodell IMAGER5010C über die Möglichkeit der dynamischen Kompensation. Der IMAGER5010 verfügt als Vorgänger zwar über den gleichen Sensor, jedoch nicht über die entsprechende Software zur Ansteuerung, welche die dynamische Kompensation regelt. Gegen einen Aufpreis kann dieses Problem durch ein Firmware Update gelöst werden. Da dies im Zeitraum der Masterarbeit nicht möglich war, wird auf die weitere Betrachtung des ZF-Laserscanners verzichtet.

3.4 Treppenhausmessung Proseken

Der erste Anwendungsfall, auf dessen Datengrundlage die *Software zur Ermittlung der maximalen Abmessungen des Aufzugschachts* entwickelt werden soll liegt zehn Kilometer nordwestlich von Wismar in dem Ort Proseken. Die Treppenaufgänge der Kirschenalle 1 und 4 sollen durch den Projektpartner ZUROW BAU GmbH mit innenliegenden Aufzugsanlagen ausgestattet werden. Dafür werden die Treppenaufgänge neben den herkömmlichen Methoden der Baufirma auch durch Laserscanning aufgenommen. Anhand dieses Beispiels sollen dem Projektpartner die Möglichkeiten der 3D-Vermessung aufgeführt und daraus wiederum gemeinsame Zielvorgaben für die Entwicklung der Software formuliert werden.

¹³ MEMS-Sensor: „Microelectromechanical systems“ Inertialsensor mit einem Arbeitsbereich von $\pm 0,5^\circ$



Abbildung 3-13: Messobjekt Prosekken (links) mit geplantem Anbau (rechts) Quelle: FICHTLER (2017)

Die Treppenhäuser sind ca. 2,20 m breit und ca. 4,75 m lang (ca. 2,75 m Treppenlauf und jeweils ca. 1,00 m Podestlänge). Die Gesamthöhe vom Keller bis zur Dachgeschossdecke beträgt ca. 13,5 m. Da sich die Geometrie des Prosekener-Treppenhauses (durch die geringe Breite), von der des Treppenhauses der Hochschule unterscheidet, soll das Laserscanning erneut durch eine Kontrollmessung überprüft werden. Eine grobe Kontrolle wird erreicht, indem die Schachbrettmarken über 3 Tachymeterstandpunkte eingemessen und mit den Ergebnissen des Laserscannings verglichen werden.

Residuen der Transformation "targets_lot" → Kirschenallee_1 (3D)				
Pkt.	X	Y	Z	d
1	1,1	-1,4	-1,8	2,5
2	-2,1	-2,8	-0,4	3,5
3	-2,1	3,2	-3,6	5,3
4	1,4	1,7	-0,6	2,3
5	1,1	-0,5	1,0	1,6
6	1,6	-0,2	-1,6	2,3
201	-2,3	2,3	-0,1	3,3
202	-1,2	0,3	0,1	1,2
203	-0,5	2,3	1,6	2,8
204	2,0	1,3	1,1	2,6
205	1,1	-1,1	1,2	2,0
301	0,0	-3,8	1,3	4,1
302	-0,2	-1,1	2,0	2,3
Stabw.:		1,1	Mittel:	2,8

Residuen der Transformation "targets_lot" → Kirschenallee_1 (2,5D)				
Pkt.	X	Y	Z	d
... Siehe Anhang-A (VI)				
Stabw.:	3,6	Mittel:	3,3	

Residuen der Transformation "targets_Ebenen" → Kirschenallee_1 (2,5D)				
Pkt.	X	Y	Z	d
... Siehe Anhang-A (VI)				
Stabw.:	5,5	Mittel:	4,9	

Residuen der Transformation "Punktwolkenfit" → Kirschenallee_1 (2,5D)				
Pkt.	X	Y	Z	d
... Siehe Anhang-A (VI)				
Stabw.:	3,9	Mittel:	3,6	

Tabelle 3-8: Ergebnisse Vergleichsmessung Kirschenallee 1

Die mittleren Abweichungen der Auswertung mittels „Zielmarken“ liegt bei $\bar{\Delta}_{Faro} = 3,3 \text{ mm}$. Da sowohl die reflektorlose Messung der drei polar angehängten Tachymeterstandpunkte, als auch die Laserscans mit einer Punktauflösung von $\frac{7,7 \text{ mm}}{10 \text{ m}}$ fehlerbehaftet sind, dient der Vergleich lediglich als grobe Kontrolle. Die Auswertung der Vergleichsmessung ergibt Genauigkeiten im Bereich der Auswertung der Referenzmessung gemäß Kapitel 3.2 und gilt somit als kontrolliert. Erkennbar ist, dass die Auswertung mittels „Zielmarken & Ebenen“ ungenauere Ergebnisse liefert. Grund dafür ist die Nichteinhaltung von Mindestabständen aufgrund der geringen Treppenhausabmessungen. Während einzelne Zielpunkte nur selten $< 0,60 \text{ m}$ Abstand vom Instrument aufweisen, gilt das nicht für komplett Wandflächen, die für eine Ebenen-Approximation verwendet werden. Durch eine Vielzahl von Punkten, die außerhalb des Eindeutigkeitsbereichs ($0,60 \text{ m} - 130 \text{ m}$) liegen, gehen die Ebenenparameter als ungenaue Beobachtung in die Standpunkt-Transformationen ein. Diese Erkenntnis muss in der Formulierung der „Mess- und Auswertestrategie“ berücksichtigt werden.

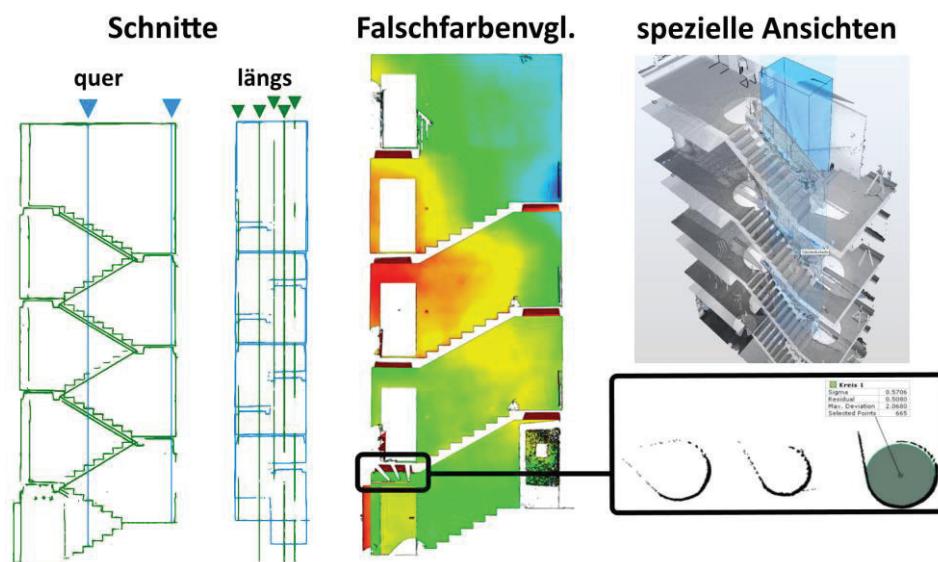


Abbildung 3-14: Auszug aus übergebenen Daten

Als Ergebnisse wurden ausgerichtete Schnitte, Falschfarbenvergleiche, spezielle Ansichten und Koordinatendateien übergeben. Daraus folgten die Anforderungen an die zu entwickelnde Software. Die Aufgaben der Software sind durch die Darstellung von Schnitten und Falschfarbenvergleichen, sowie der Berechnung des optimalen Aufzugschachts gegeben.

Zusammenfassung Kapitel 3:

Die Ergebnisse der Voruntersuchungen der Epoche 1 (*Anhang A-I & Anhang A-II*), der Epoche 2 (*Anhang A-IV & Anhang A-V*), der Prosekener Messung (*Anhang A-VI*) und der Kompensatormessung (*Anhang A-VII bis Anhang A-X*) werden in folgender Tabelle zusammengefasst.

Messaufbau	Laserscanner:	ZF 5010		FARO		Bemerkungen	
		Stabw. [mm]					
		3D	2,5D	3D	2,5D		
Epoche 1	Zielmarken	4,6		5,2		Geringe Genauigkeit wird durch die schlechte Verteilung der Zielmarken in Epoche 1 begründet.	
	Zielmarken & Ebenen	0,9		2,8			
	Zielmarken & Ebenen & ref	0,6		0,6			
Epoche 2	Zielmarken(Lot)	1,0	2,8	2,8	2,7	Die Betrachtung von Epoche 2 ergibt, dass der ZF-Laserscanner keine Kompensation anbringt. Die FARO-Ergebnisse werden durch das Einsetzen des Kompensators verbessert.	
	Zielmarken(Lot) & Ebenen			2,2	2,2		
	Zielmarken(Lot) & Ebenen & ref			1,5	1,5		
Prosekten	Zielmarken(Lot)			1,8	2,1	Kurze Zielweiten folgern schlechte Ebenenberechnung durch Nichteinhalten des Mindestabstands. Schlussfolgerung: Standpunkte in Treppenmitte benötigt.	
	Zielmarken(Lot) & Ebenen			2,5	3,6		
Kompensator	Kalibrierfeld mit (10m < Dist. < 15m)	0,7	4,3	2,5	2,6	FARO wird bei Zielweiten > 15 m deutlich schlechter. Kompensator-Unsicherheit $\approx 7 \text{ mgon}$. Punkterkennungsfehler $\approx 0,6 \text{ mm}$	
	Kompensatorprüfung Stabw. der Z-Residuen:			0,8	1,1		

Tabelle 3-9: Zusammenfassung der Voruntersuchungsergebnisse

4 Softwareentwicklung

Um die Machbarkeit des Vorhabens zu demonstrieren, bedarf es einen Softwareprototyp. Der folgende Abschnitt behandelt die Umsetzung der hergeleiteten Funktionen, Entwicklung von Algorithmen und programmiertechnische Hürden unter MATLAB R2013a. Eine umfassende Beschreibung der einzelnen Funktionen befindet sich in der Kopfzeile der `GUI_Prototyp.m` – Datei im *Anhang C*.

4.1 Helmert-Transformation

Für den Vergleich der Referenz- und Testmessungen in Abschnitt 3 wird eine Helmert-Transformation benötigt. Nach Aufstellen des funktionalen Modells gemäß Abschnitt 2.3.2, bedarf es einer Kontrolle des Programmcodes. Dafür werden simulierte Daten *hin-* und *zurück* transformiert.

```
ref = [[round(10*rand(10,3))], [ones(10,1)]] % homologe Koordinaten

% simulierte Rotation'
omega = 15/(180/pi);
phi = 40/(180/pi);
kappa = 25/(180/pi);

R1 = [1 0 0; 0 cos(omega) sin(omega); 0 -sin(omega) cos(omega)];
R2 = [cos(phi) 0 -sin(phi); 0 1 0; sin(phi) 0 cos(phi)];
R3 = [cos(kappa) sin(kappa) 0; -sin(kappa) cos(kappa) 0; 0 0 1];

R = R3*R2*R1;
Rn = [R, [0;0;0]; 0 0 0 1];

% Simulierte Translation
dx = 5; dy = -5; dz = 2;
t = [eye(3,3), [dx;dy;dz];[0 0 0 1]];

% simulierter Maßstab
m= 1 + 5000*10^-6;
S = [m 0 0 0; 0 m 0 0; 0 0 m 0; 0 0 0 1];

% Transformationsmatrix
T = t*S*Rn;
% Transformation: X = t*S*R*x
for i = 1:length(ref)
    x = [ref(i,1), ref(i,2), ref(i,3), 1]';
    obj(i,:)= T*x;
end
obj=obj (:,1:3);
```

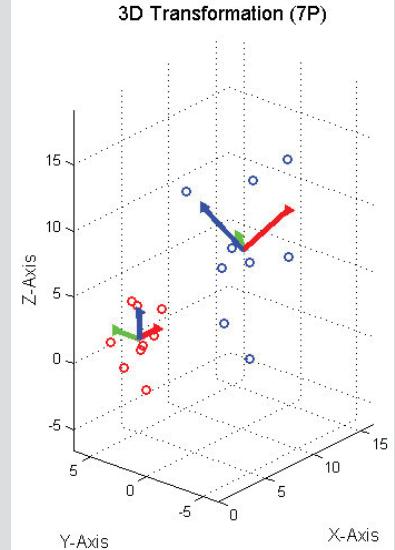


Tabelle 4-1: simulierte Daten (Auszug aus Anhang C – „helmert3d.m“)

Eine gängige Form ist die Anwendung der Transformationsparameter über die Transformationsmatrix. Sie enthält die Informationen über die 7 Parameter und kann direkt auf den Spaltenvektor der Beobachtungen multipliziert werden.

$$\begin{aligned}
 X' &= T * X \rightarrow & X' &= t * S * R * X \\
 \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} dx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & dy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dz & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & 0 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & 0 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} & (4.1-1)
 \end{aligned}$$

In dem obigen Beispiel wurden demnach zufällig generierte Koordinaten um $dx = 5 \text{ m}$, $dy = -5 \text{ m}$, $dz = 2 \text{ m}$ verschoben, um $\omega = 15^\circ$, $\phi = 40^\circ$, $\kappa = 25^\circ$ rotiert und um den Faktor $m = 1,005$ skaliert.

Nach dem Aufstellen des funktionalen Modells für die Parameterschätzung, liegt die einzige programmiertechnische Herausforderung darin die A -Matrix aufgrund ihrer Größe fehlerfrei aufzustellen. Um grobe Fehler zu vermeiden, kann das symbolische Ableiten der Matlab-Software genutzt werden. Die so entstandenen Elemente der Formel (2.3-14) können über einfache suchen/ersetzen Textverarbeitungsfunktionen in den Programmcode kopiert werden. Die im *Anhang C* dokumentierte Helmert-Transformation kontrolliert anschließend die Rücktransformation der simulierten Daten mit mittleren Residuen von $\bar{\Delta} \approx 10^{-16} \approx \text{eps}$ ¹⁴, was bei 64-bit Fließkommazahlen der Rechengenauigkeit entspricht. Für eine weitere Kontrolle wurde ein Datensatz über den zu kontrollierenden Programmcode, die Jag3d-Software (LÖSLER, 2017) und einem Programmcode der TU-München (WASMEIER, 2017) transformiert, wobei der *RMS*¹⁵ der verschiedenen Ansätze lediglich um 10^{-12} variiert.

4.2 Best-fit Ebene

Um die Algorithmen der Best-fit Ebene gegeneinander abzuwägen, werden die im digitalen Anhang gespeicherten Datensätze '`wand_o_red.asc`' (1k Pkt.), '`wand_o_100_max.asc`' (6k Pkt.), '`wand_o_50.asc`' (25k Pkt.) und '`wand_o_15.asc`' (300k Pkt.) genutzt. Die Datensätze sollen mittels den im *Anhang-C* dokumentierten

¹⁴ eps = Maschinengenauigkeit

¹⁵ RMS = mittlerer quadratischer Fehler (engl. root mean square)

Programmen *Gauß-Helmert-Ebene* und *RANSAC-GH-Ebene*, sowie der JAG3D-Software analysiert werden.

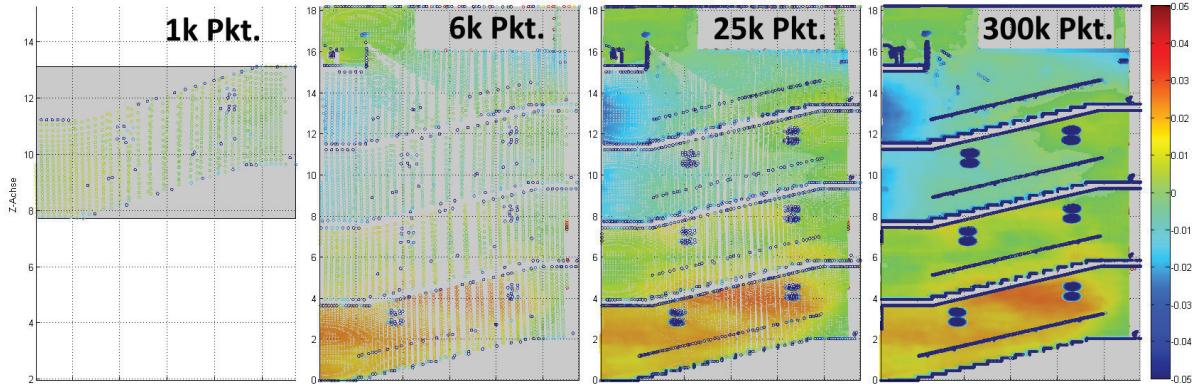


Abbildung 4-1: Übersicht der Datensätze

4.2.1 Gauß-Helmert-Ebene

Eine Besonderheit bei der Programmierung der „**Gauß-Helmert-Ebene**“ ist die Darstellung der B -Matrix als Sparse-Datentyp, wobei lediglich die Diagonalelemente abgespeichert werden.

```
B=spdiags(repmat([X_dach(1),X_dach(2),X_dach(3)],np,1),[0,np,2*np],np,3*np);
```

Tabelle 4-2: sparsame Definition der B-Matrix

Dabei dient der `repmat`-Befehl (*repeatedly copy array*) dem Kopieren der Parameter in Diagonalelemente und der `spdiags`-Befehl dem Extrahieren der drei Matrixbänder. Als Konvergenzgrenze wird $\text{EPSILON} = 10^{-12}$ gewählt.

Gemäß Tabelle 4-2 funktioniert eine exakte Berechnung der Ebenen-Parameter über 1.000 Punkte problemlos in ≈ 1 Sekunde. Bei 6.000 Punkten werden jedoch schon 34 Sekunden benötigt und eine Berechnung von 25.000 Punkten ist durch die Begrenzung des Arbeitsspeichers nicht mehr möglich. Ausgehend von einem stochastischen Modell mit korrelierten Beobachtungen, würde die Bildung von $\text{Inv}(BQBT)^{(r \times r)}$ nicht lediglich r -maliges berechnen des Kehrwerts der Spur bedeuten. Sondern hier wären alleine bei 100 3D-Punkten für die Invertierung $\text{Inv}(BQBT)^{(100 \times 100)}$ bereits $100! * 100 \approx 10^{158}$ Rechenoperationen nötig. Jedoch stößt der Algorithmus selbst beim Umgehen der Inversenbildung durch unkorrelierte

Betrachtungen an die Grenzen der Rechenkapazität. Der RAM¹⁶ wird bei 25.000 3D-Punkten schon durch die Initialisierung der $\Sigma_{LL}^{(75.000 \times 75.000)}$ ausgelastet. Auch der auf JAVA-basierende JAG3D-Code benötigt ca. 5 Minuten für die Berechnung der Formparameter über 25.000 Punkte. Daraus ist ersichtlich, dass für die Ebenen-Approximation bei großen Datenmengen eine alternative Berechnungsmethode benötigt wird.

4.2.2 RANSAC-GH-Ebene

Dafür wird die Gauß-Helmert Ebeneneinpassung auf einen, den **RANSAC-Algorithmus** ähnlichen, Ansatz erweitert. Für den „random sample consensus“-Ansatz wird eine zufällige Stichprobe der Größe M gewählt, über welche die Modellparameter bestimmt werden. Dieser Vorgang wird dann mit N Iterationen wiederholt, woraufhin der *beste* Modellsatz ausgewählt wird. Die Auswahl der *besten* Parameter kann dabei über empirische Grenzwerte oder den Mittelwert/ Median aller Lösungen ermittelt werden. Für eine konvergierende Lösung ist die Wahl von M und N maßgebender Faktor.

```

GG = load('Wand.asc'); %Grundgesamtheit
a = size(Punkte,1); b = 1; %obere/ untere Grenze für die Random-Auswahl
N = 250; %Anzahl der RANSAC-Iterationen
M = 250; %Anzahl Random-Punkte
XX = zeros(N,4); %Parameterspeicher initialisieren
Punkte_ran = zeros(M,3);
for ran=1:N
    r = round((b-a)*rand(M,1) + a); %Random-Auswahl
    for i=1:length(r)
        Punkte_ran(i,:) = GG(r(i),:);
    end
%... Durchführen der GH-Ebenenausgleichung für „Punkte_ran“
XX(ran,:) = X_dach(:); %Parameter der aktuellen Iteration speichern
end

```

Tabelle 4-3: Realisierung der RANSAC- Stichprobe und Iteration

Die Berechnung vieler Iterationen bringt bei einer Ebene mit einer $n - \text{Komponente} \approx 0$ den Nachteil mit sich, dass die *besten* Parameter nicht einfach durch Mittelbildung bestimmt werden können. Dafür muss zunächst auf die Gesamtheit der Lösungen eine Signum-Funktion angewendet werden, um die

¹⁶ RAM: Arbeitsspeicher (u.u. wird dem Programm nur ein Teil des Gesamtspeichers zugewiesen)

Vorzeichen zu interpretieren. Die Mittelbildung und Vorzeichenwahl ergibt sich anschließend durch die Mehrheit der vorherrschenden Vorzeichen.

Für die Genauigkeitsbeurteilung der auf den RANSAC-Ansatz erweiterten Gauß-Helmert Ebenenapproximation erfolgt ein SOLL – IST Vergleich. Als SOLL-Werte dienen die, für den jeweiligen Datensatz bestimmten, Parameter der klassischen Gauß-Helmert-Ebene. Für den IST-Wert soll die erreichte Genauigkeit bei verschiedener Stichprobengröße und Iterationsanzahl begutachtet werden, um ein Optimum zu finden. Dafür wird die Stichprobengröße und die Iterationszahl über eine doppelte *for*-Schleife von 0 – 500 mit einer Schrittweite von 50 variiert. Jedes Ergebnis wird mit dem jeweiligen SOLL-Wert verglichen und die resultierende Abweichung einem Grenzwert gegenübergestellt. Eine Änderung in einer Komponente des Normalenvektors von 0 bis 1 bewirkt eine 90° Rotation im Ebenensystem. Daraus folgt, dass ein Grenzwert von $\hat{\Delta}_n = 10^{-4}$ eine maximale Veränderung von 1 mm auf eine Treppenhauslänge von 6 m bewirkt. Der Grenzwert für den Abstandsparameter kann als metrisches Maß direkt auf 0,5 mm gesetzt werden.

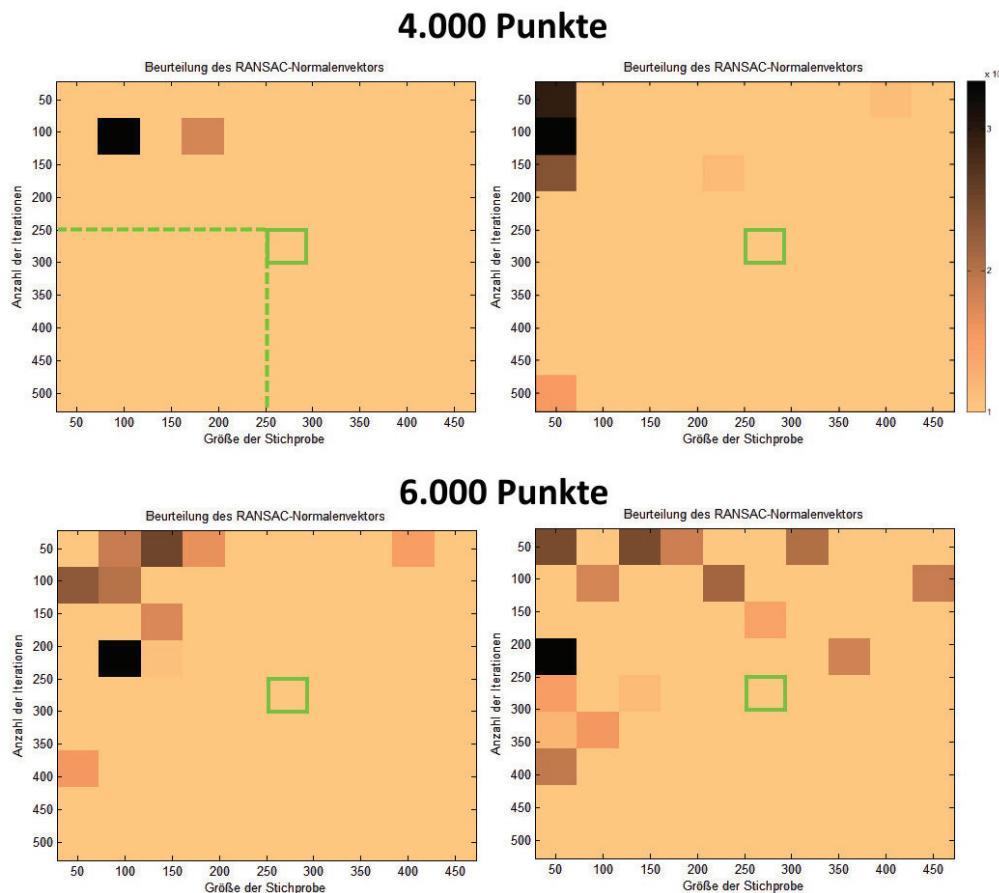


Abbildung 4-2: RANSAC SOLL/IST- Vergleich für verschiedene Stichprobengröße und Iterationsanzahl

Die Vergleiche wurden für verschiedene Datensätze mehrfach wiederholt. Abbildung 4-2 zeigt jeweils zwei Wiederholungen für den 4k- und 6k-Datensatz. Die Ergebnisse zeigen, dass eine Stichprobe mit 5-10 % der Datenmenge und Iterationen ab 200 durchweg gute Ergebnisse liefern. Der Abstandsparameter wurde in allen Varianten mit $\Delta < 0,5 \text{ mm}$ bestimmt. Für die Beurteilung der benötigten Rechenzeit gemäß Tabelle 4-4 werden demnach eine Stichprobengröße von 250 Punkten und 250 Iterationen eingesetzt.

Pkt.	Gauß-Helmert Ebene					Gauß-Helmert lotrechte-Ebene				
	nx	ny	nz	d [m]	Zeit [s]	nx	ny	nz	d [m]	Zeit [s]
1k	0,001898	-0,999998	-0,000871	-0,0133	1,0	0,001493	-0,999999	0	-0,0050	0,4
6k	0,001589	0,999998	0,000992	-0,0283	34,0	0,001747	-0,999998	0	-0,0191	14,0
25k	-	-	-	-	RAM_ERR*	-	-	-	-	RAM_ERR
300k	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Pkt.	RANSAC-GH-Ebene [250 Punkte/ 250 Iterationen]					RANSAC-GH lotrechte-Ebene				
	nx	ny	nz	d [m]	Zeit [s]	nx	ny	nz	d [m]	Zeit [s]
1k	0,001931	-0,999996	-0,001447	-0,0131	6,0	0,001504	-0,999999	0	-0,0050	5,2
6k	0,001614	-0,999998	-0,001001	-0,0284	5,7	0,001731	-0,999998	0	-0,0191	5,2
25k	0,001798	-0,999998	-0,001019	-0,0285	5,7	0,001886	-0,999998	0	-0,0191	5,3
300k	0,001685	-0,999998	-0,001003	-0,0283	7,3	0,001898	-0,999998	0	-0,0190	6,7

Pkt.	JAG3D-Ebene					JAG3D-lotrechte-Ebene				
	nx	ny	nz	d [m]	Zeit	nx	ny	nz	d [m]	Zeit
1k	0,001898	-0,999998	-0,000871	-0,0133	2,3s	0,001493	0,999999	0	-	<1s
6k	-0,001731	-0,999998	-0,000884	-0,0276	12,7s	-0,001196	0,999999	0	-	13,2s
25k	0,000670	1,000000	0,000568	0,0204	4min 38s	0,000060	1,000000	0	-	3min 29s
300k	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

*RAM_ERR: Fehler durch ausgelasteten Arbeitsspeicher

Punkte	orthogonale Regression				
	nx	ny	nz	d [m]	Zeit [s]
1k	-0,001493	-0,999999	0	-0,0051	0,003
6k	-0,001747	-0,999998	0	0,0191	0,003
25k	-0,001953	-0,999998	0	0,0192	0,004
300k	-0,001884	-0,999998	0	0,0191	0,017
4,5 Mio.	...				0,225

Tabelle 4-4: Vergleich der Rechenzeiten zwischen den Ebenen- und Geraden-Einpassungen

4.2.3 Lotrechte Ebene

Da sich im Laufe von Projekttreffen dafür entschieden wurde, die ersten Auswerteschritte mit der SCENE-Software zu bearbeiten, entfällt die Standpunktregistrierung über Punkt- und Normalentransformation sowie die Ausrichtung der Gesamtpunktwolke zu einer approximierten Ebene aus den zu entwickelnden Softwaremodulen. Damit beschränkt sich die Anwendung von der Ebeneneinpassung auf die Ermittlung der maximalen Abmaße eines lotrecht verlaufenden Aufzugschachts. Die dafür zu programmierende lotrechte Ebenen-Approximation wird gemäß Abschnitt 2.1 durch eine Regressionsgerade beschrieben. Für die Approximation im strengen Gauß-Helmert-Modell vereinfacht sich der bekannte Algorithmus um einen Parameter. Analog zum vorherigen Kapitel, kann auch die lotrechte GH-Ebene auf den RANSAC-Ansatz erweitert werden. Der Fokus für die Berechnung einer lotrechten (3-Parameter) Ebene soll jedoch auf den effizienten Ansatz der orthogonalen Regression gemäß Kapitel 2.2.2 gelegt werden.

```
[Px,Py,Pz] = load('Wand.asc');
A = [ones(size(Px)) Px Py]
[d, n] = clsq(A,2) %Löst die bedingte Minimierungsaufgabe
```

```
function [d,n] = clsq(A,dim);
[m,p] = size(A)
m = min (m, p)
R = triu (qr (A))
[U,S,V] = svd(R(p-dim+1:m,p-dim+1:p))
n = V(:,dim)
d = -R(1:p-dim,1:p-dim)\R(1:p-dim,p-dim+1:p)*n
```

Tabelle 4-5: Orthogonale Regression nach ARBENZ (2008)

In Anlehnung an KISSE (2011) wird dabei die obere Dreiecksmatrix der QR-zerlegten Funktionalmatrix singulärzerlegt. Der dem kleinsten Singulärwert entsprechenden Singulärvektor ergibt die Lösung für den Normalenvektor. Eingesetzt in (2.2-52) kann das Gleichungssystem über den Backslash-Operator¹⁷ nach d aufgelöst werden. In Tabelle 4-4 wird mit einer Rechenzeit von 0,225 Sekunden für 4,5 Mio. Punkte die Effizienz des Codes ersichtlich.

¹⁷ Backslash-Operator: löst ein lineares Gleichungssystem

4.3 Best-fit Aufzugschacht

Neben der Entwicklung und Bewertung einer Messstrategie, ist die Entwicklung einer Auswertestrategie Hauptaufgabe dieser Masterarbeit. Als wichtigstes Element der Auswertung zählt die Bestimmung der optimalen Position des Aufzugschachts. Für diese Parameterschätzung muss der Schacht zunächst in einem mathematischen Modell beschrieben werden. Gleich einem Quader ohne Ober- und Unterseite, kann der Aufzugschacht durch vier senkrecht aufeinander und lotrecht verlaufende Ebenen beschrieben werden. Um die Aufgabe zu erfüllen müssen demnach zwei parallele und lotrechtverlaufende Ebenen so in das Datenmaterial eingepasst werden, dass ihr Abstand maximal ist. Dafür werden im Folgenden, die an die Wohnung angrenzende Wand als „Außenwand“ und die durch die verbleibenden Treppenläufe resultierende Wand als „Innenwand“ bezeichnet. Während an der Außenwand Fräsbzw. Schleifarbeiten durchgeführt werden können, soll die Innenwand als unveränderlich angesehen werden.

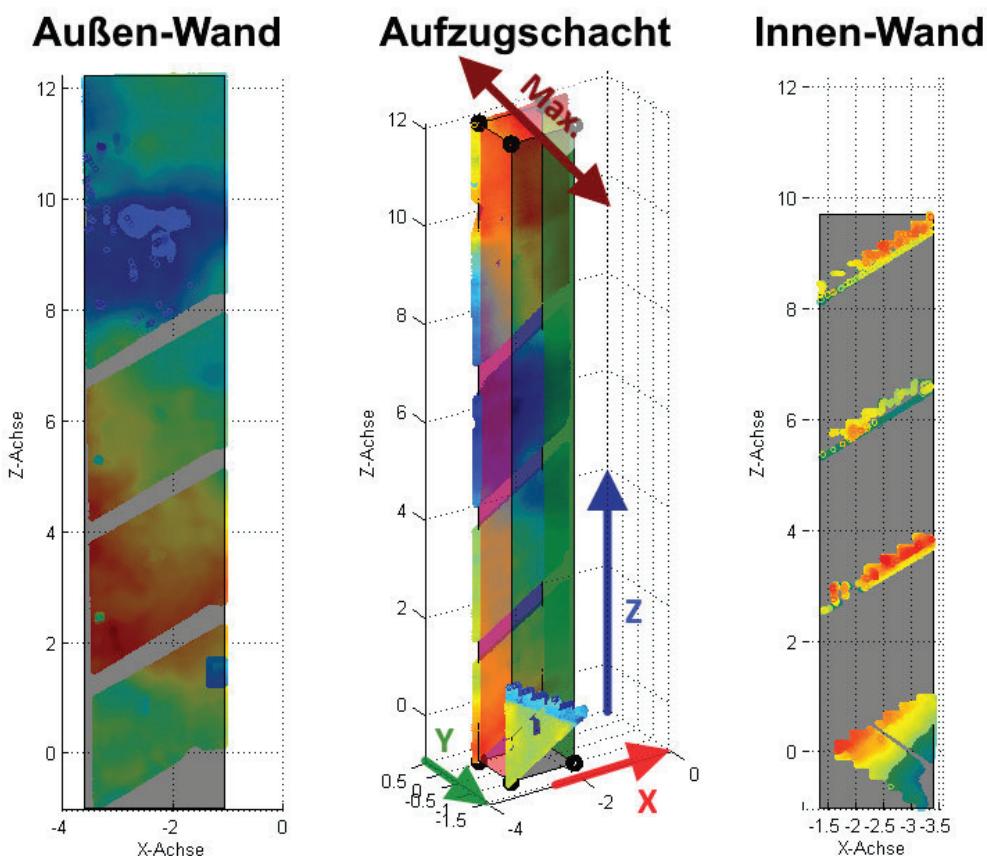


Abbildung 4-3: Definition der Außen- und Innenwand

Um zunächst mittlere, parallele und lotrechte Ebenen als Näherungswerte für nachfolgende Algorithmen zu erhalten, muss das Modell der orthogonalen Regression erweitert werden. Da der Normalenvektor der beiden Ebenen der selbe ist, ergibt sich die Parametergleichung

$$\begin{aligned} d_1 + n_x x + n_y y &= 0, \\ d_2 + n_x x + n_y y &= 0, \\ n_x^2 + n_y^2 &= 1 \end{aligned} \quad (4.3-1)$$

Erweitert auf zwei Datensätze $P_i(xy)$ und $Q_j(xy)$ mit $[i = 1 \dots p; j = 1 \dots q]$ ergibt sich (2.2-51) zu:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & x_{P1} & y_{P1} \\ 1 & 0 & x_{P2} & y_{P2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & x_{Pp} & y_{Pp} \\ 0 & 1 & x_{Q1} & y_{Q1} \\ 0 & 1 & x_{Q2} & y_{Q2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & x_{Qq} & y_{Qq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ n_x \\ n_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_m \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad n_x^2 + n_y^2 = 1$$

Der Quellcode erweitert sich demnach auf:

```
[Px, Py, Pz] = load('Wand.asc');
A = [ones(size(Px)) zeros(size(Px)) Px Py
      zeros(size(Qx)) ones(size(Qx)) Qx Qy];
[d, n] = clsq(A, 2)
```

Tabelle 4-6: Erweiterung auf zwei Datensätze

Die Ebenen werden mit der `patch`-Funktion und die Falschfarbenvergleiche mit der `scatter3`-Funktion geplottet, wobei sich die farblich skalierten Abweichungen mittels `for`-Schleife über $\Delta_i = \langle \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} \rangle - d$ ergeben.

Eine einfache Methode die maximale Breite des Aufzugschachts zu ermitteln, liegt in der Ermittlung der minimalen und maximalen Ebenenabweichungen der Datenpunkte. Im Anschluss wird jeweils eine Hilfsebene mit der selben Orientierung durch den Punkt gelegt, der am weitesten in das Treppenhaus hineinragt.

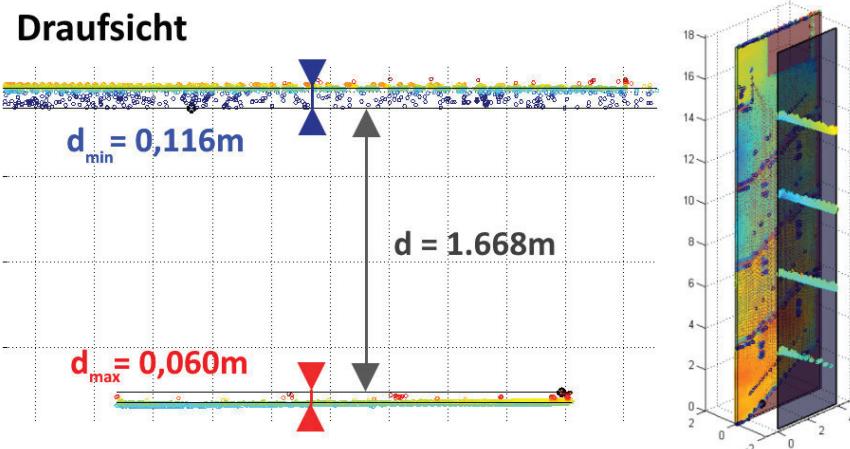


Abbildung 4-4: Breitenermittlung mittels Methode 1: parallele Ebenen

Die maximale Breite ergibt sich dann durch den Abstand des maximal abweichenden Punktes der Innenwand zu der neuen Außenwand-Hilfsebene. Abbildung 4-4 zeigt die Methode für eine schlecht ausgeschnittene Punktwolke. Werden die Daten der Außenwand und ein Teil der Innenwand bereinigt, ist in Abbildung 4-5 der Nachteil dieser Methode ersichtlich. Zwar hat sich die maximale Breite durch eine penible Bereinigung der Punktwolke um 56 mm erhöht, doch ist klar erkennbar, dass durch restliche fehlerhafte Punkte (Lampen der Außenwand oder Stahlgeländer der Innenwand) nicht das optimale Ergebnis erkannt wird.

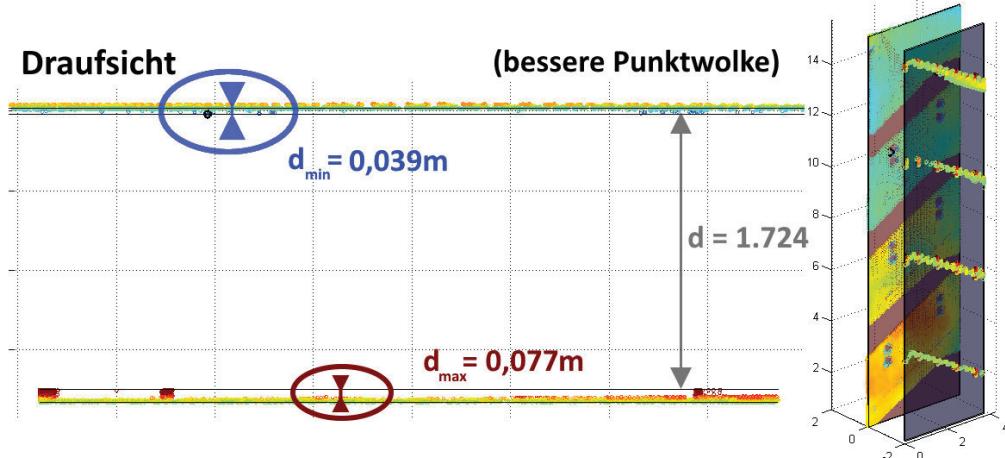


Abbildung 4-5: Methode 1 mit besser bereinigter Punktwolke

Deshalb soll mit dem fortan ERR-Ansatz („extending rotating rectangle“) genannten Algorithmus eine bessere Methode eingeführt werden. Ähnlich wie beim vorherigen Ansatz dienen die Ebenenparameter als Näherungswerte. Mit dieser Orientierung wird nun ein Rechteck in die Mitte des zentrierten Datensatzes gelegt. Als nächstes

soll die nördliche Seite des Rechtecks in definierter Schrittweite solange erweitert werden, bis ein Punkt der Außenwand innerhalb des Rechtecks liegt. Nach einem gleichen Ablauf für die südliche Seite des Rechtecks ergibt sich die maximale Breite über die Summe der erweiterten Schritte. Nun wird die Größe des Rechtecks wieder zurückgesetzt und die Orientierung um eine definierte Schrittweite verändert. Diese rotierte Iteration wird nun wieder in Nord- und Südrichtung erweitert. Nach Wiederholen mehrerer Rotations- und Ausdehnungsschritte, wird das Rechteck erneut zurückgesetzt und der Länge nach verschoben (entlang der X-Achse). Somit ergibt sich für jede Iteration bzw. für jede definierte Lage und Orientierung eine Lösung der maximalen Breite. Von dieser Lösungsmenge wird die Lage und Orientierung der besten Lösung abgespeichert.

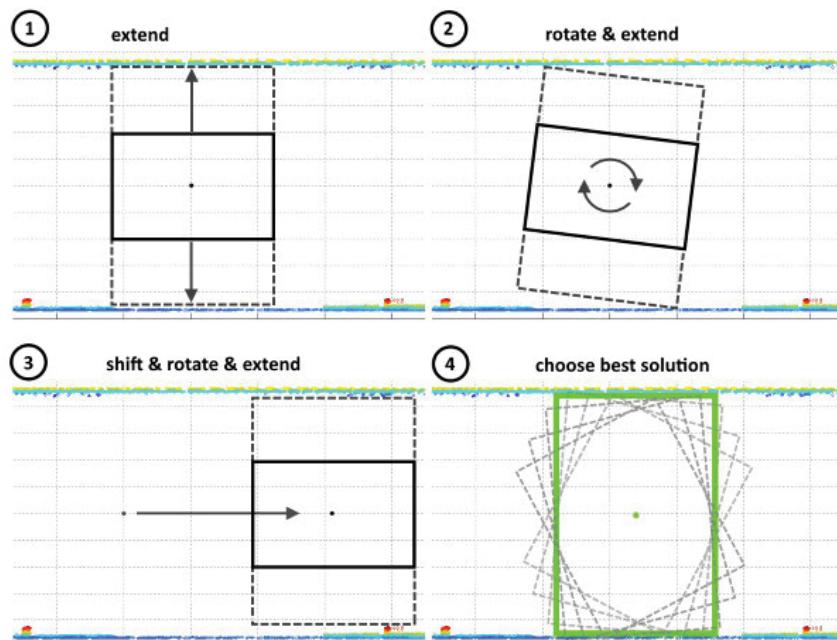


Abbildung 4-6: schematische Darstellung der ERR-Methode

Innerhalb der dreifachen `for`-Schleife geschieht die Abfrage, ob ein Punkt innerhalb des Rechtecks ist, durch die „crossing-number“-Methode. Hierbei wird ein Strahl von dem zu testenden Punkt in eine beliebige Richtung versendet. Dabei wird gezählt, wie oft der Strahl die Kanten des Polygons schneidet. Ist die Anzahl Null oder gerade, liegt der Punkt außerhalb des Polygons. Ist die Anzahl ungerade liegt er innerhalb. Dies wird in MATLAB durch die `inpolygon`-Funktion realisiert.

Wird der Datensatz aus Abbildung 4-5 erneut über die 2. Methode analysiert, ist gemäß Abbildung 4-7 eine deutliche realitätsnähere Lösung ersichtlich.

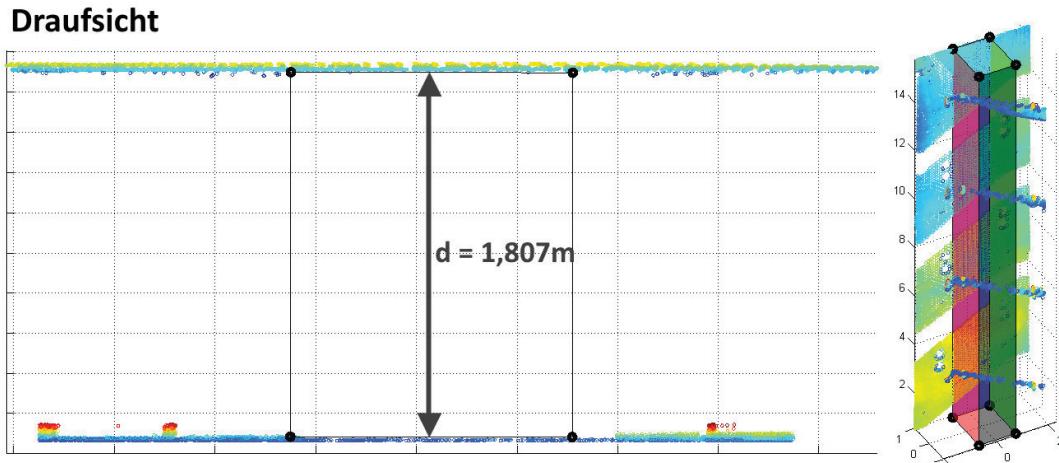


Abbildung 4-7: Methode 2 (ERR-Algorithmus)

4.4 Grafische Benutzeroberfläche

Um die entwickelten Algorithmen zu demonstrieren, bedarf es einer grafischen Benutzeroberfläche (fortlaufend GUI – *graphical user interface* genannt) und weiteren Algorithmen zur Darstellung sowie Bearbeitung der Punktwolken. Die weiteren Algorithmen wurden zwar im Rahmen dieser Masterarbeit entwickelt, haben aber keine technische Relevanz für das Vorhaben, da sie bei der finalen Softwareentwicklung durch existierende Bibliotheken ersetzt werden. Im Folgenden soll demnach nur ein kurzer Überblick über den weiteren Programmieraufwand gegeben werden.

Der Prototyp der Software wird, wie auch die einzelnen Algorithmen, in MATLAB entwickelt. Dafür bietet sich das MathWorks GUIDE (*GUI development environment*) an.

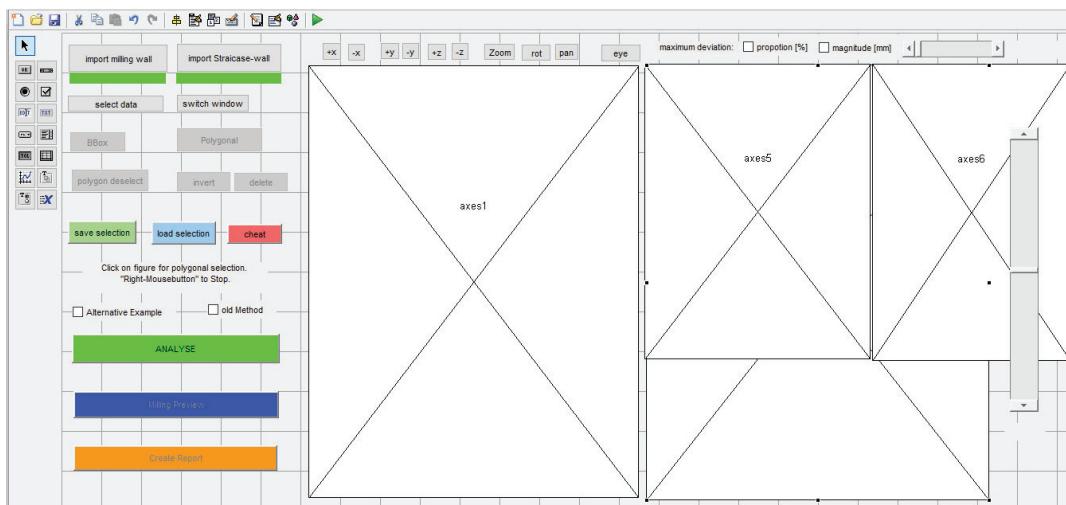


Abbildung 4-8: MathWorks GUIDE

Die graphischen Elemente werden in einem Programmcode mit den entwickelten Algorithmen verknüpft, wobei auf globale Variablen gewechselt werden muss. Da für die verwendete Version noch keine Punktwolken-Bibliotheken existieren, müssen folgende Aufgaben implementiert werden:

- Punktwolke importieren
- Punktwolke darstellen
- Subsampling¹⁸
- Punktwolke selektieren
(Polygonal und Bounding-Box)
- Selektierung invertieren
- Selektierung löschen
- Selektierung aufheben
- Fortschritt speichern
- Fortschritt laden
- Weitere Analysemöglichkeiten

Ausgerichtet auf die Möglichkeiten der Scene-Software, wird der Punktwolkenimport auf *xyz-ASCII-Dateien* ausgelegt. Die Punktwolke kann über die exportierten Helligkeitswerte mittels dem „scatter3“- und „colormap gray“ –Befehl wie in herkömmlicher Software dargestellt werden.

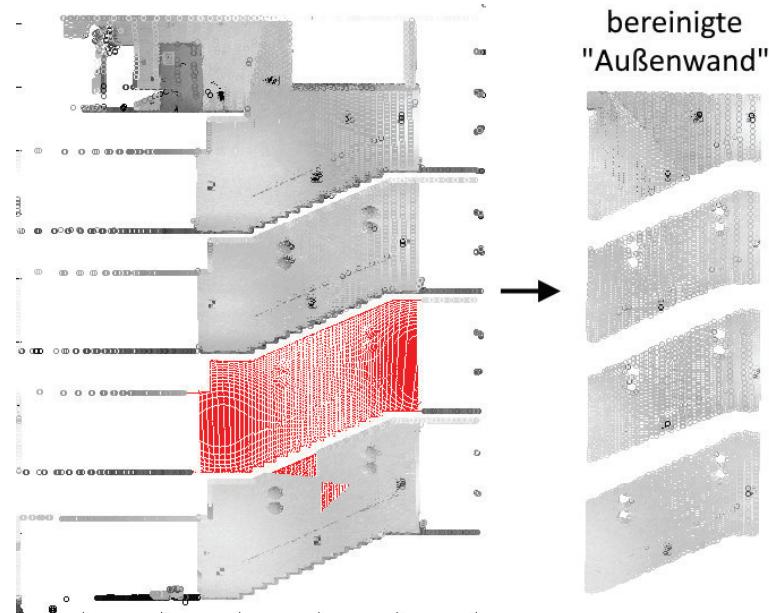


Abbildung 4-9: Selektieren und Bereinigen der xyz-Punktwolke

Abbildung 4-9 zeigt die polygonale Selektierung der in Graustufen dargestellten Punktwolke. Eine Subsamplingrate von beispielsweise $subsample = 50.000$ lädt bei $P_n = 200.000$ Punkten mit $round(P_n / subsamp) = 4$ lediglich jeden vierten Datenpunkt in die Darstellung. Punktwolkenoperationen werden jedoch auf den

¹⁸ Subsampling: Reduzierung der dargestellten Punktdichte

gesamten betreffenden Datenbestand angewendet. Über logische Operatoren können die mittels `inpolygon`-Funktion selektierten Punkte invertiert, deselektiert oder gelöscht werden. Schematisch dargestellt ergibt sich der Quellcode:

```
[sel] = select(Punkte,polygon,angl) %angl ->Blickrichtung für 2D-Auswahl
s1 = size(Punkte(sel,1),1) % Falls Anzahl selektierter Punkte größer
if s1 > subsamp % als die Subsampling-Rate,
    s1 = round(s1 / subsamp); % dann reduziere homogen auf Subsampling-
    size(Punkte(1:s1:end,1)) % Rate
else
    s1 = 1;
end

scatter3(Punkte(sel(1:s1:end),1),Punkte(sel(1:s1:end),2),Punkte(sel(1:s1:end),3),20,'r.') % selek. Punkte im Subsampling-Abstand rot darstellen
scatter3(Punkte(~sel(1:s2:end),1),Punkte(~sel(1:s2:end),2),Punkte(~sel(1:s2:end),3),10,Punkte(~sel(1:s2:end),4)) % invert-selek. grau darstellen
```

Tabelle 4-7: Subsampling, Selektierung, Invertierung, Darstellung

Bei Implementierung aller Algorithmen ergeben die Analyse- und Milling Preview-Funktion folgende Ergebnisse:

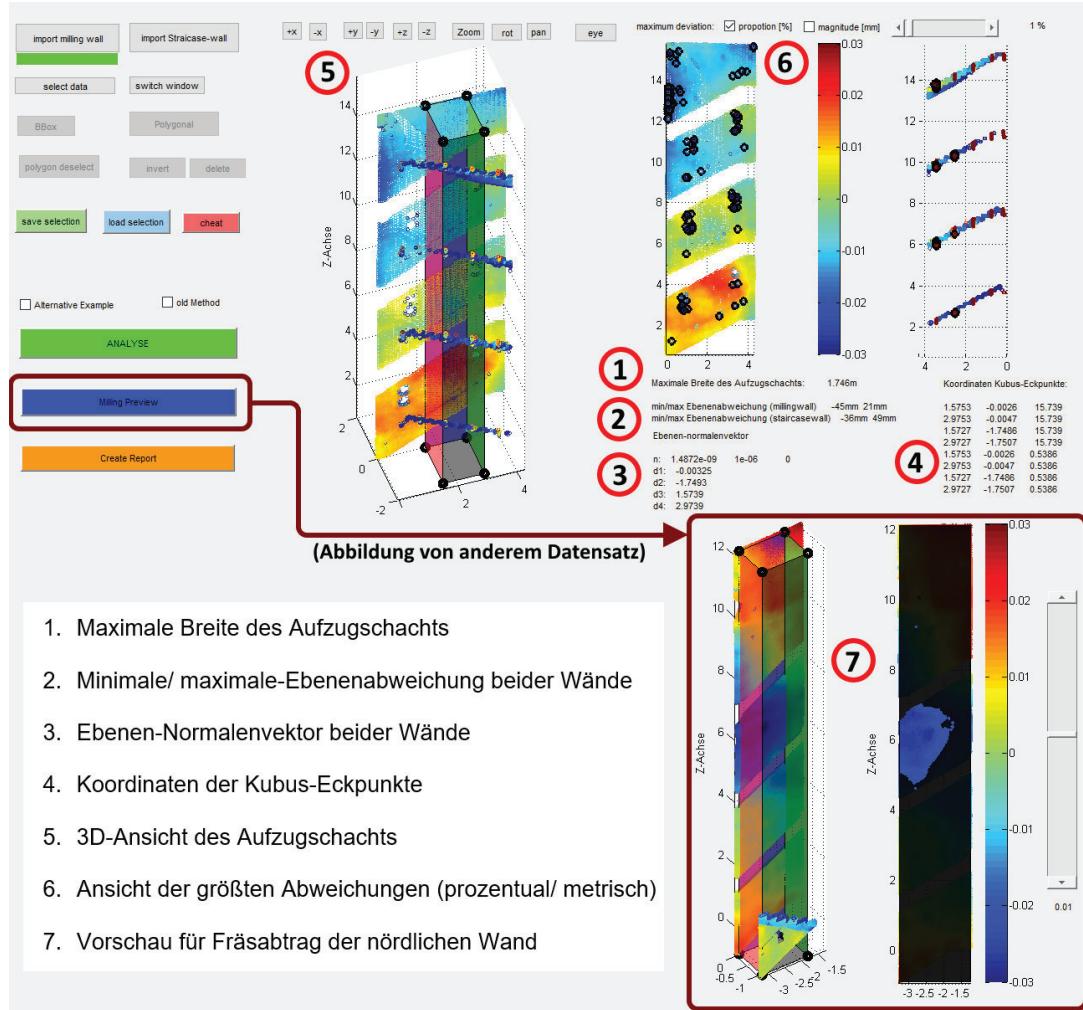


Abbildung 4-10: Ergebnisse des entwickelten Software-Prototyps

Zusammenfassung Kapitel 4:

Die unterschiedlichen Ansätze der Ebenen-Approximation variieren stark in der benötigten Rechenzeit. Da es sich bei einer lotrechten Ebeneneinpassung um eine zweidimensionale Fragestellung handelt, kann für die Lösung der Aufgabe die effiziente Methode der orthogonalen Regression eingesetzt werden. Nachfolgend werden die relevanten Programmcodes, wie sie im *Anhang C* zu finden sind, in der Reihenfolge ihres Auftretens zusammengefasst:

Dateiname	Aufgabe
helmert3d.m	Ermittelt beste Transformationsparameter zwischen identischen Datenpunkten (Beispieldateien: Faro_comp_ref.txt & Faro_comp_obj.txt)
GUI_Prototyp.m	Software zur Demonstration der Auswerteansätze
plot_all_gui.m	Plottet ausgewählte Daten; bei definierten Achsen; in der Subsamplingrate; unter definiertem Blickwinkel; mit Helligkeitsinformationen
ginput3d.m	Gibt 3D-Koordinaten der Curserposition wieder
selct.m	Selektiert einen markierten Bereich der Punktfolge
plot_sel.m	Stellt ausgewählte Daten und selektierte Bereiche dar
clsq.m	Orthogonale Regression (paralleler, lotrechter Ebenen)
delta.m	Berechnet die Abstände aller Wand-Daten zur jeweiligen Ebene
plot_all2.m	Stellt Daten im ERR-Algorithmus dar (mittels plot_rec4.m)
plot_rec4.m	Plottet Ebenen des Aufzugschachts (ohne Eckpunkte)
findmax.m	Berechnet die maximale Breite nach Methode_1
extend_rec.m	Erweitert das Rechteck im ERR-Ansatz
calc_rec.m	Berechnet die Koordinaten des Aufzugschachts
plot_all	Plottet alle Daten mit falschfarbenvergleich und Aufzugschachts (mittels plot_rec3.m)
plot_rec3.m	Plottet Ebenen des Aufzugschachts (mit Eckpunkten)

Tabelle 4-8: Zusammenfassung der Entwickelten Programmcodes

Durch die Validierung der Software an den Datensätzen HS-NB_Epoche_2; Proseken_1 und Proseken_2 kann abschließend die Mess- und Auswertestrategie formuliert werden.

5 Mess- und Auswertestrategie

Gemäß den Voruntersuchungen, soll im Folgenden die im *Anhang-B* formulierte Mess- und Auswertestrategie diskutiert werden. Die *Strategie* ist als Arbeitsanweisung für den korrekten Umgang mit dem FARO Focus 3D, der Scene-Software und dem entwickelten Software-Prototyp zu verstehen.

Während das Funktionsprinzip und weitere geodätische Grundkenntnisse im *Anhang-B* ausformuliert sind, liegt der Fokus dieser wissenschaftlichen Arbeit auf der Begründung der Vorhergehensweise. Dafür werden im Folgenden die wichtigsten Punkte zusammengefasst.

5.1 Messstrategie

Um die Punktwolken mit ausreichender Genauigkeit in ein gemeinsames Koordinatensystem zu transformieren, reicht jeweils ein Standpunkt pro Treppenpodest und Wohnebene aus. In dieser Konstellation würden die in Abbildung 5-1 dargestellten Standpunkte „2“ und „4“ die Innenwand jedoch mit einem ungünstigen Auftreffwinkel und möglicherweise durch Geländer verdeckt aufnehmen. Demzufolge muss auf den Treppenläufen zwischen den relevanten Wänden ein weiterer Standpunkt gemessen werden.

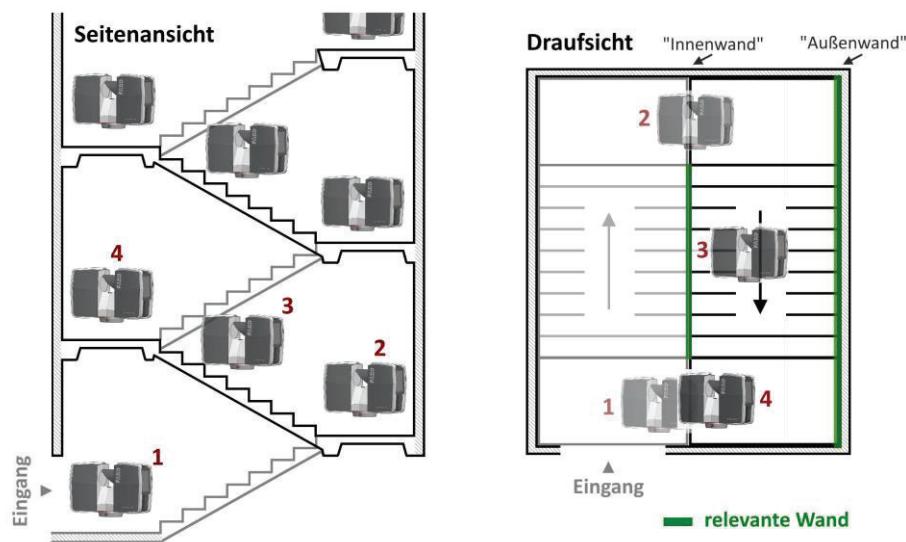


Abbildung 5-1: Standpunktübersicht

Dabei muss auf die im Abschnitt 3.4 angesprochene Einhaltung des Mindestabstands geachtet werden. Demzufolge dient der Standpunkt „3“ lediglich der redundanten Messung der Innenwand, weshalb in der entsprechenden Punktfolke auf der gegenüberliegenden Außenwand keine Ebenen oder Zielmarken markiert werden sollten.

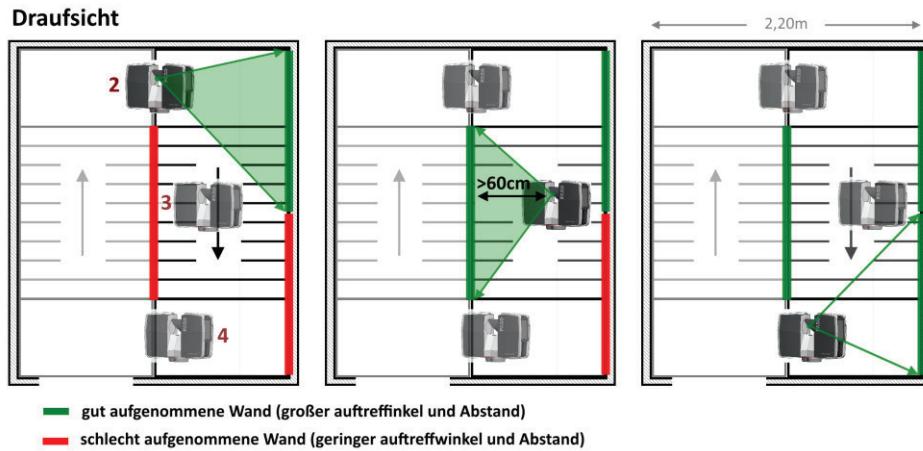


Abbildung 5-2: Aufnahmegerometrie der Standpunkte

Für die Verknüpfung aufeinanderfolgender Scans sollten pro Standpunkt mindestens zwei Schachbrett- und zwei *tilt & turn*-targets aufgenommen werden. Obwohl der Name schon implizit darauf hinweist die *tilt & turn-targets* zu kippen und zu drehen wird davon abgeraten. Wenn die Targets mittig zu zwei Standpunkten ausgerichtet und von da an nicht mehr bewegt werden, ist eine ausreichend gute Punkterkennung gewährleistet. Außerdem kann dadurch über die Option „Normale von Schachbrettzielmarken verwenden“ in der SCENE-Software eine wertvolle Beobachtung für die Transformation gewonnen werden.

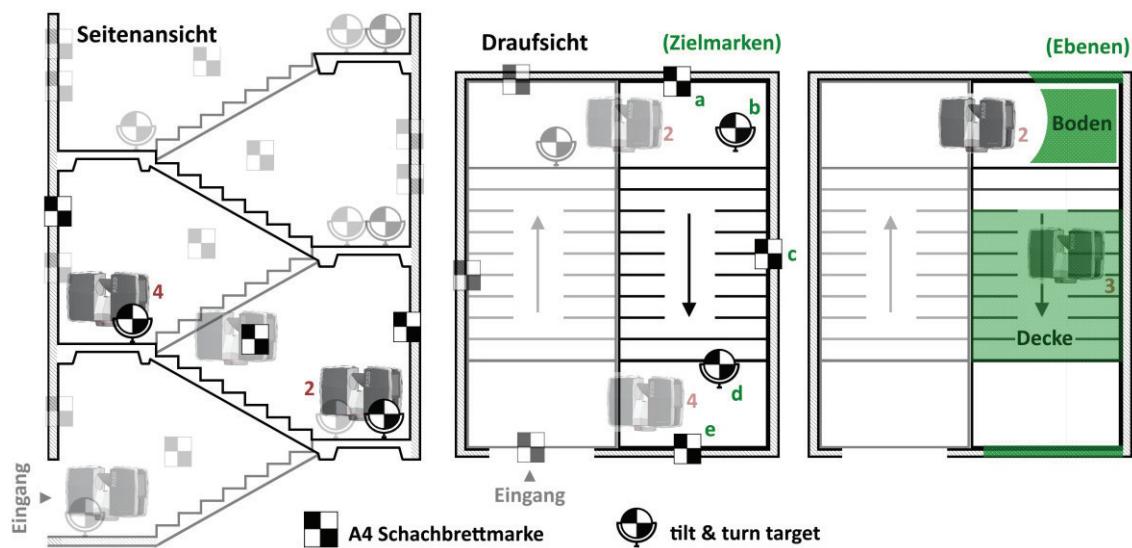


Abbildung 5-3: Zielmarkenverteilung

Abbildung 5-3 (links) beschreibt die Verteilung der targets. Im mittigen Teil der Abbildung werden die für die Transformation der Standpunkte „2“ und „4“ verwendeten Zielzeichen (nicht transparent) dargestellt. Dabei werden drei Schachbrett- und zwei tilt & turn-targets verwendet. Der rechte Teil von Abbildung 5-3 zeigt die Verwendung von vier Ebenen für die Standpunkte „2“ und „3“. Grundsätzlich sollten also mindestens vier Zielzeichen und ausschließlich über *gutes* Datenmaterial berechnete Ebenen verwendet werden. Gemäß Bedienungsanleitung^[a] sollten die Zielmarken nicht um 45° geneigt ( → ) und der Auftreffwinkel zwischen Laserstrahl und Zielmarken nicht weniger als 45° betragen.

Entsprechend den Voruntersuchungen sollte mit eingeschaltetem Inklinometer bei 3-facher Qualität und $\frac{1}{4}$ Auflösung ($6 \frac{mm}{10\ m}$) gescannt werden.

5.2 Auswertestrategie

Die Auswertung erfolgt nach den gängigen und im *Anhang-B* ausformulierten Methoden mittels Scene-Software. Hauptsächlich soll versucht werden, die Zielzeichen über den automatischen Subpixel-Algorithmus zu bestimmen. Oftmals ist die Lösung der automatischen Zielmarkenerkennung nicht genau genug. In solchen Fällen muss die manuelle Scanpunktauswahl verwendet werden, wobei jedoch keine Normalenrichtung berechnet wird. Für die spätere Stationierung der Scans muss nun abgewogen werden, ob ein Zielzeichen eher geringfügig schlechter im Mittelpunkt liegt aber dafür die Normaleninformation trägt oder ob ein Zielzeichen besser in der Mitte markiert wurde, jedoch keine Normalenrichtung enthält. In jedem Fall muss für identische Zielzeichen in aufeinanderfolgenden Scans die selbe Entscheidung getroffen werden.

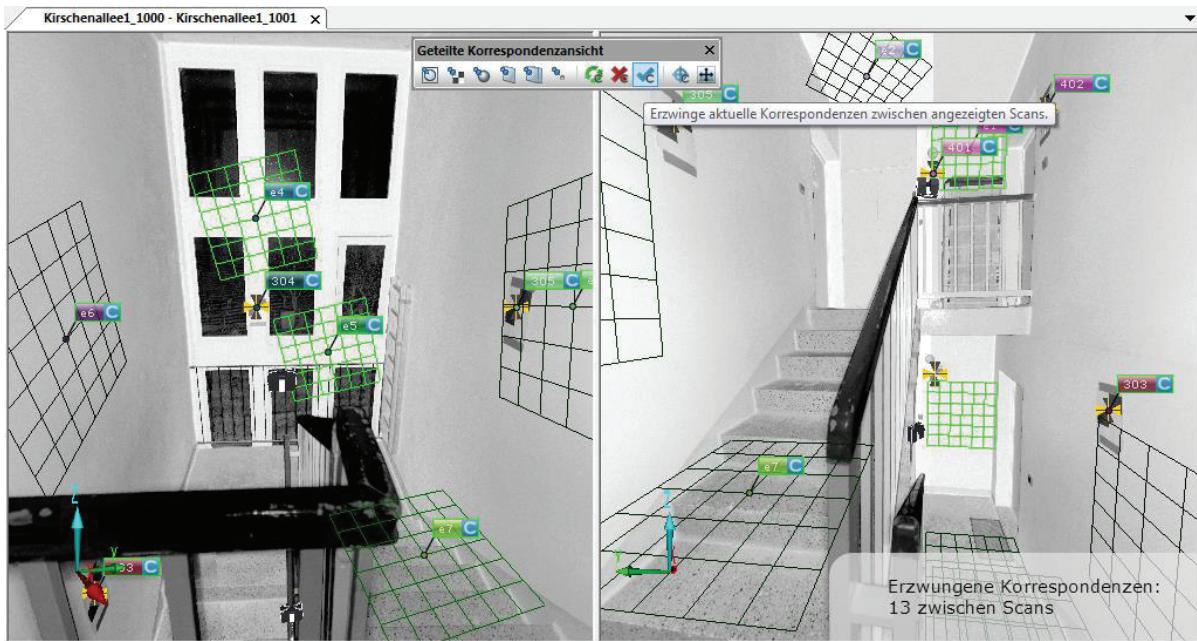


Abbildung 5-4: Scene Auswertung mit erzwungenen Korrespondenzen

Damit einzelne Ebenen keine falschen Identitäten aufgrund der ähnlichen Struktur der Geschosse zugewiesen bekommen, erfolgt die Registrierung mit erzwungenen Korrespondenzen. Als Methode wird „Zielmarkenbasiert“ mit Verwendung von Normalenrichtungen und Inklinometer gewählt. In der Nachbearbeitung soll das Koordinatensystem gemäß *Anhang-B* zur Außenwand nach „Norden“ ausgerichtet und in Erdgeschosshöhe auf die Ecke zwischen Außenwand und Eingang zentriert werden.

Das Ergebnis der Scene-Auswertung ist eine gefilterte und homogene Gesamtpunktfolge in einem lotrechten, ausgerichteten Koordinatensystem mit definiertem Ursprung. Für die Analyse mittels Fraunhofer-Software müssen jetzt lediglich 10 cm „breite“ Schnitte der Innen- und Außenwand exportiert werden.

Abschließend werden die Schnitte im xyz-Format¹⁹ in die Fraunhofer-Software importiert, bereinigt und analysiert.

¹⁹ xyz-Format: ASCII Dateiformat mit drei Koordinatenspalten (ohne Zeile mit Alphabetschriftzeichen-Aufschlüsselungen)

Arbeitsablauf mit der Fraunhofer-Software			
	bereinigen	Analysieren	Fräsen
<ul style="list-style-type: none"> Importieren der Schnitte grobes Bereinigen mittels Bounding-Box feines Bereinigen mittels Polygonaler-Auswahl Analyse Interpretation der Analyse (ggf. erneute Iteration) Einstellen der Fräsvorschau Report erzeugen 			

Tabelle 5-1: Arbeitsablauf Software-Prototyp

6 Genauigkeitsbetrachtung

Das Ergebnis einer Messung kann grundsätzlich durch zwei Kenngrößen charakterisiert werden. Eine Angabe über den, aus den Messwerten zu schätzenden, Mittelwert der Zufallsvariablen und eine Angabe über die Streuung der Messwerte als Maß für die Qualität dieser Schätzung. Somit ergibt sich für die in Abschnitt 3.2.3 dargestellten Transformationsresiduen der Tabelle 3-5(1) ein Mittelwert der Abweichungsvektoren von $\bar{\Delta}_{Faro} = 3,2 \text{ mm}$. Die Standardabweichung dieser Abweichungsvektoren als Qualitätsmaß für die Schätzung des Mittelwerts beträgt $1,4 \text{ mm}$. Da dieser Wert wenig über die Genauigkeit der Transformation aussagt, wird auf die Streuung der Residuenkomponenten übergegangen. Nach GROßMANN (1969) Kap. 8.4 ergibt sich „der mittlere Fehler eines aus den übrigbleibenden Fehlern berechneten mittleren Fehlers“ zu $s_0 = \pm \sqrt{\frac{[vPv]}{n-u}}$. Angewendet auf die Helmert-Transformation berechnet sich die Standardabweichung zu $s_0 = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{3n-u}}$. Für das Ausgleichungsmodell der Helmert-Transformation werden gleichgenaue und unkorrelierte Beobachtungen angenommen, über deren Verteilungsfunktion keine

Aussage gemacht wird. Die im Folgenden als „Standardabweichung“ benannten Werte entsprechen dem *Streuungsmaß des mittleren Beobachtungsfehlers bei gleichgenauen Beobachtungen*.

Die somit definierte Standardabweichung der Residuen $\sigma_{Faro} = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{3n-u}} = 2,2 \text{ mm}$

ergibt sich aus den Residuen einer Transformation der mittels *Zielmarken und Ebenen*-registrierten FARO-Objektkoordinaten in das Referenzsystem. Die Objektkoordinaten beinhalten wiederum den Punkterkennungsfehler und die Registrierungsabweichung (wiederum bedingt durch Messunsicherheit, Kompensationswiderspruch, Punkterkennungsfehler und weitere Einflüsse).

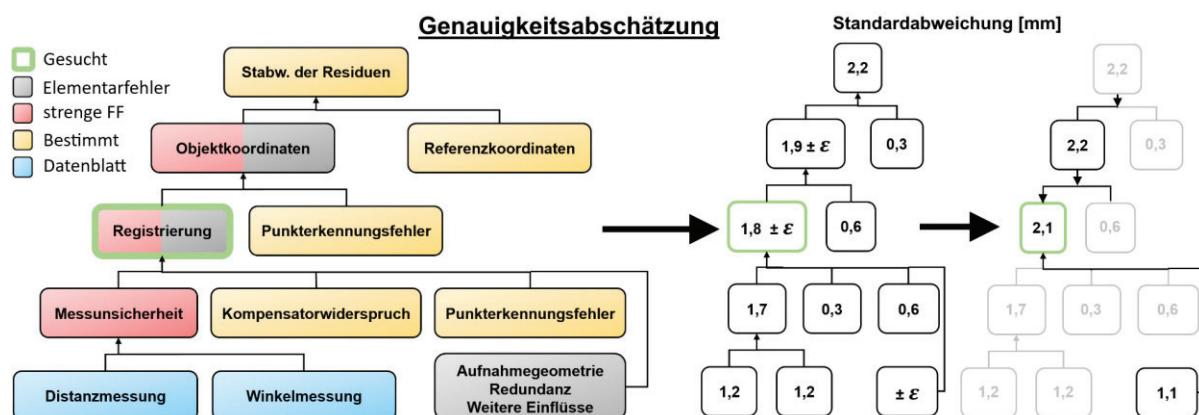


Abbildung 6-1: Genauigkeitseinflüsse und deren Abschätzung

In Abbildung 6-1 werden die Genauigkeitseinflüsse aufgeschlüsselt und für eine mittlere Entfernung von $\bar{S} = 7,5 \text{ m}$ abgeschätzt. Im Datenblatt^[5] gibt FARO® einen nicht weiter erläuterten „systematischen Distanzfehler“ von $\pm 2 \text{ mm}$ für die Strecken 10 m und 25 m an. Da sich das Vorhaben auf Strecken $< 10 \text{ m}$ beschränkt, wird für die Genauigkeitsabschätzung die Angabe des Messrauschens verwendet. Nach Datenblatt^[5] wird das Entfernungsrauschen definiert als „Standardabweichung der Entfernungswerte über die Best-Fit-Ebene“ und bei $1\sigma^{*20}$ mit 0,6 mm auf 10 m angegeben. Für eine Skalierung auf 2σ ergibt sich bei $f = \infty$ aus dem Quantil der *t-Verteilung* der Faktor 1,96. Daraus folgt durch $\sigma_D = 1,2 \text{ mm}$ und $\sigma_r = \left(\frac{10 \text{ m}}{7,5 \text{ m}}\right) = 1,2 \text{ mm}$ eine Messunsicherheit von $\sigma_{xyz} = \sqrt{\sigma_D^2 + \sigma_r^2} = 1,7 \text{ mm}$. Die Messunsicherheit fließt zusammen mit dem Punkterkennungsfehler $\sigma_{\varepsilon_P} = 0,6 \text{ mm}$

²⁰ 1σ : das Signifikanzniveau gibt an, dass ein theoretischer Wert sich mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 68 % in dem angegebenen Intervall befindet. ($2\sigma \approx 95,5 \%$; $3\sigma \approx 99,7 \%$)

und dem Kompensatorwiderspruch (bei zehn Standpunkten)

$\sigma_{\varepsilon\alpha} = \left(\frac{7 \text{ mgon}}{7,5 \text{ m}} \right) * 10^{-\frac{1}{2}} = 0,3 \text{ mm}$ in die gesuchte Registrierungsgenauigkeit. Einen weiteren Anteil an der Registrierungsunsicherheit haben Einflüsse wie die Aufnahmegeometrie, die Redundanz, das Rauschverhältnis, etc. die nicht eindeutig bestimmt werden können. Somit ergibt sich eine Registrierungsunsicherheit von

$$\sigma_{Reg} = \sqrt{\sigma_{xyz}^2 + \sigma_{\varepsilon\alpha}^2 + \sigma_{\varepsilon P}^2} \pm \varepsilon = 1,8 \text{ mm} \pm \varepsilon. \text{ Die restlichen Abweichungen } \varepsilon$$

können durch Rückwärtsrechnungen über die Standardabweichung der Residuen σ_{Faro} weiter abgeschätzt werden. Die Unsicherheit der Objektkoordinaten erschließt sich aus σ_{Reg} und $\sigma_{\varepsilon P}$. Über die Differenzstandardabweichung

$$\sigma_{Faro} = \sqrt{\sigma_{obj}^2 + \varepsilon^2} \text{ ergibt sich die Unsicherheit der zusätzlichen Einflüsse } \varepsilon = 1,1 \text{ mm}$$

und damit die finale Abschätzung der **Registrierungsunsicherheit** $\sigma_{Reg} = \sqrt{(1,8 \text{ mm})^2 (1,1 \text{ mm})^2} = 2,1 \text{ mm}$.

Diese Annahme wird ebenfalls durch einen Vergleich mittels der OpenSource-Software *CloudCompare*^[d] bestätigt. Werden die Abweichungen nicht über die Streuung, sondern über den Mittelwert beurteilt, wird der mittlere Abweichungsvektor $\bar{\Delta}_{Faro} = 3,2 \text{ mm}$ (gemäß Tabelle 3-5) betrachtet. Bei der Gegenüberstellung der georeferenzierten Referenzpunktewolke und der mittels Zielmarken und Ebenen-Registrierten Objektpunktewolke, ergibt sich eine mittlere Abweichung von 3,1 mm.

Abweichungen zwischen Referenz- und Objektpunktewolke

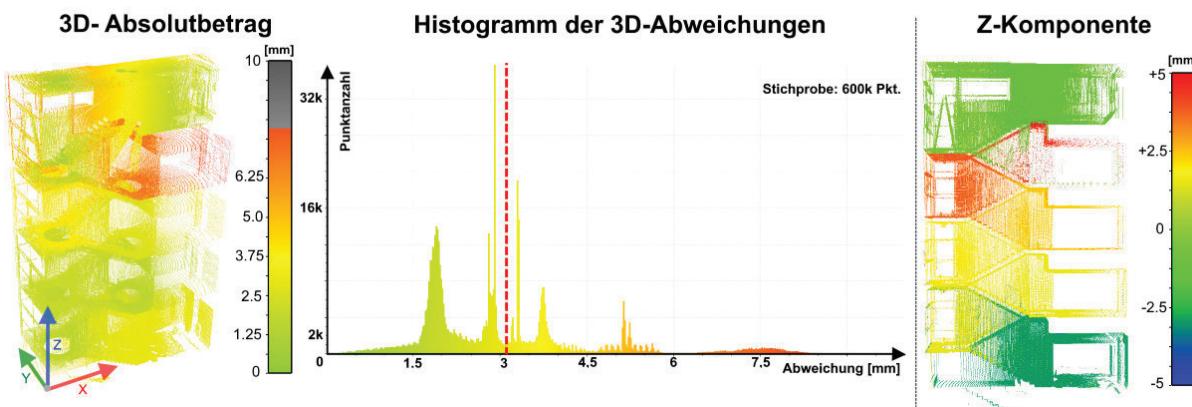


Abbildung 6-2: CloudCompare vergleich zwischen Referenz- und Objektpunktewolke

Gemäß Abbildung 6-2 ist ersichtlich, dass ein Großteil der Abweichungen aus der Z-Komponente hervorgeht. Dies weist auf einen erhöhten Einfluss der Aufnahmegeometrie hin, welcher möglicherweise durch die geneigten Treppenläufe

verursacht wird. Die Grafik ist jedoch nicht zu überbewerten, da hierbei lediglich gefittete Punktwolken mit einer Standardabweichung von $\sigma_{ref} = 1,5 \text{ mm}$ und $\sigma_{obj} = 2,2 \text{ mm}$ verglichen werden. Der Vergleich mittels CloudCompare dient demnach nur als Kontrolle für die Abschätzung mittels Fehlerfortpflanzung und Elementarfehleranteil.

Für einen Punkt, einer nach Abschnitt 5.2 Registrierten Punktwolke, kann demnach eine Unsicherheit von $\approx \pm 2 \text{ mm}$ angenommen werden. Die gemäß Abschnitt 4.3 bestimmten Kubus-Koordinaten werden durch den Algorithmus mit einer Unsicherheit von $< 1 \text{ mm}$ detektiert und können nach Fehlerfortpflanzung mit einer Unsicherheit von $\approx \pm 2,3 \text{ mm}$ angegeben werden.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Hauptziel des Forschungsprojekts „Aufzug 4.0“ ist es, ein innenliegendes Aufzugsystem mit einer Einbauzeit von maximal zwei Tagen zu konzipieren. Voraussetzung dafür ist eine digitale Planungsgrundlage die von allen beteiligten Gewerben genutzt werden kann. Hierbei soll die optimale Position des Aufzugschachts „per Knopfdruck“ aus der Bestandsaufnahme berechnet werden können.

Die Bestandsaufnahme wird mittels Laserscanning in Form einer Punktwolke realisiert. Dafür werden verschiedene Mess- und Auswerteansätze für den FARO-Focus 3D und den Zoller & Fröhlich Imager 5010 über Transformationsresiduen verglichen. Aufgrund der besseren Kompensation, der ausreichenden Aufnahmegenauigkeit, der Software-Schnittstelle und des Kostenfaktors wird der FARO-Laserscanner für das Vorhaben empfohlen. Eine tiefgreifende Untersuchung des empfohlenen Laserscanners ergibt eine Kompensatorungenauigkeit von $\sigma_{\varepsilon\alpha} = 0,3 \text{ mm}$ und einen Punkterkennungsfehler innerhalb der Auswertesoftware von $\sigma_{\varepsilon p} = 0,6 \text{ mm}$. Über die Residuen zur Referenzmessung lässt sich die Messunsicherheit eines Punktes auf $\sigma_{Reg} \approx 2,1 \text{ mm}$ abschätzen. Aus der Bewertung der inneren und äußeren Genauigkeiten ergibt sich eine Messstrategie, die optimal

auf das Vorhaben angepasst ist. Die Auswertestrategie wird auf Grundlage der verifizierten Messdaten optimiert und liefert eine registrierte Punktwolke des Treppenhauses, sowie Schnittdarstellungen und Position des optimalen Aufzugschachts. Dafür werden mittels *orthogonaler Regression*, parallele und lotrechte Ebenen in die bereinigten Datensätze der „Außen-“ und „Innenwand“ gefittet. Diese Ebenenparameter dienen als Näherungsausrichtung für den „Extending-Rotation-Rectangle-Algorithmus“. Die Abstandsparameter der Datensätze zur optimalen Schachtposition dienen zur weiteren Planung von Fräsarbeiten.

Ergebnis der Masterarbeit ist eine Mess- und Auswertestrategie, mit der beispielsweise ein fünfstöckiges Treppenhaus durch 13 Standpunkte mit einer Genauigkeit von ca. $\pm 2\text{ mm}$ innerhalb von 8 h (3 h Messung 5 h Auswertung) digitalisiert werden kann. Weitere Ergebnisse sind die entwickelten Algorithmen zur Berechnung der optimalen Position des Aufzugschachtes und der entsprechende Software-Prototyp.

Daraus leiten sich folgende zukünftige Aufgaben für das Forschungsprojekt ab:

- Entwicklung einer „Stand-Alone-Software“ auf Grundlage des Matlab-Codes
- Absteckung der Fräsegebiete in die Örtlichkeit
- Optimierung der Datenausgabe nach Kundenwünschen

Dabei muss für die Entwicklung einer „C“ oder „Java“ Anwendung lediglich der ERR-Algorithmus implementiert werden, da die restlichen Komponenten aus OpenSource CAD/ Point Cloud-Bibliotheken übernommen werden können. Für die Absteckung der Fräsegebiete könnten beispielsweise Photogrammetriemarken an definierten Punkten der Geschosse angebracht werden. Die Angabe der Fräsegebiete erfolgt dann im relativen Abstand zu den Marken innerhalb eines lokalen Koordinatensystems.

Literaturverzeichnis

- Arbenz, P. (2008). *8.4 Fitting Lines, Rectangles and Squares in the Plane*. Retrieved from <https://www.inf.ethz.ch/personal/arbenz/MatlabKurs/node85.html>
- Baarda, W. (1968). *A testing procedure for use in geodetic networkss*. Neth. Geod. Comm.
- Caspary, W. (2013). *Fehlertolerante Auswertung von Messdaten: Daten- und Modellanalyse, robuste Schätzung*. München: Oldenbourg.
- Fichtler, T. (2017). *Dorf Mecklenburg, Anbau Aufzüge an Mehrfamilienhaus*. Retrieved from <http://www.krassow-bau.de/objekt/dorf-mecklenburg-anbau-aufzuege-an-mehrfamilienhaus.html>
- Foppe, K. (2017). *Fehlerlehre & Statistik*. Retrieved from [http://userwww.hs-nb.de/~foppe/files/skripte/Skript%20-%20Fehlerlehre&Statistik%20-%202017-2018%20\(Foppe\).pdf](http://userwww.hs-nb.de/~foppe/files/skripte/Skript%20-%20Fehlerlehre&Statistik%20-%202017-2018%20(Foppe).pdf)
- Großmann, W. (1969). *Grundzüge der Ausgleichungsrechnung*. Heidelberg: Springer.
- Gruber, F., & Joeckel, R. (2016). *Formelsammlung für das Vermessungswesen*. Wiesbaden: Springer Vieweg.
- Joeckel, R., Stober, M., & Huep, W. (2008). *Elektronische Entfernungs- und Richtungsmessung*. Wichmann.
- Kahmen, H. (2005). *Angewandte Geodäsie: Vermessungskunde*. De Gruyter.
- Kisser, W. (2011). *Gauß-Helmert Modell der Ausgleichungsrechnung*. Retrieved from <http://kisser.online/ausgleichung/gauss-helmert-modell>
- Krabs, W. (1979). *Optimization and approximation*. New York: Wiley.
- Lösler. (2017). *freie Netzausgleichungssoftware Java Graticule 3D*. Retrieved from <http://derletztekick.com/software/netzausgleichung>
- Mechelke, K., Kersten, T., & Lindstaedt, M. (2008). Geometrische Genauigkeitsuntersuchungen neuester terrestrischer Laserscannersysteme - Leica ScanStation 2 und Z+F IMAGER 5006 . *Photogrammetrie*,

Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik - Beiträge der Oldenburger 3D-Tage, 317-327.

Neitzel, F. (2017). *Ausgleichungsrechnung – Modellbildung, Auswertung, Qualitätsbeurteilung.* Retrieved from https://www.geodesy.tu-berlin.de/fileadmin/fg261/Publikationen/Neitzel_Ausgleichungsrechnung.pdf

Niemeier, W. (2008). *Ausgleichungsrechnung - Statistische Auswertemethoden* (Vol. 2. Auflg.). Berlin: Walter de Gruyter.

Nitschke, M. K. (2000). Rotation Parameters - A survey of Techniques. *Journal of Surveying Engineering*.

Sanso, F. (1973). *An exact solution of the ratio-translation problem.* Photogrammetrica.

Steward, G. W. (1993). *On the early history of the singular value decomposition.* Siam Review.

Wasmeier, P. (2017). *Geodetic Transformations: Geodetic Transformations Toolbox - Examples and Background.pdf.* Retrieved from <https://de.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/9696-geodetic-transformations>

Datenblätter

Instrument	Datenblatt-URL	[letzter Zugriff: 12.02.2018]
[1] Leica DNA03	https://www.drecoll.de/wp-content/uploads/2017/06/Datenblatt-DNA-Digitalnivelliere_de.pdf	
[2] Leica TS15	http://w3.leica-geosystems.com/downloads123/zz/tps/Viva%20TS15/brochure_s-datasheet/Leica%20Viva%20TS15%20Datasheet_de.pdf	
[3] Leica TS30	http://w3.leica-geosystems.com/downloads123/zz/tps/ts30/brochures-datasheet/ts30_technical_data_de.pdf	
[4] Leica AT960	http://www.hexagonmi.com/-/media/Files/Hexagon/Hexagon%20MI/Brochures/Laser%20Tracker%20Systems/Hexagon%20MI%20AT960%20Datasheet%20A4_en.ashx	
[5] FARO Focus 3D x130	http://www.neo-tech.co.uk/assets/faro-focus-3d-x-130-laser-scanner-brochure.pdf	
[6] ZF-Imager 5010	http://www.zf-laser.com/fileadmin/editor/Datenblaetter/Z_F_IMAGER_5010_Datenblatt_D.pdf	

Benutzerhandbücher

Software	Manual-URL [letzter Zugriff: 12.02.2018]
[a] FARO SCENE 5.1	https://doarch332.files.wordpress.com/2013/11/e1020_scene_5-1_manual_en.pdf
[b] JAG3D	http://wiki.derletztekick.com/tutorial
[c] Geodetic Transformations Toolbox	https://de.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/9696-geodetic-transformations?s_tid=prof_contriblnk
[d] CloudCompare	http://www.cloudcompare.org/doc/qCC/CloudCompare%20v2.6.1%20-%20User%20manual.pdf

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1-1: Nachrüstung von Aufzugsanlagen – neue Variante (links) und gängige Variante (rechts)	
Quelle: Hochschule Wismar	1
Abbildung 2-1: Gerade in der Punktsteigungsform, Normalenform und Hessescher Normalform, sowie Ebene in Hessescher Normalform	5
Abbildung 2-2 Residuen bei normaler (links) und orthogonaler (rechts) Regression Quelle: NIEMEIER 2008.....	19
Abbildung 2-3: 7-Parameter nach GRUBER & JÖCKEL (2016)	22
Abbildung 3-1: Referenzobjekt - Laborgebäude der Hochschule Neubrandenburg	30
Abbildung 3-2: Gekippte AT960-Standpunkte.....	31
Abbildung 3-3: Referenzmessung	32
Abbildung 3-4: Messaufbau mit Schachbrett (1), „tilt & turn“ (2) und magnetischen Adapter (3) –targets	35
Abbildung 3-5: Datenlücken durch Reflexionen - Scantra (links) und Scene (rechts)	39
Abbildung 3-6: Zielpunkterkennung Scantra und Scene (optimiert durch Interpolation)	39
Abbildung 3-7: Zielerkennung bei verschiedenen Distanzen – Scantra (oben) und Scene (unten) ...	40
Abbildung 3-8: Entfernungsabhängige Abweichungen der Kalibrierfeldmessung	45
Abbildung 3-9: Messaufbau Kompensatorprüfung	46
Abbildung 3-10: Auswertung der Kompensatorprüfung (links kompensierte Daten; rechts unkompensierte Daten)	47
Abbildung 3-11: Auswertung Kompensatorprüfung: Summenbildung gegenüberliegender „Abweichungs-Halbkreise“ (links kompensierte Daten; rechts unkompensierte Daten)	49
Abbildung 3-12:[kompensierte Daten] Gegenüberstellung Gesamtabweichung und Punktfehler (links) und aus Differenzbildung resultierender Fehler der Restneigung (rechts)	49
Abbildung 3-13: Messobjekt Proseken (links) mit geplantem Anbau (rechts) Quelle: FICHTLER (2017)	51
Abbildung 3-14: Auszug aus übergebenen Daten	52
Abbildung 4-1: Übersicht der Datensätze.....	56

Abbildung 4-2: RANSAC SOLL/IST- Vergleich für verschiedene Stichprobengröße und Iterationsanzahl	58
Abbildung 4-3: Definition der Außen- und Innenwand	61
Abbildung 4-4: Breitenermittlung mittels Methode 1: parallele Ebenen	63
Abbildung 4-5: Methode 1 mit besser bereinigter Punktfolge	63
Abbildung 4-6: schematische Darstellung der ERR-Methode	64
Abbildung 4-7: Methode 2 (ERR-Algorithmus)	65
Abbildung 4-8: MathWorks GUIDE	65
Abbildung 4-9: Selektieren und Bereinigen der xyz-Punktfolge	66
Abbildung 4-10: Ergebnisse des entwickelten Software-Prototyps	67
Abbildung 5-1: Standpunktübersicht	69
Abbildung 5-2: Aufnahmegeometrie der Standpunkte	70
Abbildung 5-3: Zielmarkenverteilung	70
Abbildung 5-4: Scene Auswertung mit erzwungenen Korrespondenzen	72
Abbildung 6-1: Genauigkeitseinflüsse und deren Abschätzung	74
Abbildung 6-2: CloudCompare vergleich zwischen Referenz- und Objektpunktfolge	75

Tabellenverzeichnis

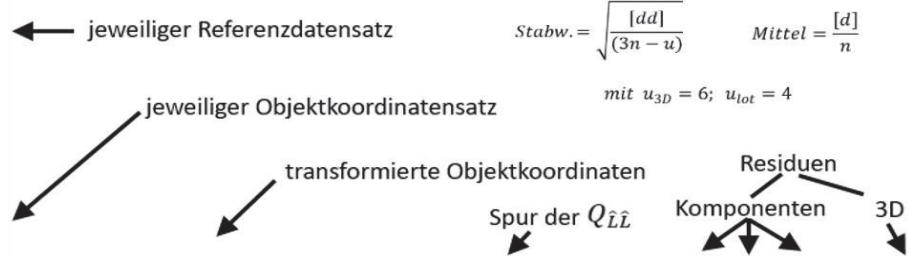
Tabelle 3-1: Zusammenfassung Polyworks-Protokoll	32
Tabelle 3-2: Deutung der Auswertungen im Anhang-A	36
Tabelle 3-3: Ergebnisse Epoche 1	38
Tabelle 3-4: Ergebnisse Epoche 2 (Zielmarken)	42
Tabelle 3-5: Ergebnisse Epoche 2 (Ebenen, Punktfolgenfit, Georeferenzierung)	43
Tabelle 3-6: Ergebnisse Kalibrierfeld	45
Tabelle 3-7: Ergebnisse Kalibrierfeld (auf <15 m reduzierte Punktauswahl)	46
Tabelle 3-8: Ergebnisse Vergleichsmessung Kirschenallee 1	51
Tabelle 3-9: Zusammenfassung der Voruntersuchungsergebnisse	53
Tabelle 4-1: simulierte Daten (Auszug aus Anhang C – „helmut3d.m“)	54
Tabelle 4-2: sparsame Definition der B-Matrix	56
Tabelle 4-3: Realisierung der RANSAC- Stichprobe und Iteration	57
Tabelle 4-4: Vergleich der Rechenzeiten zwischen den Ebenen- und Geraden-Einpassungen	59
Tabelle 4-5: Orthogonale Regression nach ARBENZ (2008)	60
Tabelle 4-6: Erweiterung auf zwei Datensätze	62
Tabelle 4-7: Subsampling, Selektierung, Invertierung, Darstellung	67
Tabelle 4-8: Zusammenfassung der entwickelten Programmcodes	68
Tabelle 5-1: Arbeitsablauf Software-Prototyp	73

LaserTracker AT960			
Pkt.	X	Y	Z
1	-0,3768	-1,7914	-1,1378
2	-7,9194	-3,6582	0,3933
3	-4,0098	2,4486	-0,0876
4	0,3732	1,7895	-0,2037
6	3,6854	-2,0342	7,8357
7	2,4810	-1,3112	8,6906
8	3,7251	-1,9638	11,6447
10	0,4941	-0,2487	2,1780
11	0,7063	-0,0353	16,4892
12	0,5370	-0,1842	5,9551
13	0,4935	-0,0153	13,5231
14	4,9978	-0,7378	13,8248
15	1,4024	1,4815	15,1394

Anhang A-I

Epoche 1

ZF-Messung



Objektkoordinaten - grün			
Pkt.	X	Y	Z
1	-1,6898	-0,7375	-1,1539
2	-5,6123	5,9603	0,4299
3	1,3515	3,9364	-0,0554
4	1,9561	-0,4543	-0,2091
6	-0,8113	-4,7786	7,7894
7	-0,4633	-3,4262	8,6573
8	-0,7571	-4,8277	11,5995
10	0,0281	-1,1654	2,1631
11	0,2095	-1,4256	16,4782
12	0,085	-1,2194	5,9399
13	0,1878	-1,1914	13,513
14	0,7638	-5,7189	13,7828
15	1,8701	-1,6535	15,1374

Transformation "obj_g" ins Referenzsystem						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	
1	-0,3772	-1,7962	-1,1373	0,0038	0,0039	0,0035
2	-7,9203	-3,6565	0,4101	0,0039	0,0046	0,0039
3	-4,0092	2,4489	-0,0935	0,0039	0,0039	0,0036
4	0,3745	1,7881	-0,2135	0,0038	0,0039	0,0035
6	3,6883	-2,0296	7,8350	0,0035	0,0037	0,0035
7	2,4835	-1,3077	8,6897	0,0035	0,0035	0,0035
8	3,7255	-1,9639	11,6450	0,0036	0,0037	0,0035
10	0,4965	-0,2450	2,1744	0,0036	0,0037	0,0035
11	0,7027	-0,0408	16,4900	0,0039	0,0041	0,0035
12	0,5394	-0,1783	5,9511	0,0035	0,0035	0,0035
13	0,4915	-0,0169	13,5231	0,0037	0,0038	0,0035
14	4,9955	-0,7407	13,8280	0,0037	0,0039	0,0036
15	1,3991	1,4782	15,1428	0,0038	0,0039	0,0035

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	
1	0,4	4,7	-0,4	4,8
2	0,9	-1,7	-16,8	16,9
3	-0,6	-0,3	6,0	6,0
4	-1,3	1,4	9,8	10,0
6	-2,9	-4,6	0,7	5,5
7	-2,5	-3,6	0,9	4,5
8	-0,5	0,1	-0,3	0,6
10	-2,4	-3,7	3,7	5,7
11	3,6	5,5	-0,9	6,6
12	-2,4	-5,9	4,0	7,5
13	2,0	1,6	0,0	2,6
14	2,3	2,9	-3,1	4,8
15	3,4	3,3	-3,4	5,8

Stabw.: **4,6** Mittel: **6,3**

Objektkoordinaten - grün_Ebenen			
Pkt.	X	Y	Z
1	-1,6898	-0,7375	-1,1539
2	-5,6123	5,9603	0,4299
3	1,3515	3,9364	-0,0554
4	1,9561	-0,4543	-0,2091
6	-0,796	-4,7817	7,7886
7	-0,444	-3,4291	8,6567
8	-0,7257	-4,8332	11,5984
10	0,0291	-1,1658	2,1645
11	0,2635	-1,4341	16,4758
12	0,0941	-1,2215	5,9398
13	0,2285	-1,1976	13,5109
14	0,8052	-5,7255	13,7748
15	1,9181	-1,6617	15,1268

Transformation "obj_g_Ebenen" ins Referenzsystem						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	
1	-0,3762	-1,7916	-1,1400	0,0008	0,0008	0,0007
2	-7,9205	-3,6586	0,3938	0,0008	0,0009	0,0008
3	-4,0107	2,4494	-0,0887	0,0008	0,0008	0,0007
4	0,3733	1,7903	-0,2055	0,0008	0,0008	0,0007
6	3,6866	-2,0347	7,8354	0,0007	0,0008	0,0007
7	2,4815	-1,3116	8,6909	0,0007	0,0007	0,0007
8	3,7263	-1,9646	11,6453	0,0007	0,0007	0,0007
10	0,4939	-0,2484	2,1783	0,0007	0,0007	0,0007
11	0,7067	-0,0350	16,4909	0,0008	0,0008	0,0007
12	0,5365	-0,1848	5,9538	0,0007	0,0007	0,0007
13	0,4928	-0,0152	13,5241	0,0007	0,0008	0,0007
14	4,9974	-0,7378	13,8261	0,0007	0,0008	0,0007
15	1,4022	1,4822	15,1404	0,0008	0,0008	0,0007

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	
1	-0,6	0,2	2,3	2,4
2	1,1	0,4	-0,5	1,3
3	0,9	-0,8	1,1	1,7
4	-0,1	-0,8	1,8	2,0
6	-1,2	0,4	0,3	1,3
7	-0,5	0,3	-0,3	0,7
8	-1,3	0,9	-0,6	1,6
10	0,2	-0,3	-0,3	0,4
11	-0,4	-0,3	-1,7	1,8
12	0,6	0,7	1,3	1,6
13	0,7	-0,1	-1,0	1,2
14	0,4	0,1	-1,3	1,3
15	0,3	-0,7	-1,0	1,2

Stabw.: **0,9** Mittel: **1,4**

Objektkoordinaten - refpunkte 1-4			
Pkt.	X	Y	Z
1	-0,3757	-1,7917	-1,1391
2	-7,9205	-3,6586	0,3939
3	-4,0102	2,4492	-0,0873
4	0,3738	1,7899	-0,2032
6	3,6786	-2,0525	7,8377
7	2,4727	-1,3336	8,6933
8	3,7113	-1,9993	11,6479
10	0,4933	-0,2505	2,1785
11	0,6823	-0,0927	16,4956
12	0,5315	-0,1958	5,9559
13	0,4745	-0,0593	13,5285
14	4,9784	-0,783	13,8364
15	1,3799	1,4307	15,1542

Transformation "obj_ref1-4" ins Referenzsystem						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	
1	-0,3758	-1,7917	-1,1394	0,0005	0,0005	0,0005
2	-7,9202	-3,6587	0,3938	0,0005	0,0006	0,0005
3	-4,0102	2,4492	-0,0874	0,0005	0,0005	0,0005
4	0,3738	1,7900	-0,2041	0,0005	0,0005	0,0005
6	3,6858	-2,0343	7,8356	0,0005	0,0005	0,0005
7	2,4813	-1,3117	8,6906	0,0005	0,0005	0,0005
8	3,7256	-1,9642	11,6449	0,0005	0,0005	0,0005
10	0,4941	-0,2486	2,1786	0,0005	0,0005	0,0005
11	0,7069	-0,0351	16,4899	0,0005	0,0005	0,0005
12	0,5361	-0,1845	5,9541	0,0005	0,0005	0,0005
13	0,4930	-0,0152	13,5231	0,0005	0,0005	0,0005
14	4,9975	-0,7380	13,8249	0,0005	0,0005	0,0005
15	1,4020	1,4822	15,1400	0,0005	0,0005	0,0005

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	
1	-1,0	0,3	1,6	1,9
2	0,8	0,5	-0,5	1,1
3	0,4	-0,7	-0,2	0,8
4	-0,6	-0,5	0,4	0,9
6	-0,4	0,1	0,1	0,4
7	-0,2	0,4	0,0	0,5
8	-0,5	0,4	-0,2	0,7
10	0,0	-0,1	-0,6	0,6
11	-0,7	-0,2	-0,8	1,0
12	0,9	0,3	1,0	1,4
13	0,5	-0,1	0,0	0,5
14	0,3	0,2	-0,1	0,4
15	0,4	-0,7	-0,6	1,1</td

LaserTracker AT960 → REF.txt			
Pkt.	X	Y	Z
1	-0,3768	-1,7914	-1,1378
2	-7,9194	-3,6582	0,3933
3	-4,0098	2,4486	-0,0876
4	0,3732	1,7895	-0,2037
5	3,6009	-2,1675	0,2585
6	3,6854	-2,0342	7,8357
7	2,4810	-1,3112	8,6906
8	3,7251	-1,9638	11,6447
10	0,4941	-0,2487	2,1780
11	0,7063	-0,0353	16,4892
12	0,5370	-0,1842	5,9551
13	0,4935	-0,0153	13,5231
14	4,9978	-0,7378	13,8248

Anhang A-II

Epoche 1

Faro-Messung

Objektkoordinaten - targets			
Pkt.	X	Y	Z
1	-1,2617	-1,4172	-117,7094
2	-7,3000	3,5052	-116,2705
3	-0,0635	4,0304	-116,6182
4	2,0362	0,1263	-116,7088
5	0,7951	-4,8284	-116,2843
6	0,8132	-4,8345	-108,7023
7	0,6567	-3,4549	-107,8394
8	0,8252	-4,8331	-104,8907
10	0,4341	-1,1961	-114,3595
11	0,4906	-1,2847	-100,0349
12	0,4474	-1,2002	-110,5804
13	0,4075	-1,0832	-103,0090
14	2,5445	-5,1314	-102,6791

Transformation "targets" ins REF-System (3D)						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	
1	-0,3745	-1,7919	-1,1431	0,0043	0,0043	0,0040
2	-7,9204	-3,6559	0,3889	0,0043	0,0052	0,0044
3	-4,0103	2,4473	-0,0883	0,0044	0,0044	0,0042
4	0,3728	1,7888	-0,2053	0,0043	0,0043	0,0040
5	3,6009	-2,1655	0,2547	0,0042	0,0046	0,0040
6	3,6805	-2,0347	7,8352	0,0040	0,0041	0,0040
7	2,4892	-1,3202	8,6970	0,0040	0,0041	0,0040
8	3,7185	-1,9640	11,6460	0,0042	0,0042	0,0040
10	0,4921	-0,2488	2,1756	0,0041	0,0041	0,0040
11	0,7174	-0,0300	16,4972	0,0045	0,0048	0,0040
12	0,5351	-0,1808	5,9539	0,0040	0,0040	0,0040
13	0,4813	-0,0228	13,5245	0,0043	0,0044	0,0040
14	5,0056	-0,7310	13,8276	0,0043	0,0045	0,0041

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	d
1	-2,3	0,5	5,4	5,9
2	1,0	-2,3	4,4	5,1
3	0,5	1,3	0,7	1,6
4	0,4	0,7	1,6	1,7
5	0,0	-2,0	3,8	4,2
6	4,9	0,5	0,5	5,0
7	-8,1	8,9	-6,4	13,6
8	6,6	0,2	-1,3	6,7
10	1,9	0,1	2,4	3,1
11	-11,1	-5,4	-8,0	14,7
12	1,9	-3,4	1,2	4,1
13	12,2	7,5	-1,4	14,4
14	-7,8	-6,7	-2,7	10,7
Stabw.:		5,2	Mittel:	7,0

Objektkoordinaten - targets - Ebenen			
Pkt.	X	Y	Z
1	-1,2617	-1,4172	-117,7094
2	-7,3000	3,5052	-116,2705
3	-0,0635	4,0304	-116,6182
4	2,0362	0,1263	-116,7088
5	0,7951	-4,8284	-116,2843
6	0,8114	-4,8375	-108,7025
7	0,6553	-3,4459	-107,8421
8	0,8256	-4,8396	-104,8890
10	0,4337	-1,1964	-114,3600
11	0,4676	-1,2867	-100,0370
12	0,4432	-1,2011	-110,5815
13	0,4131	-1,0919	-103,0028
14	2,5282	-5,1320	-102,6779

Transformation "targets-Ebenen" ins Referenzsystem						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	
1	-0,3749	-1,7936	-1,1425	0,0023	0,0023	0,0021
2	-7,9207	-3,6554	0,3923	0,0023	0,0028	0,0024
3	-4,0099	2,4468	-0,0898	0,0024	0,0024	0,0022
4	0,3730	1,7877	-0,2072	0,0023	0,0023	0,0022
5	3,6007	-2,1668	0,2549	0,0023	0,0025	0,0022
6	3,6830	-2,0340	7,8351	0,0022	0,0022	0,0022
7	2,4826	-1,3113	8,6940	0,0022	0,0022	0,0021
8	3,7260	-1,9611	11,6477	0,0022	0,0023	0,0022
10	0,4926	-0,2488	2,1746	0,0022	0,0022	0,0021
11	0,7083	-0,0394	16,4947	0,0024	0,0026	0,0021
12	0,5345	-0,1816	5,9523	0,0021	0,0021	0,0021
13	0,4942	-0,0153	13,5299	0,0023	0,0024	0,0021
14	4,9989	-0,7367	13,8280	0,0023	0,0024	0,0022

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	d
1	-1,9	2,1	4,7	5,5
2	1,4	-2,7	1,1	3,2
3	0,1	1,7	2,3	2,9
4	0,2	1,8	3,5	3,9
5	0,2	-0,7	3,6	3,7
6	2,4	-0,2	0,6	2,5
7	-1,6	0,1	-3,4	3,7
8	-0,9	-2,7	-3,0	4,1
10	1,5	0,1	3,5	3,8
11	-2,0	4,1	-5,5	7,2
12	2,5	-2,5	2,8	4,6
13	-0,7	0,0	-6,8	6,9
14	-1,1	-1,1	-3,1	3,5
Stabw.:		2,8	Mittel:	4,3

Objektkoordinaten - targets - Ebenen-Punktwol			
Pkt.	X	Y	Z
1	-1,2617	-1,4172	-117,7094
2	-7,3000	3,5052	-116,2705
3	-0,0635	4,0304	-116,6182
4	2,0362	0,1263	-116,7088
5	0,7951	-4,8284	-116,2843
6	0,8132	-4,8345	-108,7023
7	0,6547	-3,4435	-107,8438
8	0,8252	-4,8331	-104,8907
10	0,4333	-1,1957	-114,3615
11	0,4632	-1,2749	-100,0431
12	0,4413	-1,1999	-110,5836
13	0,4075	-1,0832	-103,0090
14	2,5287	-5,1199	-102,6807

Transformation "targets-Ebenen-Punktwolke" ins Referenzsystem						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	
1	-0,3752	-1,7933	-1,1405	0,0020	0,0020	0,0019
2	-7,9207	-3,6538	0,3974	0,0020	0,0024	0,0021
3	-4,0088	2,4477	-0,0853	0,0021	0,0021	0,0020
4	0,3740	1,7877	-0,2048	0,0020	0,0020	0,0019
5	3,6011	-2,1676	0,2549	0,0020	0,0022	0,0019
6	3,6856	-2,0333	7,8352	0,0019	0,0019	0,0019
7	2,4848	-1,3128	8,6930	0,0019	0,0019	0,0019
8	3,7262	-1,9608	11,6460	0,0020	0,0020	0,0019
10	0,4935	-0,2493	2,1750	0,0019	0,0019	0,0019
11	0,7046	-0,0396	16,4905	0,0021	0,0022	0,0019
12	0,5358	-0,1839	5,9521	0,0019	0,0019	0,0019
13	0,4909	-0,0176	13,5257	0,0020	0,0021	0,0019
14	4,9965	-0,7330	13,8248	0,0020	0,0021	0,0019

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	d
1	-1,6	1,8	2,7	3,7
2	1,3	-4,3	-4,0	6,1
3	-1,0	0,9	-2,3	2,6
4	-0,8	1,8	1,1	2,3
5	-0,2	0,1	3,6	3,6
6	-0,2	-1,0	0,4	1,1
7	-3,8	1,5	-2,4	4,7
8	-1,1	-3,0	-1,2	3,4
10	0,6	0,6	3,0	3,2
11	1,7	4,3	-1,3	4,8
12	1,2	-0,3	3,1	3,3
13	2,6	2,3	-2,6	4,3
14	1,3	-4,8	0,0	4,9
Stabw.:		2,4	Mittel:	3,7

Objektkoordinaten - targets - Ebenen-ref1-15		
Pkt.		
<th

Anhang A-III Referenzsystem zum Lot transformieren

Tachy-Lotmessung ("unten" mit komp)			
Pkt.	X	Y	Z
1	1,6987	0,7707	-1,1230
2	7,3921	-4,5430	0,3126
3	0,1330	-4,5803	-0,0336
4	-1,6975	-0,5436	-0,1234
5	-0,1221	4,3171	0,3001
6	-0,1391	4,3305	7,8787

Transformation Referenzsystem in "Lot_unten_mit_komp"						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	σZ
1	1,6984	0,7711	-1,1233	0,0003	0,0003	0,0003
2	7,3921	-4,5429	0,3129	0,0004	0,0004	0,0004
3	0,1334	-4,5808	-0,0335	0,0004	0,0003	0,0004
4	-1,6972	-0,5436	-0,1236	0,0003	0,0003	0,0003
5	-0,1216	4,3172	0,3001	0,0004	0,0003	0,0003
6	-0,1390	4,3304	7,8789	0,0004	0,0004	0,0003

Abweichungen (komp - 3D)				
Pkt.	X	Y	Z	d
1	0,3	-0,4	0,3	0,6
2	0,0	-0,1	-0,3	0,3
3	-0,4	0,5	-0,1	0,7
4	0,7	0,0	0,2	0,8
5	-0,5	-0,1	0,0	0,5
6	-0,1	0,1	-0,2	0,2

Stabw.: **0,4** Mittel: **0,51**

Tachy-Lotmessung2 ("oben" ohne komp)			
Pkt.	X	Y	Z
9	-0,9641	4,0863	1,2343
11	-0,8648	0,7357	1,2372
14	-2,6309	4,7258	-1,4027
15	-2,5421	0,5036	-0,0814

Transformation Referenzsystem in "Lot_oben_ohne_komp"						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	σZ
9	-0,9641	4,0863	1,2343	0,0001	0,0001	0,0001
11	-0,8647	0,7357	1,2373	0,0001	0,0001	0,0001
14	-2,6309	4,7258	-1,4027	0,0001	0,0001	0,0001
15	-2,5422	0,5036	-0,0815	0,0001	0,0001	0,0001

Abweichungen (komp - 3D)				
Pkt.	X	Y	Z	d
9	0,0	0,0	0,0	0,0
11	-0,1	0,0	-0,1	0,1
14	0,0	0,0	0,0	0,0
15	0,1	0,0	0,1	0,2

Stabw.: **0,1** Mittel: **0,1**

Transformiertes Referenzsystem (Lot)			
Pkt.	X	Y	Z
1	1,6984	0,7711	-1,1233
2	7,3921	-4,5429	0,3129
3	0,1334	-4,5808	-0,0335
4	-1,6972	-0,5436	-0,1236
5	-0,1216	4,3172	0,3001
6	-0,1390	4,3304	7,8789
11	-0,0374	0,7602	16,5389
14	-1,8292	4,7392	13,8996
15	-1,7137	0,5175	15,2204

LaserTracker AT960 (3D)			
Pkt.	X	Y	Z
1	-0,3768	-1,7914	-1,1378
2	-7,9194	-3,6582	0,3933
3	-4,0098	2,4486	-0,0876
4	0,3732	1,7895	-0,2037
5	3,6009	-2,1675	0,2585
6	3,6854	-2,0342	7,8357
11	0,7063	-0,0353	16,4892
14	4,9978	-0,7378	13,8248
15	1,4024	1,4815	15,1394

Anhang A-IV

Epoche 2

ZF-Messung

Objektkoordinaten - Zielmarken			
Pkt.	X	Y	Z
1	0,7890	1,6933	-1,1677
2	7,9485	-1,3752	0,2676
3	1,1343	-3,8728	-0,0793
4	-1,9590	-0,6970	-0,1681
5	-2,1272	4,4103	0,2581
6	-2,1480	4,4115	7,8353
11	-0,8379	1,0834	16,4939
14	-3,8758	4,2181	13,8567
15	-2,3322	0,2855	15,1735

Transformation "Zielmarken" ins Referenzsystem(3D)						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	σZ
1	-0,3764	-1,7920	-1,1379	0,0008	0,0008	0,0008
2	-7,9201	-3,6569	0,3945	0,0009	0,0010	0,0009
3	-4,0098	2,4480	-0,0859	0,0009	0,0009	0,0008
4	0,3737	1,7895	-0,2028	0,0008	0,0008	0,0008
5	3,6018	-2,1679	0,2590	0,0008	0,0009	0,0008
6	3,6861	-2,0336	7,8346	0,0008	0,0008	0,0008
11	0,7059	-0,0364	16,4887	0,0009	0,0009	0,0008
14	4,9978	-0,7369	13,8244	0,0009	0,0009	0,0008
15	1,4010	1,4814	15,1373	0,0009	0,0009	0,0008

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	d
1	-0,4	0,6	0,2	0,7
2	0,8	-1,2	-1,2	1,9
3	0,0	0,6	-1,7	1,8
4	-0,5	0,0	-0,9	1,0
5	-0,9	0,4	-0,5	1,1
6	-0,7	-0,7	1,1	1,5
11	0,4	1,1	0,5	1,2
14	0,0	-0,9	0,4	1,0
15	1,5	0,0	2,1	2,6

Stabw.: **1,0** Mittel: **1,4**

Transformation "Zielmarken" ins Referenzsystem_Lot (3D)						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	σZ
1	1,6987	0,7717	-1,1235	0,0008	0,0008	0,0008
2	7,3915	-4,5442	0,3141	0,0009	0,0010	0,0009
3	0,1340	-4,5804	-0,0318	0,0009	0,0008	0,0008
4	-1,6975	-0,5431	-0,1227	0,0008	0,0009	0,0008
5	-0,1218	4,3182	0,3006	0,0009	0,0008	0,0008
6	-0,1390	4,3307	7,8778	0,0008	0,0008	0,0008
11	-0,0363	0,7604	16,5384	0,0009	0,0009	0,0008
14	-1,8300	4,7387	13,8992	0,0009	0,0009	0,0008
15	-1,7129	0,5164	15,2183	0,0009	0,0009	0,0008

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	d
0	-1,3	-4,2	-0,1	4,4
0	1,5	0,4	0,8	1,8
0	0,3	-3,8	1,3	4,0
0	-0,2	-4,5	0,0	4,5
0	-1,7	-4,3	-2,5	5,3
0	0,0	0,7	-0,9	1,2
0	0,3	5,7	0,5	5,7
0	0,5	4,3	-1,6	4,6
0	0,5	5,8	2,5	6,3

Stabw.: **2,8** Mittel: **4,2**

Objektkoordinaten - Zielmarken_Lot			
Pkt.	X	Y	Z
1	0,7890	1,6933	-1,1677
2	7,9485	-1,3752	0,2676
3	1,1343	-3,8728	-0,0793
4	-1,9590	-0,6970	-0,1681
5	-2,1272	4,4103	0,2581
6	-2,1480	4,4115	7,8353
11	-0,8379	1,0834	16,4939
14	-3,8758	4,2181	13,8567
15	-2,3322	0,2855	15,1735

</div

Transformation "Lot" ins Referenzsystem_Lot (3D)					
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY
1	1,6987	0,7717	-1,1235	0,0008	0,0008
2	7,3915	-4,5442	0,3141	0,0009	0,0010
3	0,1340	-4,5804	-0,0318	0,0009	0,0008
4	-1,6975	-0,5431	-0,1227	0,0008	0,0009
5	-0,1218	4,3182	0,3006	0,0009	0,0008
6	-0,1399	4,3307	7,8778	0,0008	0,0008
11	-0,0363	0,7604	16,5384	0,0009	0,0009
14	-1,8300	4,7387	13,8992	0,0009	0,0009
15	-1,7129	0,5164	15,2183	0,0009	0,0008

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	
0	-0,3	-0,7	0,1	0,7
0	0,6	1,3	-1,2	1,9
0	-0,6	-0,4	-1,7	1,8
0	0,2	-0,4	-0,9	1,0
0	0,2	-1,0	-0,5	1,1
0	1,0	-0,2	1,1	1,5
0	-1,1	-0,2	0,6	1,3
0	0,8	0,5	0,4	1,0
0	-0,8	1,2	2,1	2,5

Stabw.: **1,0** Mittel: **1,4**

→ ZF berücksichtigt keine Kompensation.

→ keine weitere Betrachtung von ZF

Transformation "Lot" ins Referenzsystem_Lot (Lot)					
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY
1	1,6996	0,7753	-1,1232	0,0022	0,0022
2	7,3905	-4,5434	0,3121	0,0025	0,0027
3	0,1331	-4,5770	-0,0348	0,0025	0,0022
4	-1,6970	-0,5391	-0,1236	0,0022	0,0022
5	-0,1198	4,3215	0,3026	0,0023	0,0022
6	-0,1390	4,3297	7,8798	0,0023	0,0022
11	-0,0377	0,7545	16,5384	0,0022	0,0022
14	-1,8297	4,7349	13,9012	0,0024	0,0023
15	-1,7142	0,5118	15,2180	0,0022	0,0022

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	
0	-1,3	-4,2	-0,1	4,4
0	1,5	0,4	0,8	1,8
0	0,3	-3,8	1,3	4,0
0	-0,2	-4,5	0,0	4,5
0	-1,7	-4,3	-2,5	5,3
0	0,0	0,7	-0,9	1,2
0	0,3	5,7	0,5	5,7
0	0,5	4,3	-1,6	4,6
0	0,5	5,8	2,5	6,3

Stabw.: **2,8** Mittel: **4,2**

Objektkoordinaten - Zielmarken_LOT_Ref			
Pkt.	X	Y	Z
1	1,6986	0,7716	-1,1240
2	7,3918	-4,5441	0,3129
3	0,1343	-4,5807	-0,0328
4	-1,6974	-0,5435	-0,1232
5	-0,1220	4,3179	0,3004
6	-0,1395	4,3302	7,8785
11	-0,0372	0,7606	16,5397
14	-1,8297	4,7392	13,8999
15	-1,7138	0,5169	15,2195

Transformation "Lot_Ref" ins Referenzsystem_Lot (3D)					
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY
1	1,6986	0,7716	-1,1241	0,0005	0,0005
2	7,3918	-4,5441	0,3128	0,0005	0,0006
3	0,1343	-4,5807	-0,0328	0,0005	0,0005
4	-1,6974	-0,5435	-0,1232	0,0005	0,0005
5	-0,1220	4,3179	0,3003	0,0005	0,0005
6	-0,1394	4,3302	7,8784	0,0005	0,0005
11	-0,0370	0,7606	16,5396	0,0005	0,0005
14	-1,8295	4,7392	13,8999	0,0005	0,0005
15	-1,7136	0,5169	15,2195	0,0005	0,0005

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	
1	-0,3	-0,5	0,8	1,0
2	0,3	1,2	0,1	1,2
3	-0,9	-0,1	-0,7	1,1
4	0,1	-0,1	-0,3	0,4
5	0,4	-0,7	-0,3	0,8
6	0,4	0,2	0,4	0,6
11	-0,4	-0,5	-0,7	0,9
14	0,4	0,0	-0,3	0,5
15	-0,1	0,6	1,0	1,2

Stabw.: **0,6** Mittel: **0,9**

Transformation "Lot_Ref" ins Referenzsystem_Lot (Lot)					
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY
1	1,6987	0,7716	-1,1241	0,0004	0,0004
2	7,3918	-4,5441	0,3128	0,0005	0,0005
3	0,1343	-4,5807	-0,0329	0,0005	0,0004
4	-1,6973	-0,5435	-0,1233	0,0004	0,0004
5	-0,1219	4,3179	0,3003	0,0005	0,0004
6	-0,1394	4,3302	7,8784	0,0005	0,0004
11	-0,0371	0,7606	16,5396	0,0004	0,0004
14	-1,8296	4,7392	13,8998	0,0005	0,0004
15	-1,7137	0,5169	15,2194	0,0004	0,0004

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	
0	-0,3	-0,5	0,7	1,0
0	0,2	1,2	0,0	1,2
0	-0,9	-0,1	-0,7	1,1
0	0,1	-0,1	-0,3	0,3
0	0,3	-0,7	-0,3	0,8
0	0,4	0,2	0,4	0,6
0	-0,3	-0,5	-0,7	0,9
0	0,4	0,0	-0,3	0,5
0	0,0	0,6	1,0	1,2

Stabw.: **0,6** Mittel: **0,9**

Transformiertes Referenzsystem (Lot)			
Pkt.	X	Y	Z
1	1,6984	0,7711	-1,1233
2	7,3921	-4,5429	0,3129
3	0,1334	-4,5808	-0,0335
4	-1,6972	-0,5436	-0,1236
5	-0,1216	4,3172	0,3001
6	-0,1390	4,3304	7,8789
11	-0,0374	0,7602	16,5389
14	-1,8292	4,7392	13,8996
15	-1,7137	0,5175	15,2204

LaserTracker AT960 (3D)					
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY
1	-0,3768	-1,7914	-1,1378		
2	-7,9194	-3,6582	0,3933		
3	-4,0098	2,4486	-0,0876		
4	0,3732	1,7895	-0,2037		
5	3,6009	-2,1675	0,2585		
6	3,6854	-2,0342	7,8357		
11	0,7063	-0,0353	16,4892		
14	4,9978	-0,7378	13,8248		
15	1,4024	1,4815	15,1394		

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	
1	0,3	0,8	7,1	7,1
2	2,4	-0,4	11,7	12,0
3	0,5	0,7	-0,9	1,2
4	4,0	3,6	0,5	5,4
5	0,6	-1,9	3,4	4,0
6	1,7	0,9	-5,7	6,0
11	-7,2	-3,8	-6,4	10,4
14	-1,2	-0,5	-5,4	5,5
15	-1,0	0,6	-4,3	4,4

Stabw.: **4,6** Mittel: **6,2**

Anhang A-V

Epoche 2

Faro-Messung

Objektkoordinaten - Zielmarken			
Pkt.	X	Y	Z
1	-0,8611	1,6352	-0,9060
2	5,2155	6,5076	0,5326
3	4,2121	-0,6808	0,1882
4	-0,0435	-1,9108	0,0949
5	-4,6296	0,3370	0,5191
6</td			

Transformation "Zielmarken" ins Referenzsystem_Lot (3D)					
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY
1	1,6990	0,7713	-1,1304	0,0039	0,0038
2	7,3928	-4,5452	0,3012	0,0041	0,0044
3	0,1343	-4,5808	-0,0326	0,0041	0,0038
4	-1,6921	-0,5450	-0,1242	0,0038	0,0039
5	-0,1229	4,3157	0,2967	0,0041	0,0038
6	-0,1372	4,3295	7,8845	0,0038	0,0036
11	-0,0444	0,7641	16,5455	0,0042	0,0041
14	-1,8302	4,7399	13,9050	0,0040	0,0039
15	-1,7136	0,5188	15,2247	0,0041	0,0040
					0,0036

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	
1	-0,7	-0,2	7,0	7,1
2	-0,7	2,3	11,7	11,9
3	-0,9	0,0	-0,9	1,3
4	-5,2	1,4	0,6	5,4
5	1,4	1,6	3,4	4,0
6	-1,8	0,9	-5,6	6,0
11	7,0	-4,0	-6,5	10,4
14	1,0	-0,7	-5,4	5,6
15	-0,1	-1,3	-4,3	4,5
Stabw.:	4,5	Mittel:	6,2	

→ unkompensierte Daten
passen zur Epoche 1

Transformation "Zielmarken" ins Referenzsystem_Lot (Lot)					
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY
1	1,7094	0,7718	-1,1284	0,0062	0,0062
2	7,3965	-4,5500	0,3102	0,0069	0,0075
3	0,1385	-4,5792	-0,0342	0,0069	0,0062
4	-1,6843	-0,5418	-0,1275	0,0062	0,0063
5	-0,1115	4,3174	0,2968	0,0066	0,0062
6	-0,1369	4,3295	7,8846	0,0066	0,0062
11	-0,0600	0,7621	16,5448	0,0062	0,0062
14	-1,8384	4,7400	13,9026	0,0066	0,0063
15	-1,7275	0,5185	15,2216	0,0062	0,0063
					0,0062

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	
1	-11,1	-0,7	5,1	12,2
2	-4,4	7,0	2,6	8,7
3	-5,0	-1,6	0,7	5,3
4	-13,0	-1,8	4,0	13,7
5	-10,0	-0,2	3,3	10,6
6	-2,1	0,9	-5,7	6,1
11	22,6	-1,9	-5,9	23,4
14	9,2	-0,8	-3,1	9,8
15	13,8	-1,0	-1,1	13,9
Stabw.:	7,9	Mittel:	11,5	

Objektkoordinaten - Zielmarken_Lot		
Pkt.	X	Y
1	-0,8611	1,6352
2	5,2155	6,5076
3	4,2123	-0,6789
4	-0,0435	-1,9108
5	-4,6296	0,3370
6	-4,6449	0,3235
11	-1,0992	-0,0876
14	-5,2896	-1,2923
15	-1,0946	-1,7764
		15,4450

Transformation "Lot" ins Referenzsystem(3D)					
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY
1	-0,3766	-1,7931	-1,1427	0,0023	0,0024
2	-7,9207	-3,6551	0,3912	0,0024	0,0028
3	-4,0092	2,4475	-0,0853	0,0024	0,0024
4	0,3711	1,7861	-0,2074	0,0024	0,0023
5	3,6016	-2,1654	0,2550	0,0023	0,0025
6	3,6857	-2,0337	7,8402	0,0022	0,0023
11	0,7100	-0,0346	16,4917	0,0025	0,0026
14	4,9978	-0,7357	13,8274	0,0024	0,0025
15	1,4003	1,4793	15,1417	0,0025	0,0025
					0,0022

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	
1	-0,2	1,7	5,0	5,2
2	1,3	-3,1	2,1	4,0
3	-0,6	1,1	-2,2	2,6
4	2,1	3,4	3,7	5,4
5	-0,7	-2,1	3,5	4,1
6	-0,3	-0,5	-4,5	4,6
11	-3,7	-0,7	-2,5	4,5
14	0,0	-2,1	-2,6	3,4
15	2,2	2,2	-2,3	3,8
Stabw.:	2,8	Mittel:	4,2	

Transformation "Lot" ins Referenzsystem_Lot (3D)					
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY
1	1,6996	0,7722	-1,1283	0,0024	0,0023
2	7,3902	-4,5457	0,3108	0,0025	0,0027
3	0,1341	-4,5796	-0,0313	0,0025	0,0023
4	-1,6933	-0,5436	-0,1273	0,0023	0,0024
5	-0,1238	4,3167	0,2967	0,0025	0,0023
6	-0,1395	4,3304	7,8834	0,0023	0,0022
11	-0,0399	0,7629	16,5415	0,0026	0,0025
14	-1,8309	4,7380	13,9022	0,0025	0,0024
15	-1,7106	0,5170	15,2227	0,0025	0,0025
					0,0022

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	
0	-1,2	-1,1	4,9	5,2
0	1,9	2,7	2,0	3,9
0	-0,7	-1,2	-2,3	2,6
0	-3,9	0,0	3,8	5,5
0	2,2	0,5	3,4	4,1
0	0,5	0,0	-4,5	4,5
0	2,5	-2,7	-2,5	4,5
0	1,8	1,2	-2,7	3,4
0	-3,1	0,6	-2,3	3,8
Stabw.:	2,8	Mittel:	4,2	

Transformation "Lot" ins Referenzsystem_Lot (Lot)					
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY
1	1,6995	0,7726	-1,1283	0,0021	0,0021
2	7,3900	-4,5455	0,3104	0,0024	0,0026
3	0,1339	-4,5792	-0,0316	0,0024	0,0021
4	-1,6934	-0,5431	-0,1274	0,0021	0,0021
5	-0,1238	4,3171	0,2969	0,0022	0,0021
6	-0,1393	4,3303	7,8836	0,0022	0,0021
11	-0,0398	0,7622	16,5415	0,0021	0,0021
14	-1,8307	4,7375	13,9025	0,0023	0,0021
15	-1,7105	0,5164	15,2227	0,0021	0,0021
					0,0021

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	
0	-1,1	-1,5	5,0	5,3
0	2,1	2,5	2,5	4,1
0	-0,5	-1,6	-1,9	2,5
0	-3,8	-0,5	3,8	5,4
0	2,2	0,1	3,2	3,9
0	0,4	0,1	-4,8	4,8
0	2,3	-2,1	-2,5	4,0
0	1,5	1,7	-3,0	3,8
0	-3,2	1,1	-2,3	4,1
Stabw.:	2,7	Mittel:	4,2	

Objektkoordinaten - Zielmarken_Lot_Ebenen		
Pkt.	X	Y
1	-0,8611	1,6352
2	5,2155	6,5076
3	4,2126	-0,6794
4	-0,0435	-1,9108
5	-4,6296	0,3370
6	-4,6450	0,3243
11	-1,0995	-0,0904
14	-5,2919	-1,2881
15	-1,0977	-1,7791
		15,4413

Transformation "Lot_Ebenen" ins Referenzsystem(3D)					
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY
1	-0,3760	-1,7928	-1,1413	0,0019	0,0019
2	-7,9199	-3,6565	0,3916	0,0019	

Transformation "Lot" ins Referenzsystem_Lot (3D)					
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY
1	1,6990	0,7725	-1,1268	0,0019	0,0018
2	7,3909	-4,5443	0,3112	0,0020	0,0021
3	0,1343	-4,5801	-0,0308	0,0020	0,0018
4	-1,6935	-0,5441	-0,1256	0,0018	0,0019
5	-0,1250	4,3165	0,2986	0,0020	0,0018
6	-0,1391	4,3297	7,8827	0,0018	0,0017
11	-0,0413	0,7612	16,5394	0,0020	0,0020
14	-1,8269	4,7391	13,9010	0,0020	0,0019
15	-1,7125	0,5177	15,2208	0,0020	0,0019
					0,0017

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	
1	-0,6	-1,4	3,5	3,8
2	1,2	1,3	1,7	2,5
3	-0,9	-0,7	-2,7	2,9
4	-3,8	0,5	2,1	4,3
5	3,4	0,7	1,5	3,8
6	0,2	0,7	-3,8	3,9
11	3,9	-1,0	-0,5	4,1
14	-2,3	0,1	-1,4	2,7
15	-1,2	-0,2	-0,4	1,3
Stabw.:	2,2	Mittel:	3,2	

Transformation "Lot" ins Referenzsystem_Lot (Lot)					
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY
1	1,6996	0,7723	-1,1267	0,0017	0,0017
2	7,3912	-4,5447	0,3119	0,0019	0,0021
3	0,1347	-4,5803	-0,0307	0,0019	0,0017
4	-1,6930	-0,5441	-0,1258	0,0017	0,0017
5	-0,1243	4,3164	0,2985	0,0018	0,0017
6	-0,1392	4,3298	7,8825	0,0018	0,0017
11	-0,0423	0,7614	16,5394	0,0017	0,0017
14	-1,8275	4,7394	13,9007	0,0018	0,0017
15	-1,7134	0,5180	15,2206	0,0017	0,0017
					0,0017

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	
1	-1,3	-1,2	3,4	3,8
2	0,9	1,7	0,9	2,1
3	-1,2	-0,5	-2,8	3,1
4	-4,3	0,5	2,2	4,9
5	2,8	0,8	1,6	3,3
6	0,2	0,6	-3,7	3,7
11	4,9	-1,3	-0,4	5,1
14	-1,7	-0,2	-1,1	2,0
15	-0,3	-0,5	-0,2	0,6
Stabw.:	2,2	Mittel:	3,2	

objektkoordinaten - Zielmarken_LOT_Ebenen_Fit		
Pkt.	X	Y
1	-0,8608	1,6352
2	5,2153	6,5076
3	4,2126	-0,6783
4	-0,0435	-1,9108
5	-4,6298	0,3370
6	-4,6460	0,3244
11	-1,0980	-0,0842
14	-5,2883	-1,2938
15	-1,0914	-1,7729
		15,4426

Transformation "Lot_Ebenen_fit" ins Referenzsystem(3D)					
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY
1	-0,3768	-1,7928	-1,1415	0,0023	0,0024
2	-7,9206	-3,6540	0,3950	0,0024	0,0028
3	-4,0090	2,4477	-0,0881	0,0024	0,0024
4	0,3717	1,7862	-0,2062	0,0024	0,0023
5	3,6019	-2,1657	0,2548	0,0023	0,0025
6	3,6871	-2,0348	7,8391	0,0022	0,0023
11	0,7092	-0,0363	16,4907	0,0025	0,0026
14	4,9987	-0,7335	13,8274	0,0024	0,0025
15	1,3978	1,4783	15,1406	0,0025	0,0025
					0,0022

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	
1	0,0	1,4	3,7	4,0
2	1,2	-4,2	-1,7	4,7
3	-0,8	0,9	0,6	1,3
4	1,5	3,2	2,5	4,4
5	-1,0	-1,8	3,7	4,2
6	-1,7	0,6	-3,4	3,8
11	-3,0	1,0	-1,6	3,5
14	-0,9	-4,3	-2,6	5,1
15	4,6	3,2	-1,2	5,7
Stabw.:	2,8	Mittel:	4,1	

Transformation "Lot_Ebenen_fit" ins Referenzsystem_Lot (3D)					
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY
1	1,6995	0,7719	-1,1270	0,0024	0,0023
2	7,3892	-4,5462	0,3147	0,0025	0,0027
3	0,1338	-4,5797	-0,0341	0,0025	0,0023
4	-1,6937	-0,5431	-0,1261	0,0023	0,0024
5	-0,1237	4,3171	0,2964	0,0025	0,0023
6	-0,1393	4,3322	7,8823	0,0023	0,0022
11	-0,0382	0,7631	16,5405	0,0026	0,0025
14	-1,8333	4,7376	13,9022	0,0025	0,0024
15	-1,7085	0,5154	15,2216	0,0025	0,0024
					0,0022

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	
1	-1,1	-0,8	3,7	4,0
2	2,9	3,2	-1,8	4,7
3	-0,3	-1,1	0,5	1,3
4	-3,5	-0,5	2,5	4,4
5	2,1	0,1	3,7	4,2
6	0,4	-1,7	-3,4	3,8
11	0,8	-3,0	-1,5	3,4
14	4,1	1,6	-2,7	5,2
15	-5,2	2,1	-1,1	5,7
Stabw.:	2,8	Mittel:	4,1	

Transformation "Lot_Ebenen_fit" ins Referenzsystem_Lot (Lot)					
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY
1	1,6987	0,7727	-1,1272	0,0022	0,0022
2	7,3886	-4,5455	0,3133	0,0024	0,0026
3	0,1332	-4,5790	-0,0346	0,0024	0,0022
4	-1,6943	-0,5425	-0,1260	0,0022	0,0022
5	-0,1243	4,3177	0,2969	0,0023	0,0022
6	-0,1391	4,3319	7,8827	0,0023	0,0022
11	-0,0370	0,7619	16,5405	0,0022	0,0022
14	-1,8324	4,7367	13,9030	0,0023	0,0022
15	-1,7075	0,5144	15,2218	0,0022	0,0022
					0,0022

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	
1	-0,3	-1,6	3,9	4,2
2	3,4	2,6	-0,5	4,3
3	0,3	-1,8	1,1	2,1
4	-2,9	-1,1	2,4	3,9
5	2,7	-0,5	3,2	4,2
6	0,2	-1,5	-3,9	4,1
11	-0,4	-1,8	-1,6	2,4
14	3,2	2,5	-3,4	5,3
15	-6,2	3,2	-1,3	7,1
Stabw.:	2,8	Mittel:	4,2	

objektkoordinaten - Zielmarken_LOT_Ebenen_Ref		
Pkt.	X	Y
1	1,6991	0,7726
2	7,3907	-4,5442
3	0,1334	-4,5808
4	-1,6937	-0,5436
5	-0,1243	4,3169
6	-0,1390	4,3304
11	-0,0399	0,7598
14	-1,8287	4,7380
15	-1,7112	0,5179
		15,2200

Transformation "Lot_Ebenen_Ref" ins Referenzsystem_Lot (3D)					
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY
1	1,6988	0,7727	-1,1252	0,0013	0,0013
2	7,3906	-4,5440	0,3147	0,0014	0,0015
3	0,1333</				

Transformation "Lot_Ebenen_Ref" ins Referenzsystem_Lot (Lot)						Abweichungen zur Referenz					
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	σZ	Pkt.	X	Y	Z	d
1	1,6990	0,7728	-1,1251	0,0011	0,0011	0,0011	1	-0,7	-1,7	1,8	2,6
2	7,3906	-4,5441	0,3148	0,0013	0,0014	0,0011	2	1,5	1,1	-2,0	2,7
3	0,1333	-4,5807	-0,0335	0,0013	0,0011	0,0011	3	0,1	-0,1	0,0	0,2
4	-1,6938	-0,5435	-0,1245	0,0011	0,0012	0,0011	4	-3,4	-0,1	0,9	3,6
5	-0,1244	4,3171	0,3008	0,0012	0,0011	0,0011	5	2,8	0,2	-0,7	2,9
6	-0,1391	4,3305	7,8789	0,0012	0,0011	0,0011	6	0,1	-0,1	0,0	0,1
11	-0,0399	0,7600	16,5393	0,0011	0,0011	0,0011	11	2,5	0,2	-0,3	2,5
14	-1,8287	4,7381	13,8999	0,0012	0,0012	0,0011	14	-0,5	1,1	-0,3	1,2
15	-1,7113	0,5180	15,2200	0,0011	0,0012	0,0011	15	-2,4	-0,4	0,5	2,5

Stabw.: **1,5** Mittel: **2,0**

tachy_Refenzmessung			
Pkt.	X	Y	Z
1	-2,1080	-3,9770	-8,1820
2	-2,0130	-1,7890	-6,2430
3	0,2550	0,4260	-6,7290
4	0,2950	-0,8580	-5,7120
5	0,1660	-1,9780	-4,9060
6	-0,1200	-3,0650	-5,7010
201	-2,0410	-4,0630	-0,8140
202	-1,9860	-1,7600	-0,9600
203	-1,7820	0,2600	0,3170
204	-0,5750	0,5650	-0,4860
205	0,1800	-1,5980	0,5710
301	-0,1260	-3,0780	-0,0550
302	-1,4250	-4,1320	1,5830

Anhang A-VI

Treppenhaus Proseken (Faro)

Objektkoordinaten - Zielmarken			
Pkt.	X	Y	Z
1	0,5329	-0,9885	-12,0757
2	-1,6268	-0,6187	-10,1374
3	-3,5377	1,9056	-10,6206
4	-2,2602	1,7832	-9,6070
5	-1,1667	1,5171	-8,8029
6	-0,1236	1,0977	-9,5955
201	0,6332	-0,9266	-4,7094
202	-1,6475	-0,5874	-4,8550
203	-3,6242	-0,1348	-3,5790
204	-3,7787	1,0980	-4,3819
205	-1,5407	1,5805	-3,3260
301	-0,1129	1,0946	-3,9524
302	0,7752	-0,3246	-2,3148

Transformation "Faro_Zielmarken" ins Referenzsystem (3D)						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	σZ
1	-2,1091	-3,9756	-8,1802	0,0017	0,0016	0,0014
2	-2,0109	-1,7862	-6,2426	0,0015	0,0015	0,0014
3	0,2571	0,4228	-6,7254	0,0016	0,0015	0,0014
4	0,2936	-0,8597	-5,7114	0,0015	0,0015	0,0014
5	0,1649	-1,9775	-4,9070	0,0014	0,0015	0,0014
6	-0,1216	-3,0648	-5,6994	0,0015	0,0015	0,0014
201	-2,0387	-4,0653	-0,8139	0,0015	0,0015	0,0014
202	-1,9848	-1,7603	-0,9601	0,0014	0,0015	0,0014
203	-1,7815	0,2577	0,3154	0,0016	0,0015	0,0014
204	-0,5770	0,5637	-0,4871	0,0016	0,0014	0,0014
205	0,1789	-1,5969	0,5698	0,0015	0,0015	0,0014
301	-0,1260	-3,0742	-0,0563	0,0015	0,0015	0,0014
302	-1,4248	-4,1309	1,5810	0,0017	0,0015	0,0014

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	d
1	1,1	-1,4	-1,8	2,5
2	-2,1	-2,8	-0,4	3,5
3	-2,1	3,2	-3,6	5,3
4	1,4	1,7	-0,6	2,3
5	1,1	-0,5	1,0	1,6
6	1,6	-0,2	-1,6	2,3
201	-2,3	2,3	-0,1	3,3
202	-1,2	0,3	0,1	1,2
203	-0,5	2,3	1,6	2,8
204	2,0	1,3	1,1	2,6
205	1,1	-1,1	1,2	2,0
301	0,0	-3,8	1,3	4,1
302	-0,2	-1,1	2,0	2,3

Stabw.: **1,8** Mittel: **2,8**

Transformation "Faro_Zielmarken" ins Referenzsystem (LOT)						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	σZ
1	-2,1117	-3,9740	-8,1802	0,0017	0,0017	0,0016
2	-2,0125	-1,7852	-6,2420	0,0016	0,0016	0,0016
3	0,2555	0,4239	-6,7252	0,0018	0,0016	0,0016
4	0,2924	-0,8589	-5,7116	0,0016	0,0017	0,0016
5	0,1639	-1,9769	-4,9074	0,0016	0,0016	0,0016
6	-0,1230	-3,0640	-5,7000	0,0016	0,0016	0,0016
201	-2,0378	-4,0659	-0,8140	0,0017	0,0017	0,0016
202	-1,9840	-1,7608	-0,9595	0,0016	0,0016	0,0016
203	-1,7799	0,2568	0,3164	0,0017	0,0016	0,0016
204	-0,5758	0,5630	-0,4865	0,0018	0,0016	0,0016
205	0,1805	-1,5979	0,5695	0,0016	0,0016	0,0016
301	-0,1247	-3,0750	-0,0570	0,0016	0,0016	0,0016
302	-1,4228	-4,1321	1,5806	0,0018	0,0016	0,0016

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	d
1	3,7	-3,0	-1,8	5,1
2	-0,5	-3,8	-1,0	4,0
3	-0,5	2,1	-3,8	4,4
4	2,6	0,9	-0,4	2,8
5	2,1	-1,1	1,4	2,8
6	3,0	-1,0	-1,0	3,3
201	-3,2	2,9	0,0	4,3
202	-2,0	0,8	-0,5	2,2
203	-2,1	3,2	0,6	3,8
204	0,8	2,0	0,5	2,2
205	-0,5	-0,1	1,5	1,6
301	-1,3	-3,0	2,0	3,8
302	-2,2	0,1	2,4	3,2

Stabw.: **2,1** Mittel: **3,3**

Objektkoordinaten - Zielmarken_Ebenen			
Pkt.	X	Y	Z
1	0,5266	-0,9940	-12,0762
2	-1,6323	-0,6200	-10,1380
3	-3,5383	1,9080	-10,6212
4	-2,2611	1,7831	-9,6076
5	-1,1681	1,5149	-8,8034
6	-0,1258	1,0935	-9,5960
201	0,6324	-0,9275	-4,7094
202	-1,6482	-0,5876	-4,8549
203	-3,6248	-0,1345	-3,5790
204	-3,7790	1,0983	-4,3819
205	-1,5408	1,5803	-3,3259
301	-0,1131	1,0939	-3,9524
302	0,7754	-0,3249	-2,3146

Transformation "Faro_Zielmarken_Ebenen" ins Referenzsystem (3D)						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	σZ
1	-2,1107	-3,9744	-8,1802	0,0023	0,0022	0,0019
2	-2,0108	-1,7844	-6,2433	0,0020	0,0020	0,0019
3	0,2598	0,4220	-6,7262	0,0022	0,0020	0,0019
4	0,2946	-0,8602	-5,7117	0,0020	0,0020	0,0019
5	0,1643	-1,9775	-4,9069	0,0019	0,0019	0,0019
6	-0,1230	-3,0649	-5,6990	0,0020	0,0020	0,0019
201	-2,0373	-4,0663	-0,8132	0,0021	0,0020	0,0019
202	-1,9848	-1,7612	-0,9602	0,0019	0,0019	0,0019
203	-1,7830	0,2573	0,3146	0,0021	0,0020	0,0019
204	-0,5785	0,5637	-0,4876	0,0021	0,0019	0,0019
205	0,1783	-1,5960	0,5703	0,0020	0,0020	0,0019
301	-0,1254	-3,0737	-0,0554	0,0020	0,0020	0,0019
302	-1,4235	-4,1314	1,5821	0,0022	0,0021	0,0019

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	d

<tbl_r cells="5" ix="5" maxcspan="1" maxrspan="1" usedcols="5

Transformation "Faro_Zielmarken_Ebenen" ins Referenzsystem (LOT)						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	σZ
1	-2,1151	-3,9708	-8,1806	0,0026	0,0025	0,0024
2	-2,0134	-1,7821	-6,2423	0,0024	0,0025	0,0024
3	0,2570	0,4244	-6,7255	0,0027	0,0025	0,0024
4	0,2925	-0,8585	-5,7119	0,0025	0,0025	0,0024
5	0,1627	-1,9763	-4,9078	0,0024	0,0025	0,0024
6	-0,1254	-3,0631	-5,7004	0,0025	0,0025	0,0024
201	-2,0359	-4,0675	-8,137	0,0026	0,0025	0,0024
202	-1,9833	-1,7624	-0,9593	0,0024	0,0025	0,0024
203	-1,7803	0,2553	0,3167	0,0026	0,0025	0,0024
204	-0,5764	0,5622	-0,4862	0,0027	0,0024	0,0024
205	0,1811	-1,5984	0,5697	0,0024	0,0025	0,0024
301	-0,1233	-3,0756	-0,0567	0,0025	0,0025	0,0024
302	-1,4202	-4,1342	1,5810	0,0026	0,0024	0,0024

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	d
1	7,1	-6,2	-1,4	9,5
2	0,4	-6,9	-0,7	6,9
3	-2,0	1,6	-3,5	4,3
4	2,5	0,5	-0,1	2,6
5	3,3	-1,7	1,8	4,1
6	5,4	-1,9	-0,6	5,7
201	-5,1	4,5	-0,3	6,8
202	-2,7	2,4	-0,7	3,7
203	-1,7	4,7	0,3	5,0
204	1,4	2,8	0,2	3,2
205	-1,1	0,4	1,3	1,7
301	-2,7	-2,4	1,7	4,0
302	-4,8	2,2	2,0	5,6

Stabw.: **3,2** Mittel: **4,9**

Objektkoordinaten - Zielmarken_Ebenen_Fit			
Pkt.	X	Y	Z
1	0,5318	-0,9894	-12,0908
2	-1,6268	-0,6179	-10,1516
3	-3,5355	1,9083	-10,6337
4	-2,2577	1,7846	-9,6206
5	-1,1642	1,5173	-8,8169
6	-0,1217	1,0970	-9,6100
201	0,6309	-0,9284	-4,7204
202	-1,6496	-0,5876	-4,8649
203	-3,6255	-0,1339	-3,5880
204	-3,7795	1,0991	-4,3906
205	-1,5407	1,5800	-3,3355
301	-0,1135	1,0932	-3,9627
302	0,7752	-0,3251	-2,3195

Transformation "Faro_Zielmarken_Ebenen_Fit" ins Referenzsystem (3D)						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	σZ
1	-2,1092	-3,9747	-8,1842	0,0020	0,0019	0,0017
2	-2,0107	-1,7864	-6,2453	0,0018	0,0018	0,0017
3	0,2577	0,4226	-6,7268	0,0019	0,0018	0,0017
4	0,2940	-0,8605	-5,7135	0,0018	0,0018	0,0017
5	0,1651	-1,9787	-4,9098	0,0017	0,0017	0,0017
6	-0,1215	-3,0656	-5,7028	0,0018	0,0017	0,0017
201	-2,0389	-4,0645	-8,137	0,0018	0,0017	0,0017
202	-1,9853	-1,7593	-0,9585	0,0017	0,0017	0,0017
203	-1,7822	0,2579	0,3182	0,0019	0,0018	0,0017
204	-0,5778	0,5645	-0,4841	0,0019	0,0017	0,0017
205	0,1783	-1,5967	0,5716	0,0018	0,0018	0,0017
301	-0,1263	-3,0736	-0,0555	0,0018	0,0017	0,0017
302	-1,4232	-4,1321	1,5873	0,0020	0,0018	0,0017

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	d
1	1,2	-2,3	2,2	3,4
2	-2,3	-2,6	2,3	4,2
3	-2,7	3,4	-2,2	4,9
4	1,0	2,5	1,5	3,1
5	0,9	0,7	3,8	3,9
6	1,5	0,6	1,8	2,4
201	-2,1	1,5	-0,3	2,6
202	-0,7	-0,7	-1,5	1,8
203	0,2	2,1	-1,2	2,5
204	2,8	0,5	-1,9	3,4
205	1,7	-1,3	-0,6	2,2
301	0,3	-4,4	0,5	4,5
302	-1,8	0,1	-4,3	4,7

Stabw.: **2,2** Mittel: **3,4**

Transformation "Faro_Zielmarken_Ebenen_Fit" ins Referenzsystem (LOT)						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	σZ
1	-2,1111	-3,9740	-8,1840	0,0018	0,0018	0,0017
2	-2,0118	-1,7859	-6,2449	0,0017	0,0018	0,0017
3	0,2564	0,4231	-6,7269	0,0019	0,0018	0,0017
4	0,2931	-0,8602	-5,7138	0,0018	0,0018	0,0017
5	0,1644	-1,9785	-4,9101	0,0017	0,0018	0,0017
6	-0,1226	-3,0652	-5,7032	0,0018	0,0017	0,0017
201	-2,0382	-4,0648	-8,136	0,0019	0,0018	0,0017
202	-1,9847	-1,7595	-0,9581	0,0017	0,0018	0,0017
203	-1,7811	0,2575	0,3188	0,0019	0,0017	0,0017
204	-0,5769	0,5642	-0,4839	0,0019	0,0017	0,0017
205	0,1795	-1,5971	0,5712	0,0017	0,0018	0,0017
301	-0,1254	-3,0739	-0,0559	0,0018	0,0017	0,0017
302	-1,4217	-4,1327	1,5873	0,0019	0,0017	0,0017

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	d
1	3,1	-3,0	2,0	4,8
2	-1,2	-3,1	1,9	3,8
3	-1,4	2,9	-2,1	3,9
4	1,9	2,2	1,8	3,4
5	1,6	0,5	4,1	4,5
6	2,6	0,2	2,2	3,4
201	-2,8	1,8	-0,4	3,3
202	-1,3	-0,5	-1,9	2,4
203	-0,9	2,5	-1,8	3,2
204	1,9	0,8	-2,1	3,0
205	0,5	-0,9	-0,2	1,0
301	-0,6	-4,1	0,9	4,2
302	-3,3	0,7	-4,3	5,5

Stabw.: **2,3** Mittel: **3,6**

tracker_Refenzmessung			
Pkt.	X	Y	Z
1	0,0000	0,0001	-0,0004
2	35,4210	11,3530	0,4779
3	42,5362	13,6791	0,4814
4	51,6659	9,2209	0,8560
5	37,5788	4,7896	0,7992
6	30,4722	2,4396	0,7996
7	21,4066	7,0045	0,4767
8	28,5032	9,2730	0,4835
9	51,6300	9,1961	4,3870
10	44,4689	6,9352	4,3766
11	37,5451	4,8715	4,3751
12	30,7789	2,4396	4,3804
13	46,1856	11,9853	0,9880
14	23,6143	0,0001	4,4027

Transformation "ZF_Zielmarken_calc" ins Referenzsystem (3D)						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	σZ
1	0,0002	0,0009	0,0005	0,0005	0,0007	0,0007
2	35,4203	11,3523	0,4779	0,0005	0,0005	0,0005
3	42,5363	13,6795	0,4813	0,0005	0,0005	0,0006
4	51,6660	9,2211	0,8567	0,0005	0,0005	0,0005
5	37,5797	4,7894	0,7998	0,0005	0,0005	0,0005
6	30,4720	2,4387	0,8006	0,0005	0,0005	0,0005
7	21,4068	7,0046	0,4756	0,0005	0,0005	0,0005
8	28,5030	9,2730	0,4834	0,0005	0,0005	0,0005
9	51,6297	9,1964	4,3858	0,0005	0,0005	0,0005
10	44,4693	6,9356	4,3768	0,0005	0,0005	0,0005
11	37,5449	4,8712	4,3760	0,0005	0,0005	0,0005
12	30,7787	2,4391	4,3802	0,0005	0,0005	0,0005
13	46,1853	11,9854	0,9882	0,0005	0,0005	0,0005
14	23,6144	0,0002	4,4007	0,0005	0,0005	0,0006

Abweichungen zur Referenz				
---------------------------	--	--	--	--

Transformation "Faro_Zielmarken_calc" ins Referenzsystem (Lot)							Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	σZ	Pkt.	X	Y	Z	d
1	0,0012	0,0011	-0,0165	0,0033	0,0043	0,0032	1	-1,2	-1,0	16,1	16,2
2	35,4207	11,3531	0,4808	0,0033	0,0032	0,0032	2	0,2	-0,1	-2,9	2,9
3	42,5367	13,6804	0,4882	0,0033	0,0033	0,0032	3	-0,5	-1,3	-6,8	7,0
4	51,6663	9,2221	0,8649	0,0032	0,0035	0,0032	4	-0,4	-1,1	-8,8	8,9
5	37,5802	4,7901	0,8001	0,0032	0,0032	0,0032	5	-1,4	-0,6	-0,9	1,8
6	30,4725	2,4392	0,7969	0,0033	0,0033	0,0032	6	-0,3	0,4	2,7	2,7
7	21,4074	7,0051	0,4707	0,0032	0,0034	0,0032	7	-0,8	-0,5	6,0	6,1
8	28,5035	9,2736	0,4824	0,0032	0,0033	0,0032	8	-0,3	-0,6	1,1	1,3
9	51,6287	9,1955	4,3939	0,0032	0,0035	0,0032	9	1,3	0,6	-6,9	7,0
10	44,4684	6,9346	4,3809	0,0032	0,0033	0,0032	10	0,5	0,5	-4,3	4,4
11	37,5440	4,8700	4,3763	0,0032	0,0032	0,0032	11	1,1	1,5	-1,2	2,2
12	30,7778	2,4378	4,3766	0,0033	0,0033	0,0032	12	1,1	1,8	3,8	4,3
13	46,1856	11,9862	0,9956	0,0033	0,0034	0,0032	13	0,0	-0,9	-7,6	7,6
14	23,6136	-0,0013	4,3930	0,0033	0,0034	0,0032	14	0,7	1,4	9,8	9,9

Stabw.: **4,3** Mittel: **5,9**

tracker Referenzmessung			
Pkt.	X	Y	Z
1	0,0000	0,0001	-0,0004
2	35,4210	11,3530	0,4779
3	42,5362	13,6791	0,4814
4	51,6659	9,2209	0,8560
5	37,5788	4,7896	0,7992
6	30,4722	2,4396	0,7996
7	21,4066	7,0045	0,4767
8	28,5032	9,2730	0,4835
9	51,6300	9,1961	4,3870
10	44,4689	6,9352	4,3766
11	37,5451	4,8715	4,3751
12	30,7789	2,4396	4,3804
13	46,1856	11,9853	0,9880
14	23,6143	0,0001	4,4027

Anhang A-VIII Scanner Kalibrierfeld (Faro)

Objektkoordinaten - Zielmarken_calc			
Pkt.	X	Y	Z
1	37,5047	-2,1618	0,6250
2	0,3216	-3,2926	1,3319
3	-7,1645	-3,5557	1,3898
4	-14,6919	3,2542	1,8009
5	0,0697	3,6099	1,6444
6	7,5517	3,8997	1,5988
7	14,9910	-3,0010	1,2407
8	7,5443	-3,2130	1,2954
9	-14,6265	3,2695	5,3324
10	-7,1184	3,4560	5,2724
11	0,1042	3,5261	5,2189
12	7,2724	3,9911	5,1814
13	-10,1901	-0,9199	1,9108
14	14,8398	4,3417	5,1565

Transformation "Faro_Zielmarken_calc" ins Referenzsystem (3D)						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	σZ
1	0,0016	-0,0196	0,0051	0,0044	0,0057	0,0058
2	35,4249	11,3527	0,4753	0,0043	0,0043	0,0047
3	42,5464	13,6762	0,4855	0,0044	0,0045	0,0049
4	51,6659	9,2150	0,8576	0,0043	0,0047	0,0047
5	37,5779	4,7901	0,7949	0,0043	0,0043	0,0044
6	30,4678	2,4422	0,7970	0,0043	0,0043	0,0046
7	21,4082	7,0152	0,4773	0,0043	0,0046	0,0047
8	28,5059	9,2786	0,4846	0,0043	0,0044	0,0046
9	51,6275	9,1926	4,3895	0,0043	0,0048	0,0047
10	44,4637	6,9367	4,3772	0,0043	0,0045	0,0045
11	37,5420	4,8717	4,3694	0,0043	0,0044	0,0044
12	30,7819	2,4422	4,3779	0,0043	0,0044	0,0046
13	46,1860	11,9815	0,9908	0,0043	0,0045	0,0047
14	23,6067	0,0123	4,4013	0,0044	0,0046	0,0048

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	d
1	-1,6	19,7	-5,5	20,5
2	-3,9	0,3	2,6	4,7
3	-10,2	2,9	-4,1	11,4
4	0,0	5,9	-1,6	6,1
5	0,9	-0,6	4,3	4,4
6	4,4	-2,6	2,5	5,7
7	-1,6	-10,7	-0,6	10,8
8	-2,7	-5,6	-1,2	6,3
9	2,5	3,4	-2,5	4,9
10	5,1	-1,6	-0,6	5,4
11	3,1	-0,2	5,7	6,5
12	-3,0	-2,6	2,5	4,7
13	-0,4	3,7	-2,8	4,7
14	7,6	-12,2	1,4	14,4

Stabw.: **5,7** Mittel: **7,9**

Transformation "Faro_Auswahl" ins Referenzsystem (3D)						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	σZ
2	35,4238	11,3510	0,4761	0,0020	0,0020	0,0023
4	51,6656	9,2190	0,8560	0,0019	0,0022	0,0022
5	37,5791	4,7892	0,7966	0,0019	0,0020	0,0020
6	30,4698	2,4389	0,8003	0,0020	0,0021	0,0022
8	28,5055	9,2746	0,4870	0,0019	0,0022	0,0024
9	51,6278	9,1972	4,3879	0,0019	0,0022	0,0022
10	44,4648	6,9389	4,3773	0,0019	0,0020	0,0020
11	37,5438	4,8715	4,3711	0,0019	0,0020	0,0020
12	30,7845	2,4397	4,3812	0,0020	0,0021	0,0022
13	46,1848	11,9836	0,9896	0,0020	0,0020	0,0022

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	d
2	-2,8	2,0	1,7	3,9
4	0,3	1,9	0,0	2,0
5	-0,3	0,3	2,6	2,6
6	2,4	0,7	-0,8	2,6
8	-2,3	-1,5	-3,6	4,5
9	2,2	-1,2	-0,9	2,6
10	4,1	-3,7	-0,7	5,6
11	1,3	0,0	4,0	4,2
12	-5,7	-0,1	-0,8	5,7
13	0,8	1,6	-1,6	2,4

Stabw.: **2,4** Mittel: **3,3**

Transformation "Faro_Auswahl" ins Referenzsystem (3D)						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	σZ
2	35,4223	11,3510	0,4752	0,0021	0,0020	0,0023
5	37,5780	4,7894	0,7981	0,0020	0,0020	0,0022
8	28,5042	9,2739	0,4853	0,0020	0,0023	0,0025
11	37,5420	4,8727	4,3725	0,0021	0,0021	0,0022
12	30,7829	2,4404	4,3820	0,0022	0,0022	0,0024
13	46,1831	11,9846	0,9908	0,0021	0,0025	0,0027

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	d
2	-1,3	2,1	2,6	3,6
5	0,7	0,1	1,1	1,3
8	-0,9	-0,9	-1,9	2,3
11	3,1	-1,2	2,5	4,2
12	-4,1	-0,8	-1,6	4,4
13	2,5	0,7	-2,8	3,8

Tachy und Niv			
Pkt.	X	Y	Z
1	6,5974	3,6936	0,1240
2	3,9205	6,5107	0,1403
3	0,0162	7,5280	0,1168
4	-3,7093	6,6081	0,1170
5	-6,4737	3,9277	0,1255
6	-7,5078	0,0584	0,1390
7	-6,5575	-3,7014	0,1254
8	-3,8597	-6,3921	0,1449
9	-0,0645	-7,4567	0,1455
10	3,6755	-6,5055	0,1458
11	6,4747	-3,7952	0,1316
12	7,5450	0,0000	0,1276

Distanz
7,56
7,60
7,53
7,58
7,57
7,51
7,53
7,47
7,46
7,47
7,51
7,55

Anhang A-IX Faro-Kompensator (Abschätzung)

Objektkoordinaten - ohne Komp			
Pkt.	X	Y	Z
1	-1,0162	-7,4830	-2,1018
2	-4,5965	-5,9924	-2,1376
3	-6,9436	-2,7116	-2,1432
4	-7,4167	1,0980	-2,1715
5	-5,9009	4,6354	-2,1993
6	-2,6569	6,9848	-2,2204
7	1,1944	7,4415	-2,2000
8	4,6687	5,8837	-2,1993
9	7,0180	2,7225	-2,1719
10	7,4676	-1,1118	-2,1446
11	5,9392	-4,6903	-2,1077
12	2,7740	-7,0479	-2,0985

Transformation - 3D						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	σZ
1	6,5933	3,6970	0,1244	0,0000	0,0000	0,0000
2	3,9212	6,5079	0,1402	0,0000	0,0000	0,0000
3	0,0182	7,5271	0,1168	0,0000	0,0000	0,0000
4	-3,7088	6,6072	0,1175	0,0000	0,0000	0,0000
5	-6,4709	3,9271	0,1250	0,0000	0,0000	0,0000
6	-7,5055	0,0576	0,1387	0,0000	0,0000	0,0000
7	-6,5553	-3,7025	0,1256	0,0000	0,0000	0,0000
8	-3,8586	-6,3904	0,1450	0,0000	0,0000	0,0000
9	-0,0663	-7,4545	0,1459	0,0000	0,0000	0,0000
10	3,6754	-6,5038	0,1462	0,0000	0,0000	0,0000
11	6,4714	-3,7972	0,1299	0,0000	0,0000	0,0000
12	7,5418	0,0016	0,1284	0,0000	0,0000	0,0000

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	d
1	4,1	-3,3	-0,4	5,3
2	-0,7	2,8	0,1	2,9
3	-2,0	0,9	0,1	2,2
4	-0,5	0,9	-0,5	1,1
5	-2,8	0,6	0,5	2,9
6	-2,3	0,8	0,3	2,4
7	-2,2	1,2	-0,2	2,5
8	-1,1	-1,7	-0,1	2,0
9	1,8	-2,2	-0,5	2,9
10	0,1	-1,7	-0,4	1,7
11	3,2	2,0	1,7	4,2
12	3,2	-1,6	-0,7	3,7

Stabw.: **1,9** Mittel: **2,8**

Transformation - Lot						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	σZ
1	6,5931	3,6969	0,0758	0,0000	0,0000	0,0000
2	3,9212	6,5079	0,1116	0,0000	0,0000	0,0000
3	0,0181	7,5271	0,1172	0,0000	0,0000	0,0000
4	-3,7088	6,6072	0,1455	0,0000	0,0000	0,0000
5	-6,4708	3,9271	0,1732	0,0000	0,0000	0,0000
6	-7,5053	0,0576	0,1944	0,0000	0,0000	0,0000
7	-6,5552	-3,7025	0,1739	0,0000	0,0000	0,0000
8	-3,8584	-6,3904	0,1732	0,0000	0,0000	0,0000
9	-0,0662	-7,4545	0,1459	0,0000	0,0000	0,0000
10	3,6754	-6,5038	0,1185	0,0000	0,0000	0,0000
11	6,4712	-3,7972	0,0817	0,0000	0,0000	0,0000
12	7,5416	0,0016	0,0725	0,0000	0,0000	0,0000

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	d
1	4,3	-3,3	48,2	48,5
2	-0,7	2,8	28,7	28,9
3	-2,0	0,9	-0,4	2,2
4	-0,5	0,9	-28,5	28,5
5	-2,9	0,6	-47,8	47,9
6	-2,5	0,8	-55,4	55,4
7	-2,3	1,1	-48,5	48,6
8	-1,3	-1,7	-28,3	28,4
9	1,7	-2,2	-0,5	2,8
10	0,1	-1,7	27,2	27,3
11	3,5	2,0	49,9	50,1
12	3,4	-1,6	55,2	55,3

Stabw.: **24,3** Mittel: **35,3**

Objektkoordinaten - mit Komp			
Pkt.	X	Y	Z
1	-2,3198	-7,1859	-2,0657
2	-5,5827	-5,0862	-2,0826
3	-7,3126	-1,4443	-2,0593
4	-7,1066	2,3903	-2,0602
5	-4,9899	5,6056	-2,0680
6	-1,3806	7,3455	-2,0833
7	2,4858	7,1163	-2,0692
8	5,6337	4,9671	-2,0887
9	7,3876	1,4460	-2,0895
10	7,1544	-2,4100	-2,0895
11	5,0172	-5,6645	-2,0729
12	1,4868	-7,4259	-2,0711

Transformation - 3D						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	σZ
1	6,5939	3,6964	0,1236	0,0000	0,0000	0,0000
2	3,9208	6,5089	0,1405	0,0000	0,0000	0,0000
3	0,0196	7,5268	0,1169	0,0000	0,0000	0,0000
4	-3,7088	6,6070	0,1174	0,0000	0,0000	0,0000
5	-6,4712	3,9261	0,1247	0,0000	0,0000	0,0000
6	-7,5052	0,0550	0,1395	0,0000	0,0000	0,0000
7	-6,5565	-3,7002	0,1252	0,0000	0,0000	0,0000
8	-3,8564	-6,3904	0,1448	0,0000	0,0000	0,0000
9	-0,0693	-7,4545	0,1458	0,0000	0,0000	0,0000
10	3,6750	-6,5041	0,1463	0,0000	0,0000	0,0000
11	6,4722	-3,7957	0,1302	0,0000	0,0000	0,0000
12	7,5420	0,0019	0,1287	0,0000	0,0000	0,0000

Abweichungen zur Referenz				
Pkt.	X	Y	Z	d
1	3,5	-2,8	1,4	4,6
2	-0,3	1,9	0,7	2,0
3	-3,4	1,2	0,6	3,6
4	-0,5	1,1	-0,2	1,2
5	-2,5	1,6	0,5	3,0
6	-2,6	3,4	-1,2	4,5
7	-1,0	-1,1	-0,7	1,6
8	-3,2	-1,7	-0,8	3,7
9	4,8	-2,2	-1,0	5,3
10	0,5	-1,4	-0,7	1,6
11	2,5	0,5	1,8	3,1
12	3,0	-1,9	-0,4	3,6

Stabw.: **2,1** Mittel: **3,2**

Abschätzung: Mittel aus

gegenüberliegenden Winkeln

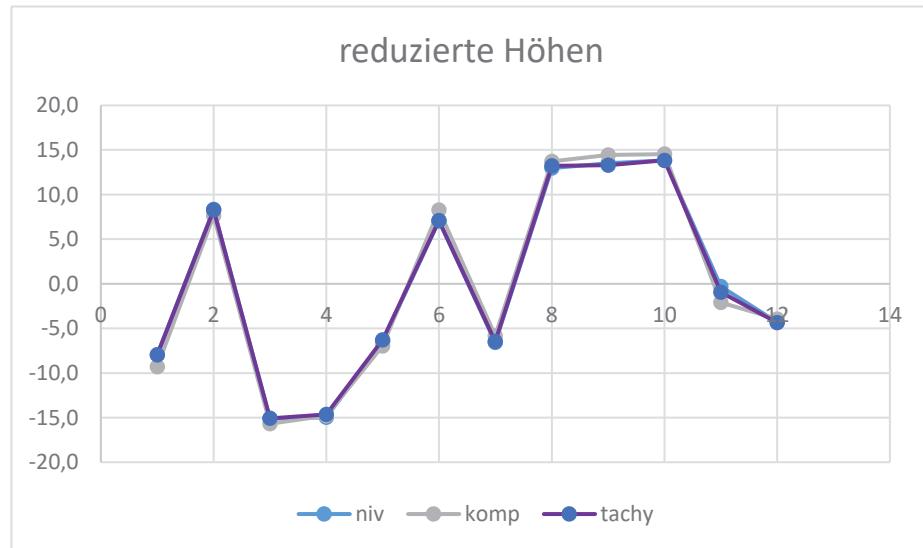
Pkt.	[mm]
1 & 7	1,0
2 & 8	0,7
3 & 9	0,8
4 & 10	0,5
5 & 11	1,1
6 & 12	0,8
→	7,0 [mgon]

Transformation - Lot						
Pkt.	X	Y	Z	σX	σY	σZ
1	6,5939	3,6964	0,1227	0,0000	0,0000	0,0000
2	3,9208	6,5089	0,1396	0,0000	0,0000	0,0000
3	0,0196	7,5268	0,1163	0,0000	0,0000	0,0000
4	-3,7088	6,6070	0,1172	0,0000	0,0000	0,0000
5	-6,4712	3,9261	0,1250	0,0000	0,0000	0,0000
6	-7,5052	0,0550	0,1402	0,0000	0,0000	0,0000
7	-6,5565	-3,7002	0,1261	0,0000	0,0000	0,0000
8	-3,					

Anhang A-X Faro-Kompensator (Messung)

DNA03-Höhen					Faro Focus 3D- Höhen				TS15
Pkt.Nr.	hin	rück	diff	mean	unkomp.	mit komp	mit ref_komp	tachy	
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[m]	[m]	[m]	[m]	
1	124,4	123,6	0,8	0,1240	2,1018	2,0657	0,4021	0,1186	
2	140,3	140,4	-0,1	0,1403	2,1376	2,0826	0,3998	0,1349	
3	116,8	116,9	-0,1	0,1168	2,1432	2,0593	0,3585	0,1115	
4	117,1	116,9	0,2	0,1170	2,1715	2,0602	0,3473	0,1120	
5	125,6	125,3	0,3	0,1255	2,1993	2,0680	0,3540	0,1203	
6	139,0	139,1	-0,1	0,1390	2,2204	2,0833	0,3761	0,1337	
7	125,4	125,4	0,0	0,1254	2,2000	2,0692	0,3770	0,1202	
8	144,8	145,0	-0,2	0,1449	2,1993	2,0887	0,4154	0,1398	
9	145,5	145,4	0,1	0,1455	2,1719	2,0895	0,4321	0,1399	
10	145,8	145,8	-0,1	0,1458	2,1446	2,0895	0,4426	0,1404	
11	131,8	131,5	0,3	0,1316	2,1077	2,0729	0,4297	0,1257	
12	127,6	127,7	-0,1	0,1276	2,0985	2,0711	0,4210	0,1223	
Mittelwerte:				0,1320	2,1580	2,0750	0,3963	0,1266	

reduzierte DNA03-Höhen			red. Faro Focus 3D- Höhen				TS15
Pkt.Nr.			mean	unkomp.	mit komp	mit ref_komp	tachy
			[mm]	[m]	[m]	[m]	
1			-7,9	-56,2	-9,3	5,8	-8,0
2			8,4	-20,4	7,6	3,5	8,3
3			-15,1	-14,8	-15,7	-37,8	-15,1
4			-15,0	13,5	-14,8	-49,0	-14,6
5			-6,5	41,3	-7,0	-42,3	-6,3
6			7,1	62,4	8,3	-20,2	7,1
7			-6,6	42,0	-5,8	-19,3	-6,4
8			13,0	41,3	13,7	19,1	13,2
9			13,5	14,0	14,5	35,8	13,3
10			13,8	-13,4	14,5	46,3	13,8
11			-0,3	-50,3	-2,1	33,4	-1,0
12			-4,3	-59,5	-3,9	24,7	-4,3
1	Mittelwerte:		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0



Mess- und Auswertestrategie

Teilprojekt

**„Entwicklung eines Industrie 4.0-fähigen Ansatzes zur
datentechnisch integrierten, intelligenten und
adaptiven Produktion eines Fahrstuhls“**

Fraunhofer-Einrichtung für Großstrukturen
in der Produktionstechnik IGP
Albert-Einstein-Straße 30
18059 Rostock

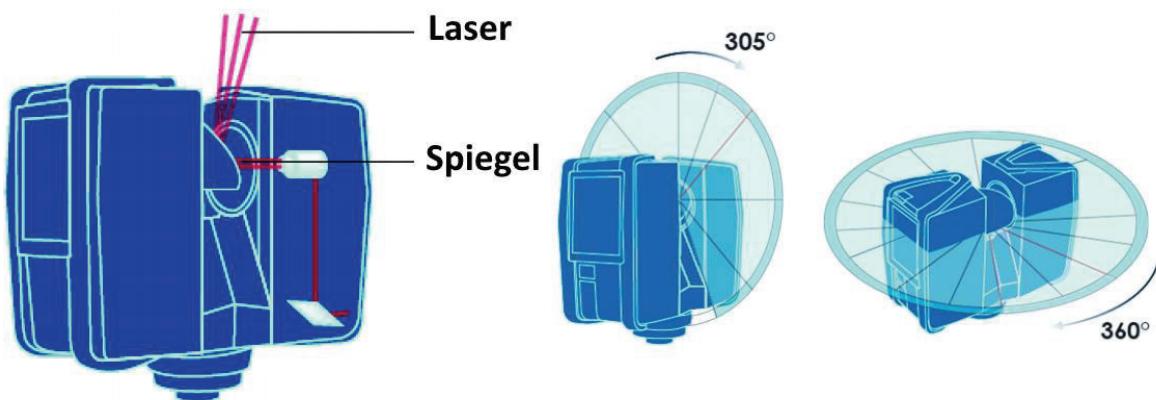
Entwicklungsteam Messen von Großstrukturen
Projektleitung: Dipl.-Ing. (FH) M. Geist
Projektlaufzeit: 01.08.2016 – 31.01.2019
Betreuung: M. Eng. Lisa Knaack

Arbeitsanweisung

1. Allgemeines



Stativ, Ersatzakku, Ladestation und mindestens drei *Tilt & Turn Targets* werden als zusätzliches Equipment empfohlen.



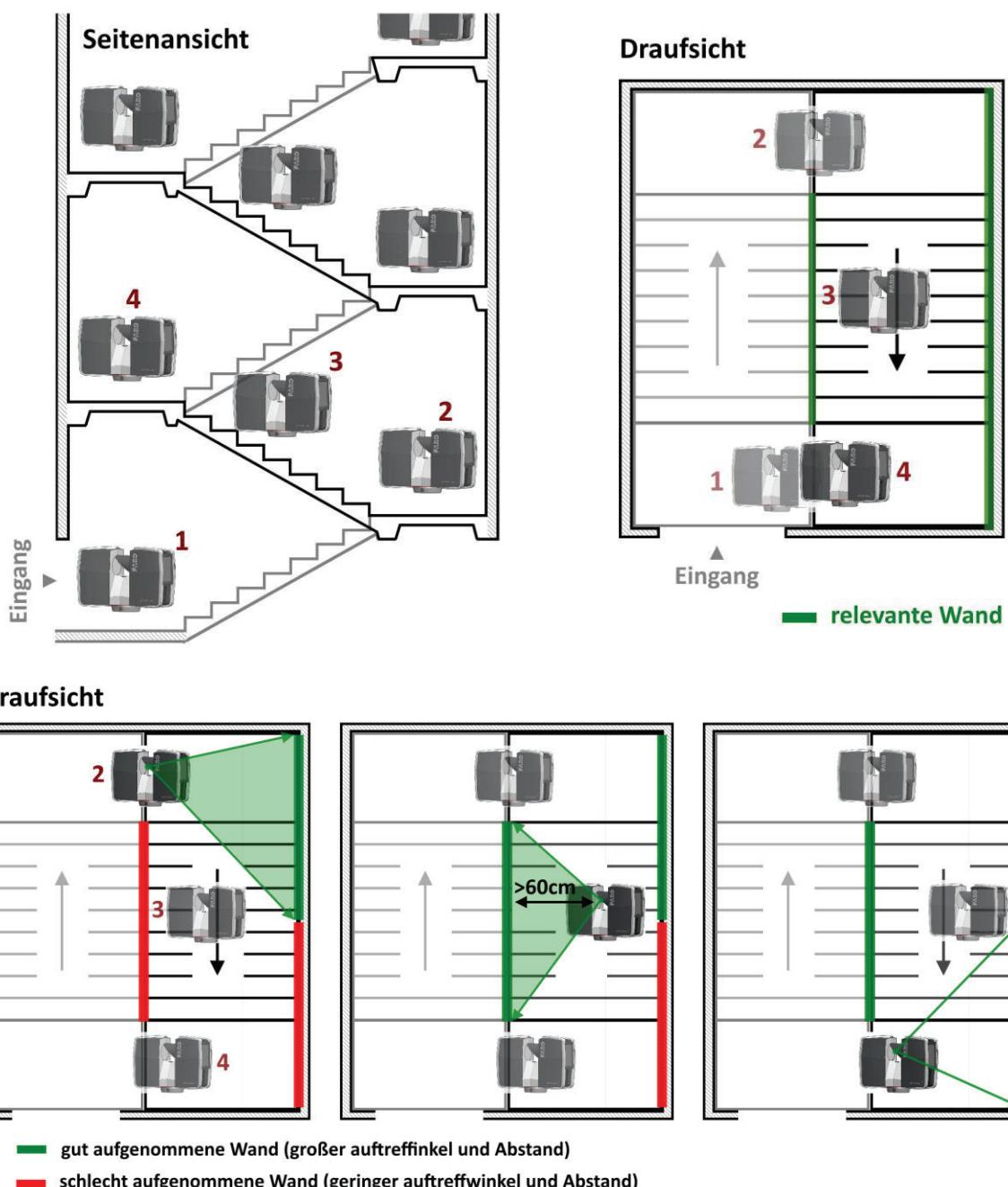
Funktionsweise und Arbeitsbereich

Für Distanzmessungen verwendet der *Faro Focus 3D* einen Laserentfernungsmesser. Der dafür verwendete Laserstrahl wird von einem rotierenden Spiegel abgelenkt und tastet somit eine vertikale Ebene ab. Durch eine zusätzliche horizontale Drehung des Gehäuses kann das komplette Umfeld gescannt werden. Das Ergebnis eines Laserscans ist eine hochauflöste Punktwolke.

2. Vorbereitung

Standpunktplanung:

Als erstes erfolgt eine Begehung des Messobjekts. Die Standpunkte sollten überlappende Bereiche aufnehmen und „Sicht“ zu genügend Messmarken gewährleisten. Dabei ist darauf zu achten, dass die relevanten Wände flächendeckend und mit günstigen Auftreffwinkeln aufgenommen werden.

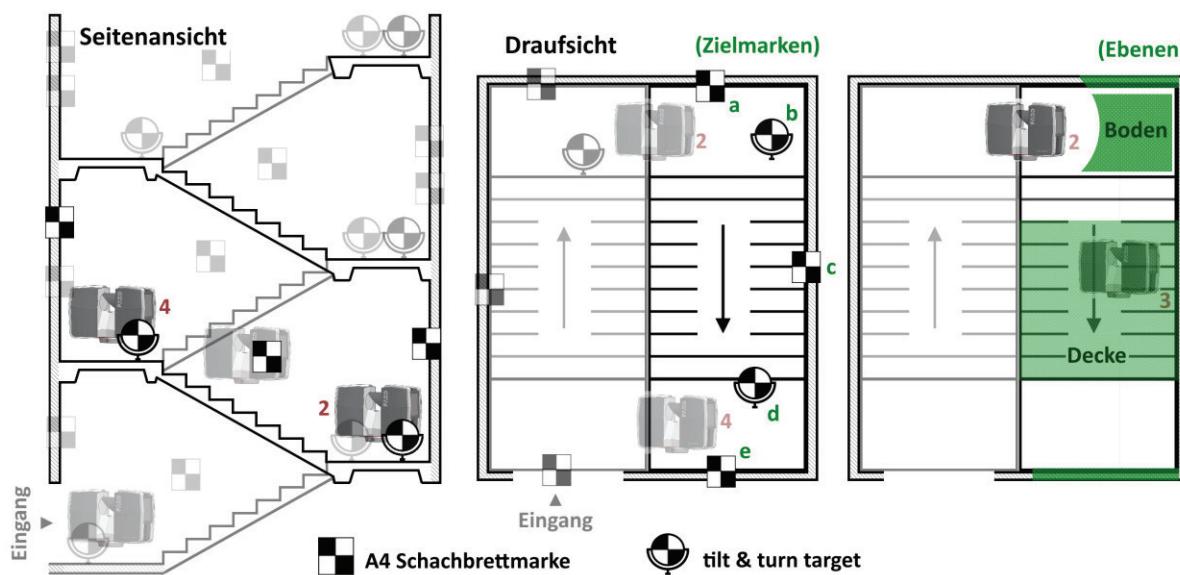


Markenplanung:

Nach der Planung der Gerätetestandpunkte erfolgt die Planung der Verknüpfungspunkte. Um die Koordinatensysteme zweier Einzelmessungen ineinander zu transformieren, werden mindestens drei identische Messpunkte in beiden Scans benötigt. Sind in allen aufeinanderfolgenden Scans genügend *targets* vorhanden, können die Messungen zu einer Gesamtpunktwolke verschmolzen werden.

Als *targets* dienen besonders kontrastreiche Schachbrettmuster, die entweder mittels Papiermarken an die Wand geklebt oder als *tilt & turn targets* auf dem Boden befestigt werden. Für eine ausreichend genaue Verknüpfung müssen pro Standpunkt mindestens vier gut verteilte Zielmarken aufgenommen werden!

Der Auftreffwinkel zwischen Laserstrahl und Zielmarke sollte nicht weniger als 45° betragen. Die *targets* sollten nicht um 45° verdreht angebracht werden. Die *targets* sollten nach dem kleben nicht gewellt sein.



Markenplanung:

Zusätzlich zu den künstlichen Zielmarken werden im späteren Verlauf auch identische Strukturen innerhalb der Scans für die Verknüpfung verwendet. Deutlich wird die Genauigkeit durch die Verwendung von Ebenennormalen gesteigert. Um gute Beobachtungen zu erhalten sollte bei der Standpunktwahl darauf geachtet werden eine gute „Sicht“ zu möglichst Ebene Flächen zu erhalten.

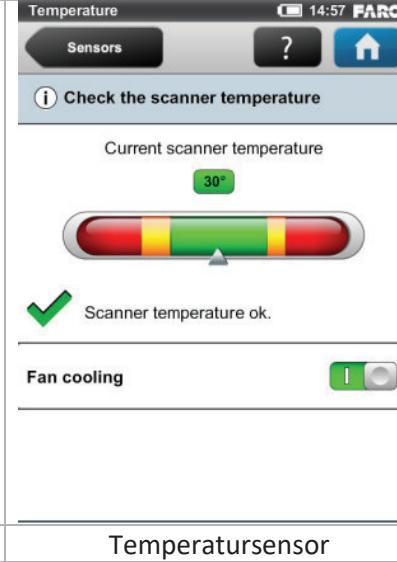
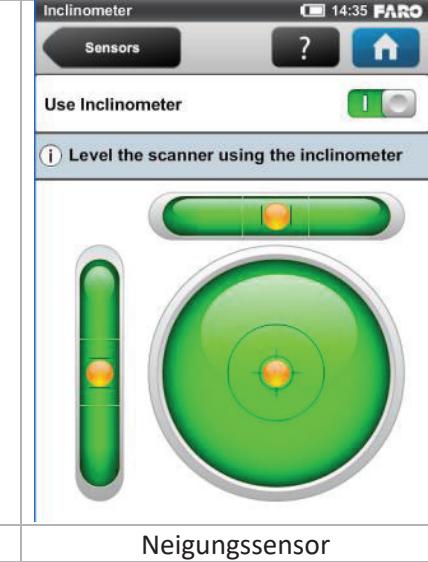
Hardware:

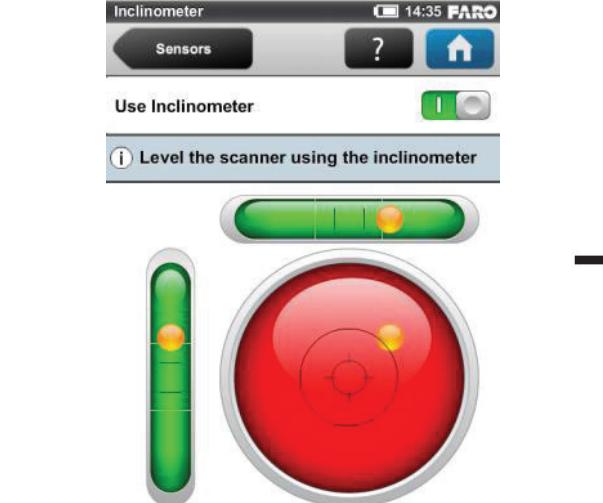
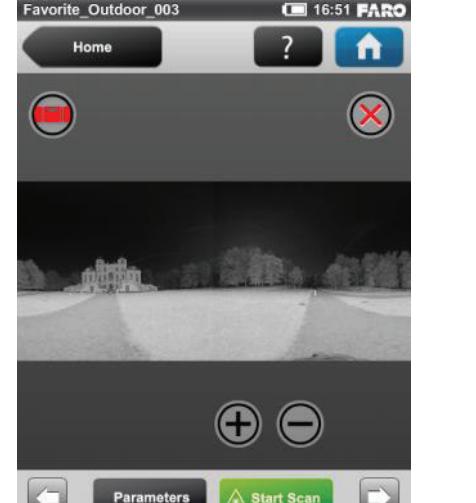
Nachdem die Zielmarken verteilt und die Standpunkte geplant sind, erfolgt die Vorbereitung des Instruments.

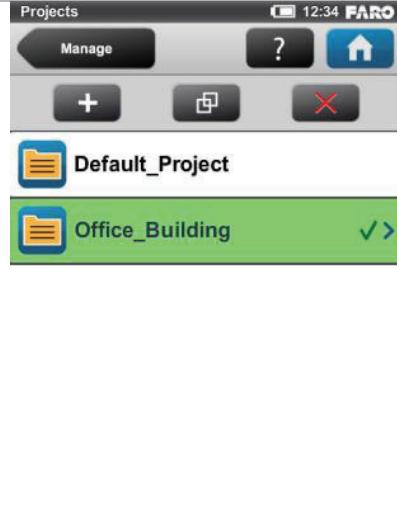
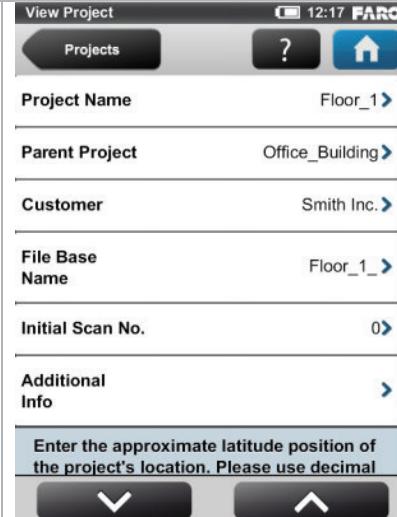


- ① Gerät auf dem Stativ aufbauen – dabei sollten die Stativbeine auf die gleiche Länge ausgefahren und bis zum Anschlag gespreizt sein.
 - ② SD-Karte einsetzen – auf der SD-Karte können Scans und Projekte gespeichert werden. Außerdem dient die Karte zum Installieren von firmware Updates und zum Erstellen eines backups der Scannereinstellungen.
 - ③ Akku einsetzen – Der Faro Focus 3D kann ebenfalls mit einer externen Stromquelle betrieben werden.

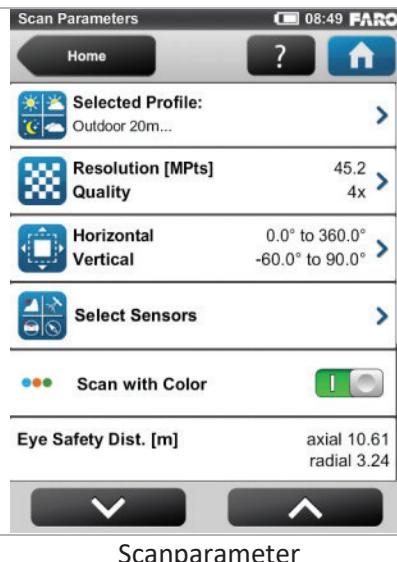
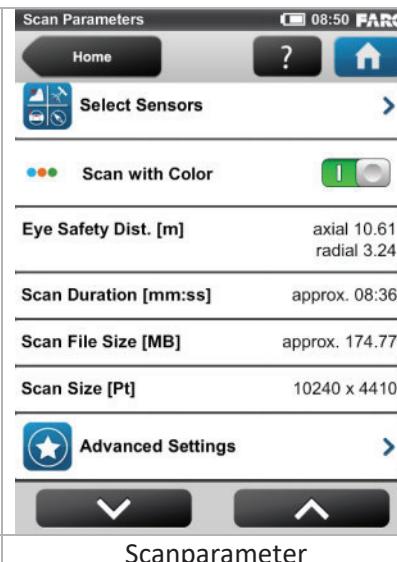
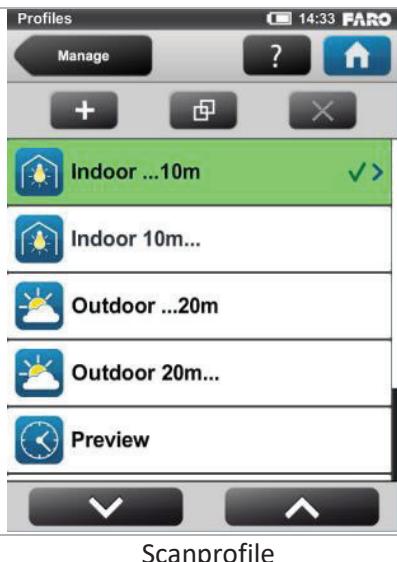
The image displays three screenshots of the FARO mobile application interface. The left screenshot shows the 'Homescreen' with a large 'FARO' logo, a green 'Start Scan' button with a triangle icon, and three navigation buttons: 'Parameters' (checkered square), 'View Scans' (square with a cross), and 'Manage' (gear icon). The middle screenshot shows the 'Reiter: Manage' (Tab: Manage) screen with a list of options: 'Projects' (file folder icon), 'Profiles' (sun and moon icon), 'Operators' (hard hat icon), 'General Settings' (clock icon), and 'Service' (wrench icon). The right screenshot shows the 'Operators' tab with a list of options: 'Operators' (hard hat icon), 'General Settings' (clock icon), 'Service' (wrench icon), 'Sensors' (camera and thermometer icon), and 'Shut down Scanner' (red button icon). Each screen includes a top bar with the FARO logo and a battery/ signal icon.

		
Sensoren	Temperatursensor	Neigungssensor
<p>Unter Manage – General Settings – Sensors können die einzelnen Sensordaten betrachtet werden. Wichtig ist hierbei, dass sich das Gerät in einer möglichst horizontalen Stellung befindet. Um in einem lotrechten Koordinatensystem messen zu können, muss die Dosenlibelle innerhalb des Kompensatorarbeitsbereichs eingespielt sein ($\pm 5^\circ$)!</p>		

	
Neigungssensor außerhalb des Arbeitsbereichs	Neigungswarnung (oben links)
<p>Falls der Neigungssensor nicht im Arbeitsbereich ist, muss das Stativ mit den Stellschrauben der einzelnen Stativbeine horizontiert werden!</p>	

		
Projektübersicht	Projekteinstellungen	Projektübersicht (Elternprojekt)

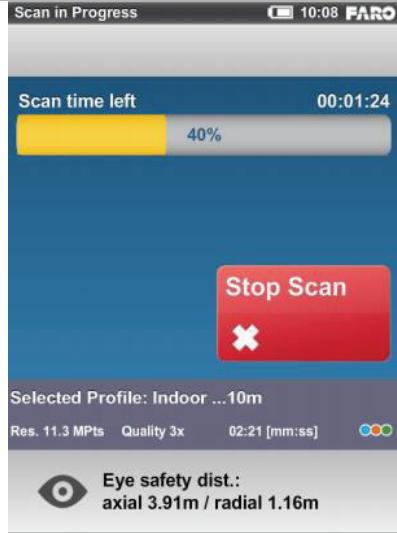
Unter Manage – Projects kann ein neues Projekt angelegt werden. In der Projektansicht kann auf ein Elternprojekt verwiesen werden, falls die aktuelle Messung ein Unterprojekt darstellen soll (Elternproj.: Proseken mit Unterproj.: Kirschenallee1 & Kirschenallee 2). Die Angabe der ungefähren geografischen Breite dient der Kalibrierung des Neigungssensors – für Norddeutschland genügt der Wert 55°.

		
Scanparameter	Scanparameter	Scanprofile

Unter **Home – Parameters** können die Scanparameter definiert werden. Zunächst wird unter **Selected Profile** das Scanprofil **Indoor ...10m** ausgewählt (für Zielweiten <10m in geschlossenen Räumen). Das deaktivieren der Farbaufnahme verkürzt das Messprojekt immens – sie sollte nur für Werbezwecke aktiviert werden.

Resolution / Quality	Scan Parameters	Scan Duration [hh:mm:ss] approx. 00:03:44	Quality	Auszug aus der Scanparameterübersicht	Scan Parameters	Scan Duration [hh:mm:ss] approx. 00:03:44	Quality	Auszug aus der Scanparameterübersicht	Scan Parameters
Resolution 1/8 	Scan Duration [hh:mm:ss] approx. 00:03:44	Scan Size [Pt] 5120 x 2205	Quality 4x 	Auflösung 1/8 3x 0:54 12.3 mm	Scan Duration [hh:mm:ss] approx. 00:03:44	Scan Size [Pt] 5120 x 2205	Quality 4x 	Auflösung 1/8 3x 0:54 12.3 mm	Scan Duration [hh:mm:ss] approx. 00:03:44
1/16 	Scan Duration [hh:mm:ss] approx. 00:03:44	Scan Size [Pt] 5120 x 2205	Quality 8x 	Auflösung 1/16 3x 2:17 7.7 mm	Scan Duration [hh:mm:ss] approx. 00:03:44	Scan Size [Pt] 5120 x 2205	Quality 8x 	Auflösung 1/16 3x 2:17 7.7 mm	Scan Duration [hh:mm:ss] approx. 00:03:44
1/32 	Scan Duration [hh:mm:ss] approx. 00:03:44	Scan Size [Pt] 5120 x 2205	Quality -8x 	Auflösung 1/32 3x 3:35 6.1 mm	Scan Duration [hh:mm:ss] approx. 00:03:44	Scan Size [Pt] 5120 x 2205	Quality -8x 	Auflösung 1/32 3x 3:35 6.1 mm	Scan Duration [hh:mm:ss] approx. 00:03:44
1/64 	Scan Duration [hh:mm:ss] approx. 00:03:44	Scan Size [Pt] 5120 x 2205	Quality -16x 	Auflösung 1/64 3x 14:19 3.1 mm	Scan Duration [hh:mm:ss] approx. 00:03:44	Scan Size [Pt] 5120 x 2205	Quality -16x 	Auflösung 1/64 3x 14:19 3.1 mm	Scan Duration [hh:mm:ss] approx. 00:03:44
1/128 	Scan Duration [hh:mm:ss] approx. 00:03:44	Scan Size [Pt] 5120 x 2205	Quality -32x 	Auflösung 1/128 3x 57:16 1.5 mm	Scan Duration [hh:mm:ss] approx. 00:03:44	Scan Size [Pt] 5120 x 2205	Quality -32x 	Auflösung 1/128 3x 57:16 1.5 mm	Scan Duration [hh:mm:ss] approx. 00:03:44
Scanparameter				Auflösung		Sensorauswahl			
Unter Resolution können die Auflösung und Qualität variiert werden. Die Auflösung beschreibt die Punktdichte der Punktfolge und sollte unter dem Gesichtspunkt der Markenerkennung gewählt werden – Empfohlen wird der Wert 1/4 . Die Qualität beschreibt die Dauer der Messung eines einzelnen Punktes und beeinflusst damit das Messrauschen – Empfohlen wird der Wert 3x . Beide Variablen beeinflussen die benötigte Scanzeit. Bei deaktivierter Farbaufnahme benötigt ein Scan mit 1/4 und 3x eine Scanzeit von 3 Minuten und 35 Sekunden – bei einer Messung eines fünfstöckigen Treppenhauses mit 11 Standpunkten beträgt die Messzeit (ohne Umstellen) demzufolge ca. 40 Minuten.				Unter Select Sensors muss der Neigungssensor aktiviert werden!					

3. Messung

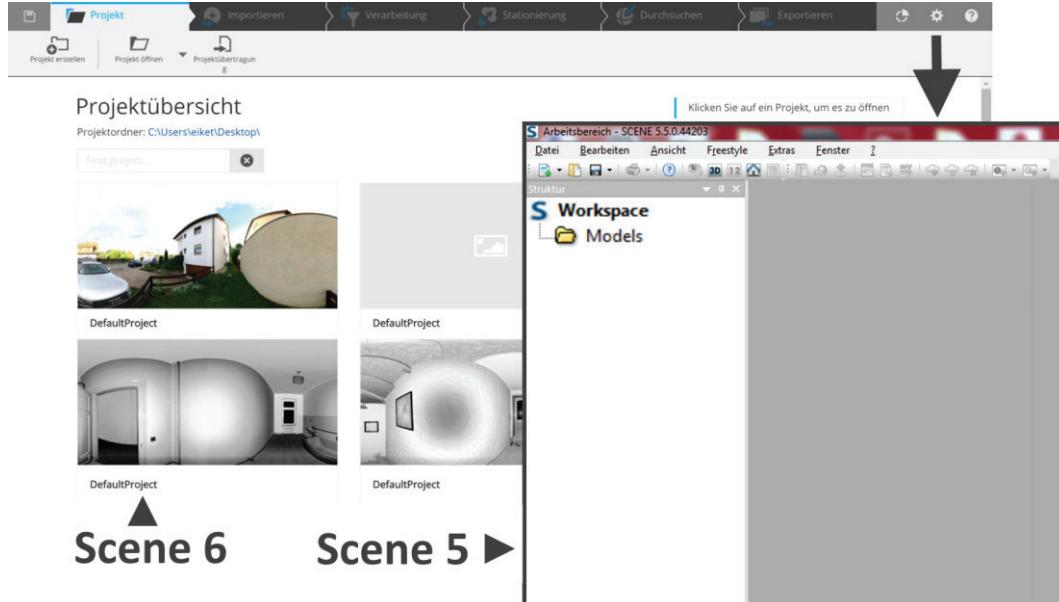
während der Messung	nach der Messung
	

Unter **Home – Start Scan** wird die Messung mit den aktuellen Parametern gestartet. Angezeigt werden die verbleibende Scanzeit und das ausgewählte Profil. Während der Messung pulsieren die blauen LEDs und je nach Soundeinstellungen ertönt ein warngeräuscht. In dieser Zeit darf weder der Scanner bewegt, noch die Messumgebung durch Personen verdeckt werden! Nach der Messung wird ein Vorschaubild der

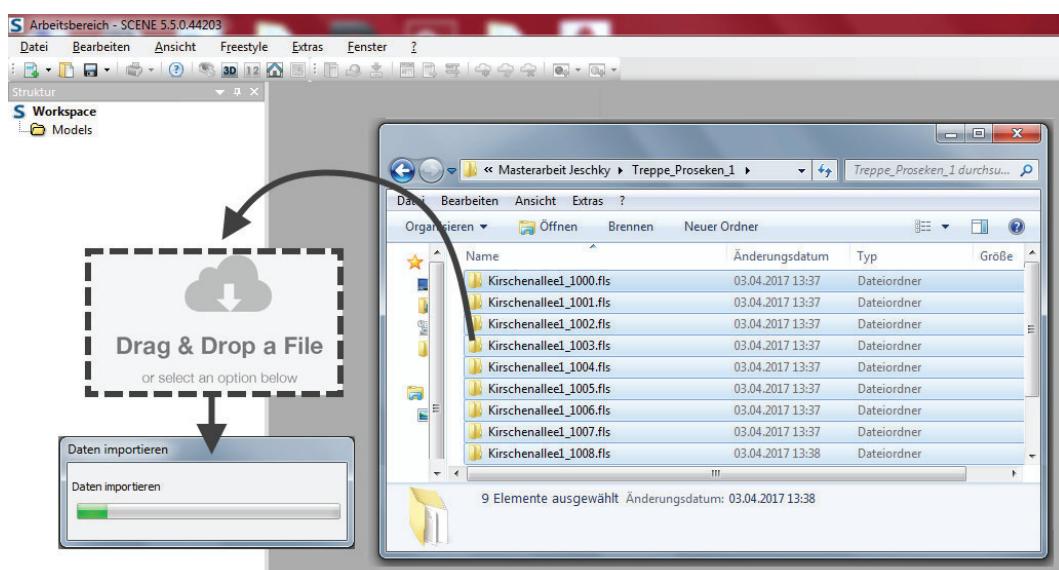
Aufgenommenen Szene angestellt – jetzt darf der Scanner zum nächsten Standpunkt bewegt werden. Die Messungen werden automatisch im jeweiligen Projektverzeichnis auf der SD-Karte gespeichert. Die SD-Karte kann nach dem herunterfahrenen entfernt werden.

4. Auswertung

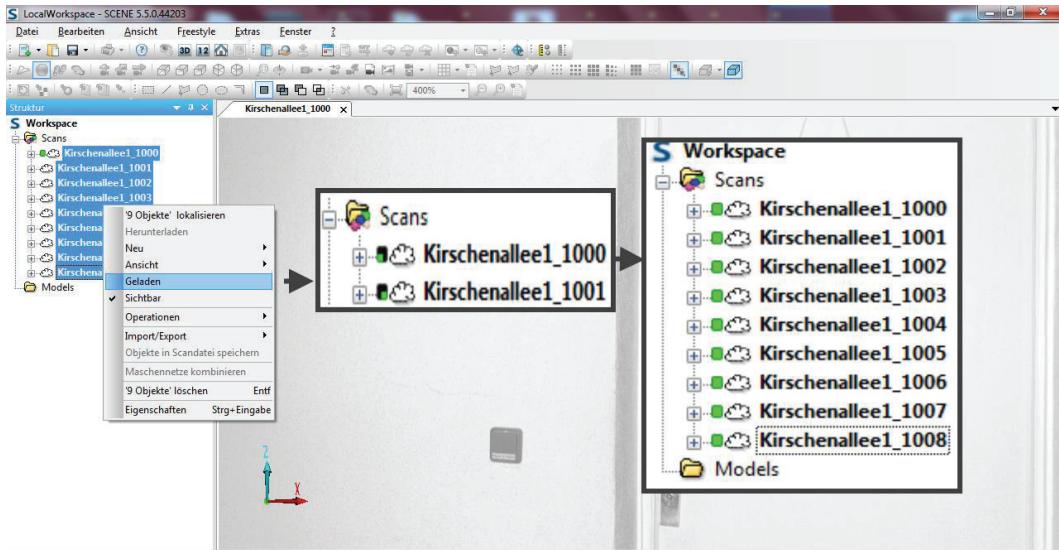
Nach der Messung erfolgt nun die Auswertung der Scans zu einer ausgerichteten Gesamtpunktwolke.



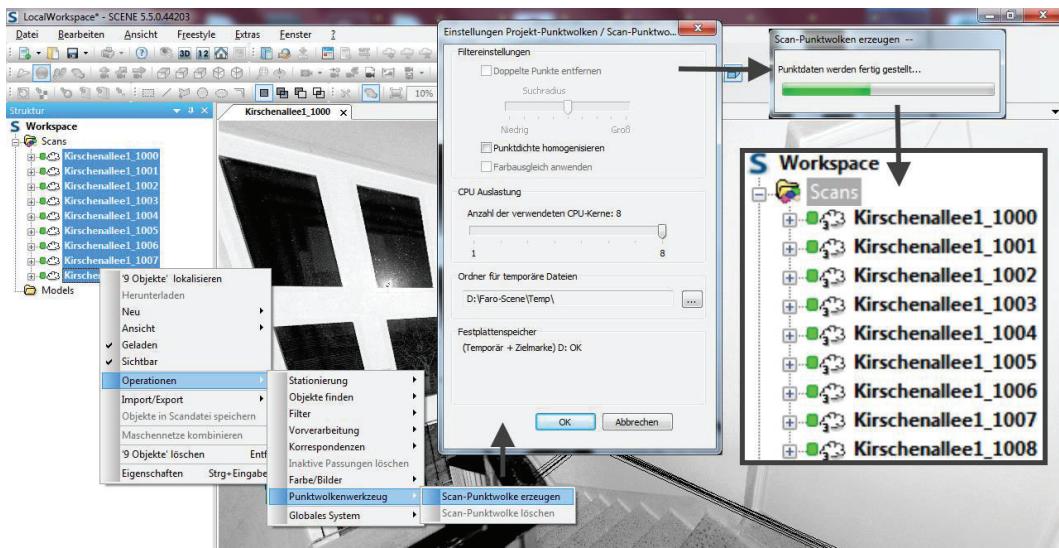
- Um alle nötigen Funktionen zu erhalten, muss zunächst unter **Optionen – Scene 5.1 Layout** das Scene 5 layout aktiviert werden.



- Scene erkennt die Faro SD-Karte und bietet automatisch die Möglichkeit das Projekt zu importieren. Andernfalls können die Scandaten (.fls) manuell per Drag & Drop importiert werden.
- Anfangs bietet es sich an eine Sicherheitskopie der Rohdaten zu erstellen.

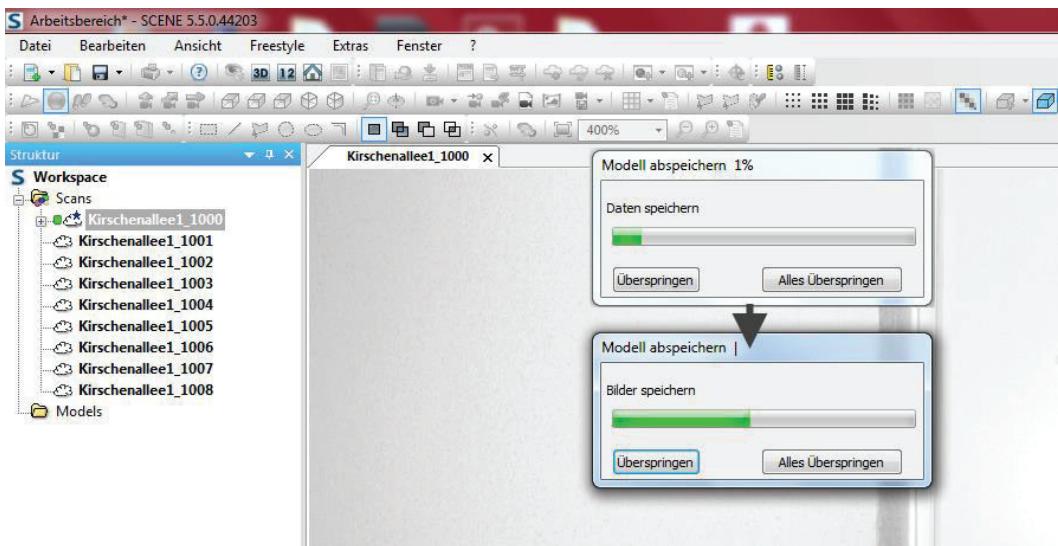


- Nachdem die Scans importiert wurden, müssen sie geladen werden. Dies kann einige Minuten in Anspruch nehmen, da beim ersten Laden Streupunkt- und Kontrastfilter automatisch angewendet werden. **Markieren – Rechtsklick – Geladen**

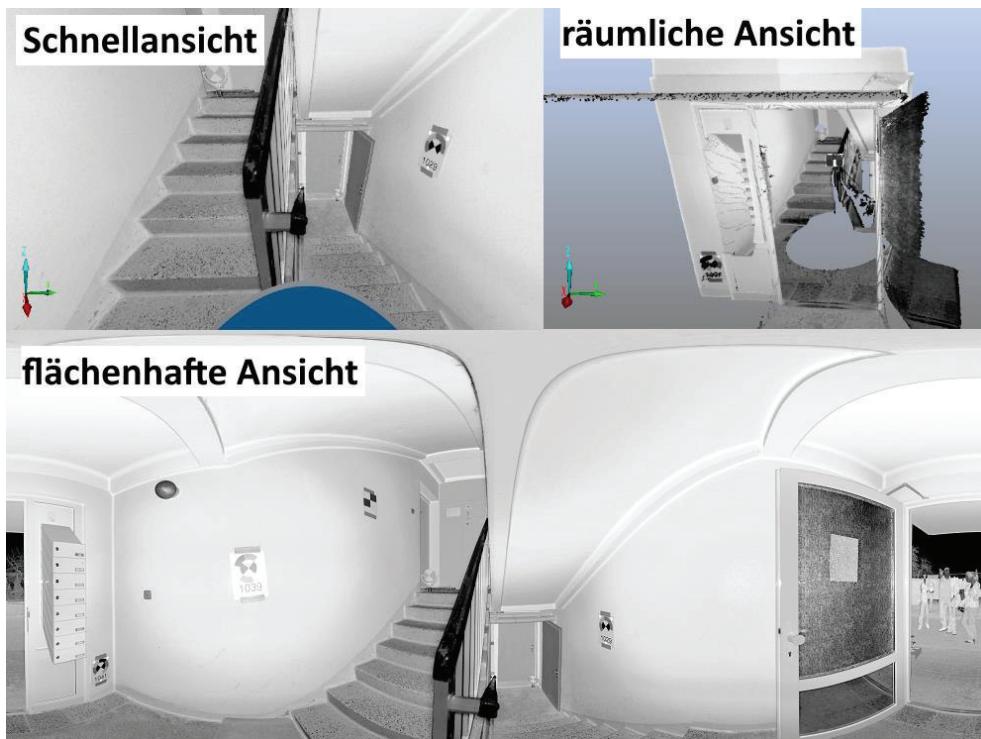


- Für die weitere Verarbeitung werden die Scans von dreidimensionalen Zeilen & Spalten in dreidimensionale Punkte umgewandelt.

Markieren – Rechtsklick – Operationen – Punktwolkenerzeugung – Scan-Punktwolke erzeugen



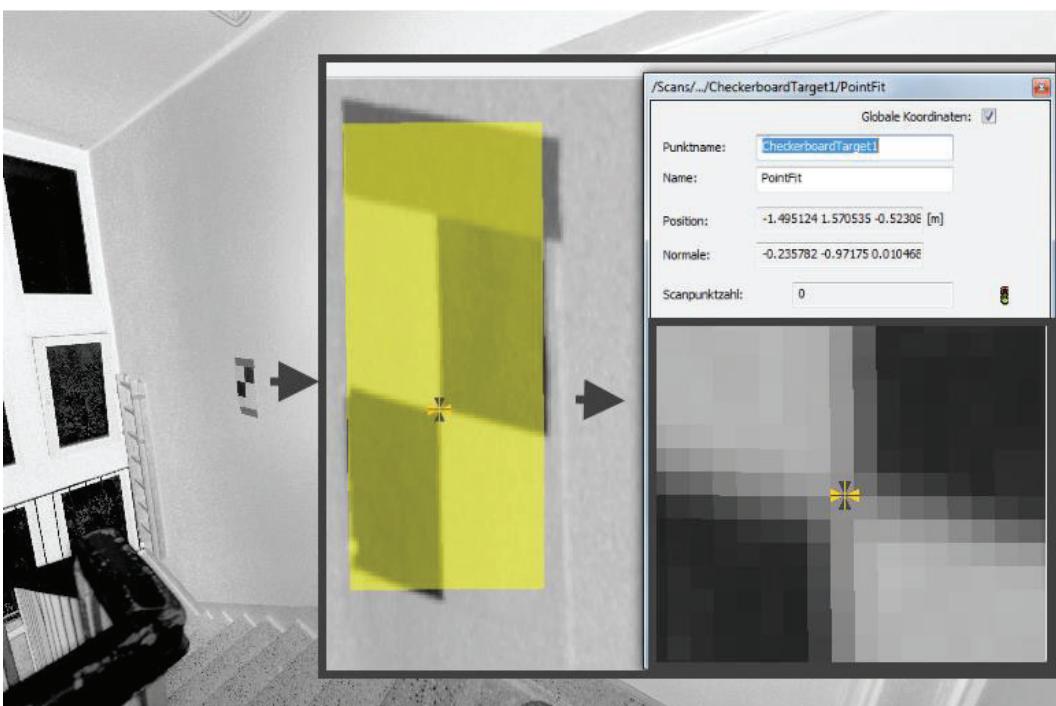
- Spätestens jetzt sollte das Projekt gespeichert werden. Das erste Speichern kann einige Minuten in Anspruch nehmen.



- **Über Rechtsklick – Ansicht** können die einzelnen Scans nun für die weitere Bearbeitung dargestellt werden. Es empfiehlt sich die Schnellansicht oder die Korrespondenzansicht.

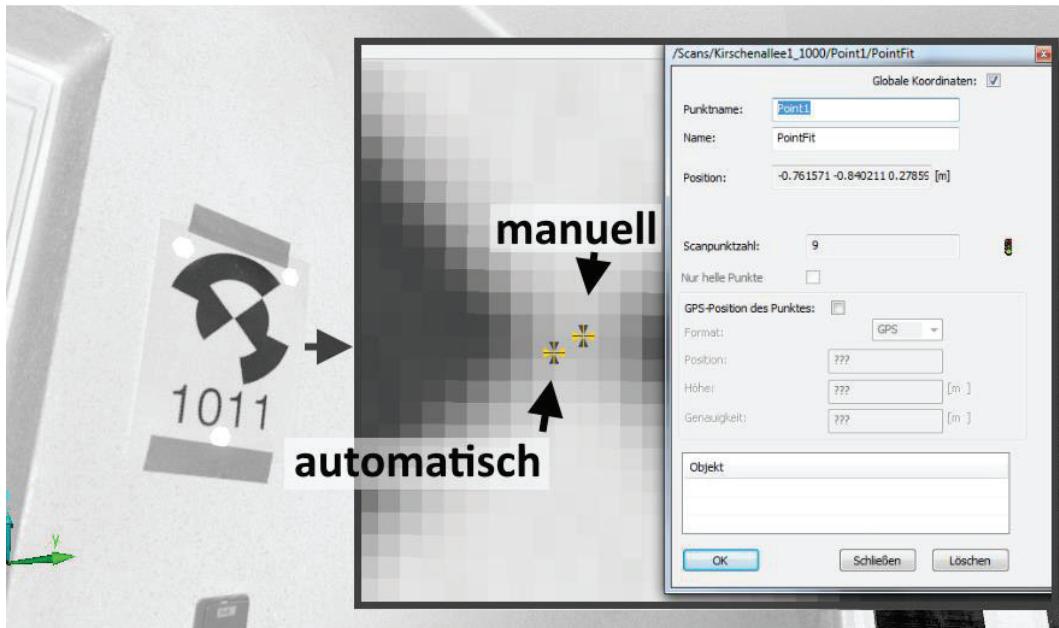


- Bei der Korrespondenzansicht können via Drag & Drop zwei Schnellansichten erzeugt werden. Dies vereinfacht stark die Zuordnung von identischen Zielmarken und Ebenen.

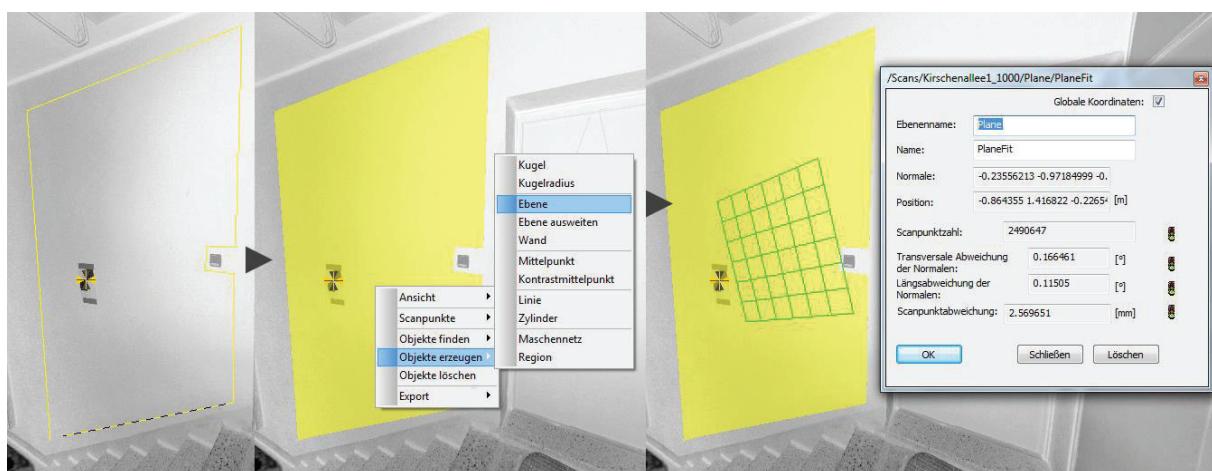


- Zunächst wird die Zielmarkenerkennung in der Schnellansicht verdeutlicht, sollte im späteren Verlauf aber in der Korrespondenzansicht erfolgen.
- Die vorherige Abbildung zeigt die automatische Markenerkennung.

Hierbei wird der Mittelpunkt einer Schachbrettmarke automatisch erkannt. Die gelbe Markierung beschreibt den Suchbereich. Das entstandene Objekt kann über **Rechtsklick** umbenannt oder gelöscht werden. Wichtig ist, dass neben der Position auch eine Normalenrichtung berechnet wird.

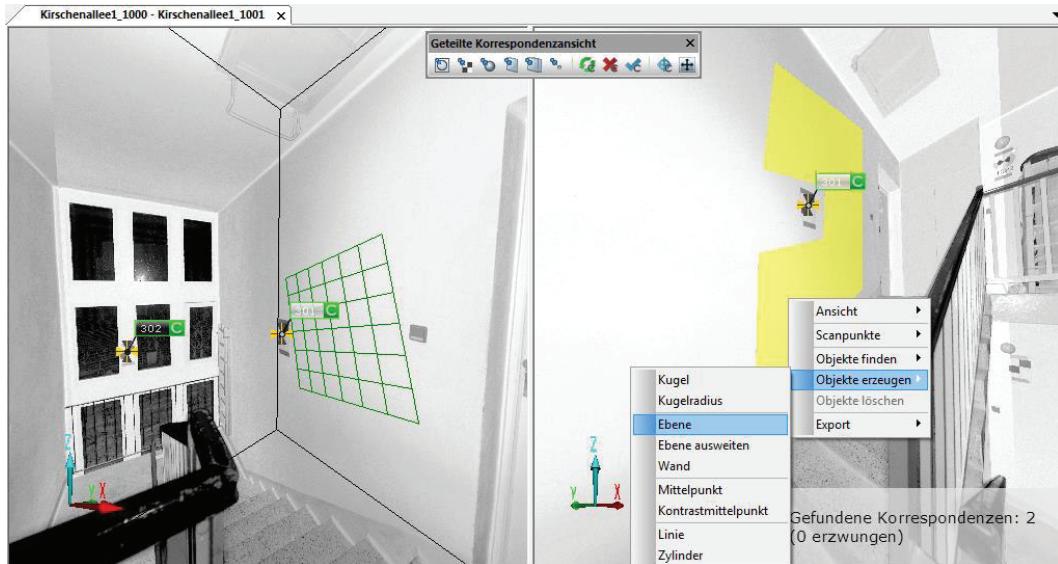


- Oftmals ist die Lösung der automatischen Zielmarkenerkennung nicht genau genug. In solchen Fällen muss die manuelle Scanpunktauswahl verwendet werden. 
- Hierbei kann manuell der dichtest Datenpunkt gewählt werden. Bei dieser Methode wird jedoch keine Normalenrichtung berechnet. Für die spätere Stationierung der Scans muss nun abgewogen werden, ob ein Zielzeichen lieber geringfügig schlechter im Mittelpunkt liegt aber dafür die Normaleninformation trägt – oder ob ein Zielzeichen besser in der Mitte markiert wurde, jedoch keine Normalenrichtung enthält. Egal wie man sich entscheidet – für jedes identische Zielzeichen muss in aufeinanderfolgenden Scans die selbe Entscheidung getroffen werden!

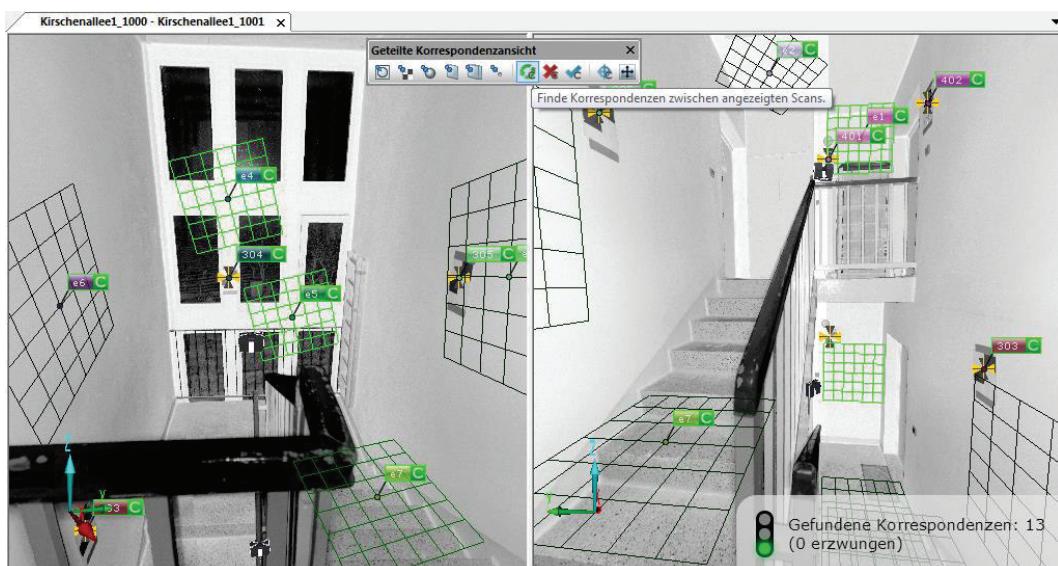


- Wertvolle Beobachtungen sind Ebenen-Normalenrichtungen. Dafür können flächenhafte Scanpunkte (wie z.B. Wände oder Türen) mit der Markierungsfunktion ausgewählt werden. 

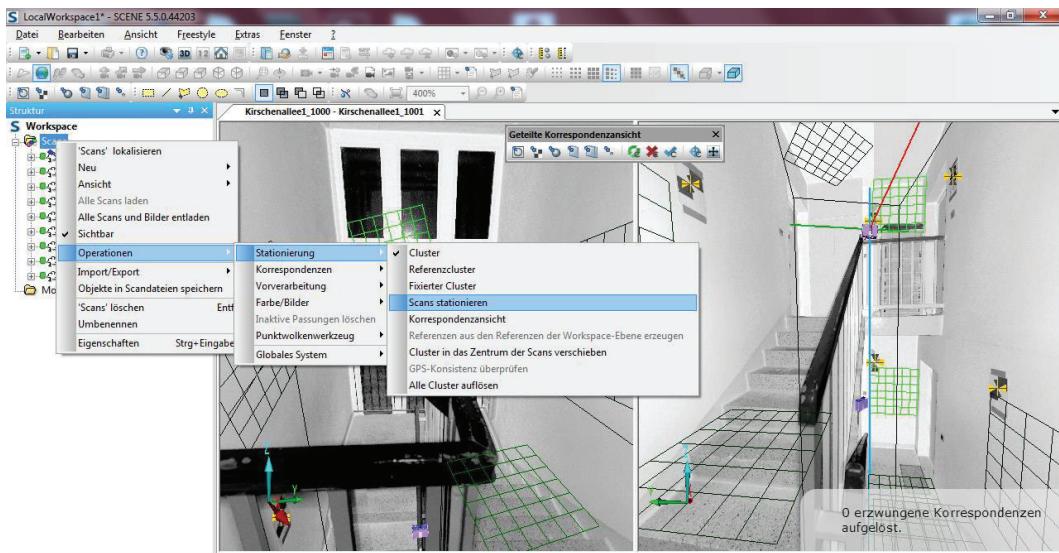
- Unter **Rechtsklick – Objekte erzeugen – Ebene** kann nun eine bestanpassende Ebene berechnet werden. Bei aufeinanderfolgenden Scans dient die Richtung, die senkrecht auf diesen identischen Ebenen steht, als Beobachtung für die Stationierung. Die Ampelfarben symbolisieren dabei die Güte der Ebene – es sollten nur „grüne Ebenen“ verwendet werden!



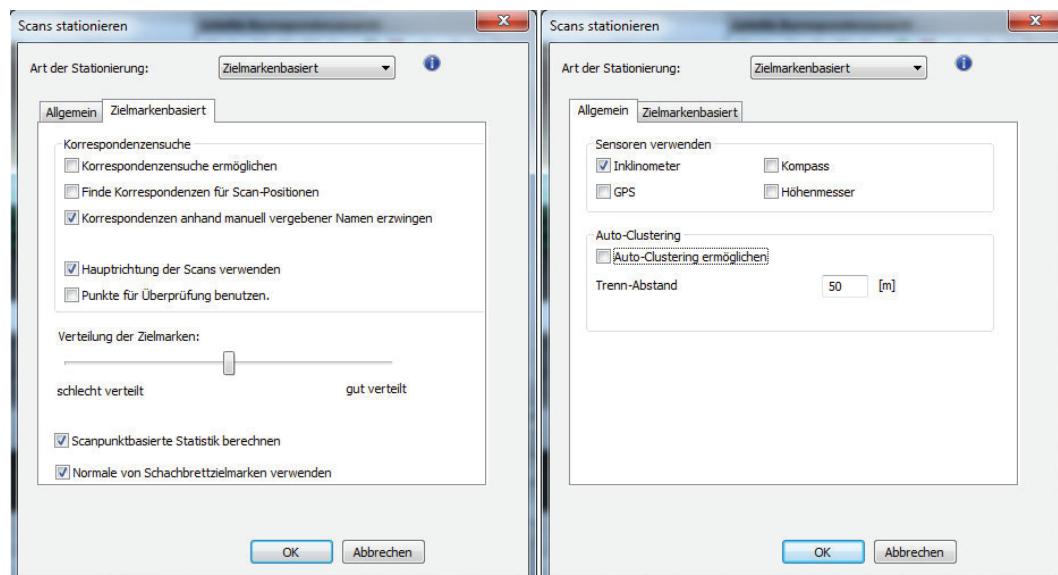
- Die vorherige Abbildung zeigt die Zielmarkenerkennung in der Korrespondenzansicht. Hier können die targets in zwei aufeinanderfolgenden Scans markiert werden. Die Reihenfolge ist dabei z.B. Target_1 in Scan_1001 → Target_1 in Scan_1002; Target_2 in Scan_1001 → Target_2 in Scan_1002;
- Identische Targets müssen mit identischen Namen benannt werden!
- Das gleiche Prinzip gilt für Ebenen.



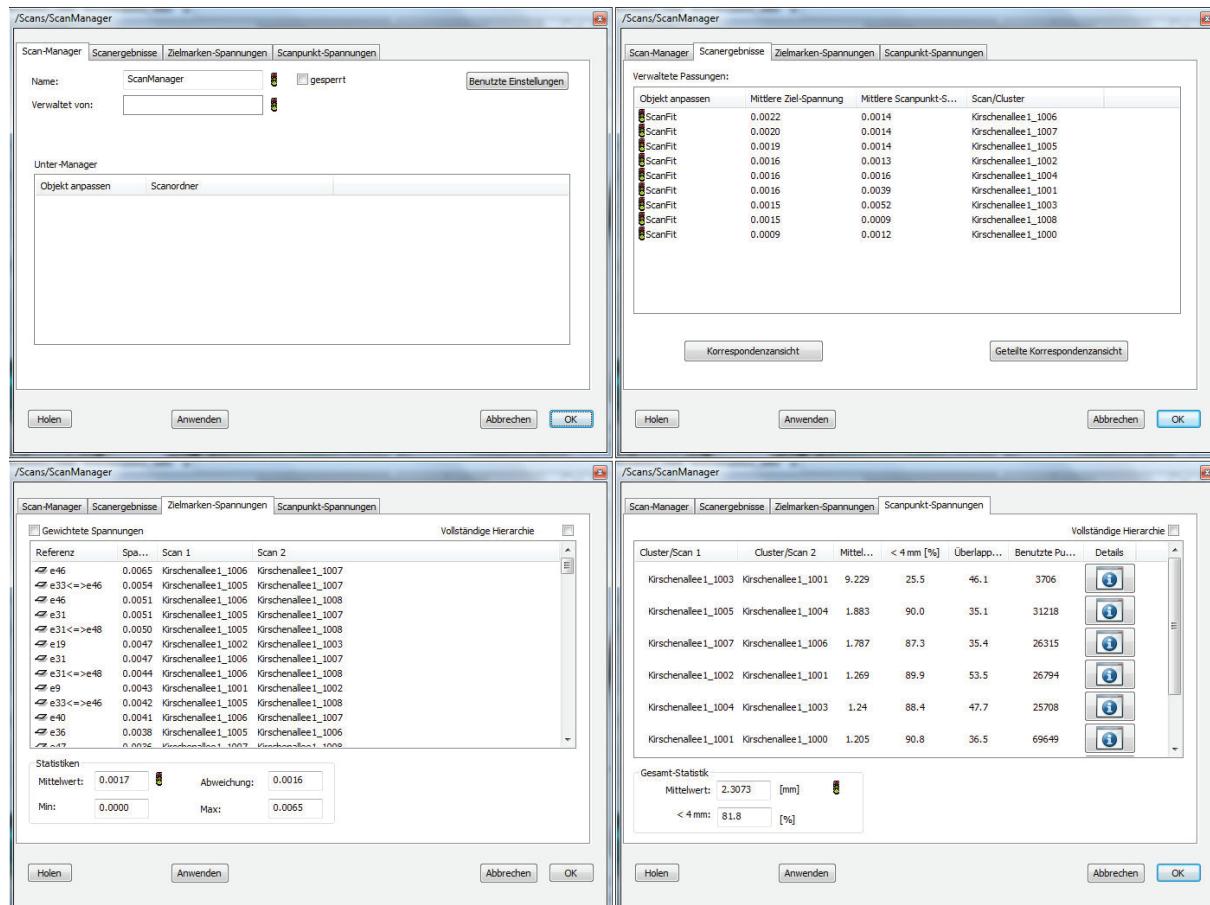
- Sind die Elemente in zwei korrespondierenden Standpunkten ausreichend markiert, müssen die Korrespondenzen erzwungen werden. Die vorherige Abbildung zeigt dass 13 Korrespondenzen gefunden wurden. Durch Klicken des Buttons  werden die Korrespondenzen erzwungen.



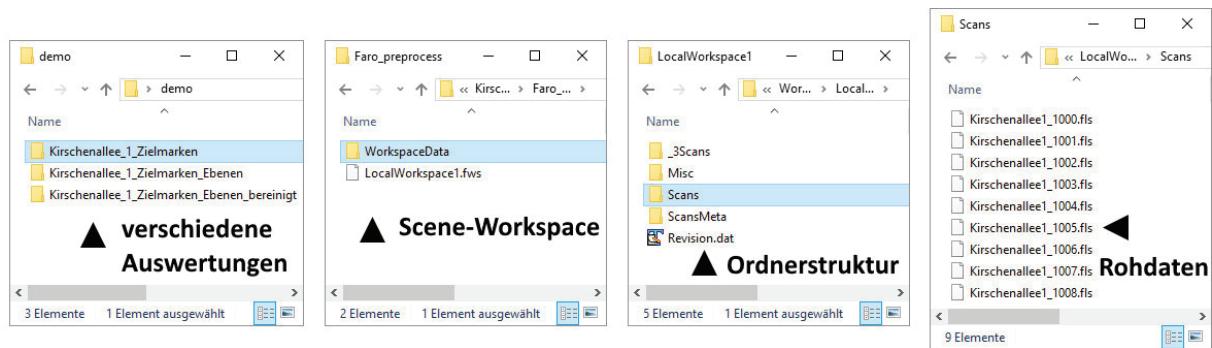
- Nach diesem Schema werden alle korrespondierenden Scans bearbeitet. (Scan_1001 + Scan_1002; Scan_1002 + Scan_1003; ...)
- Die einzelnen Scans können nun unter **Rechtsklick(Scans) – Operationen – Stationierung – Scans stationieren** zu einer Gesamtpunktwolke verknüpft werden.



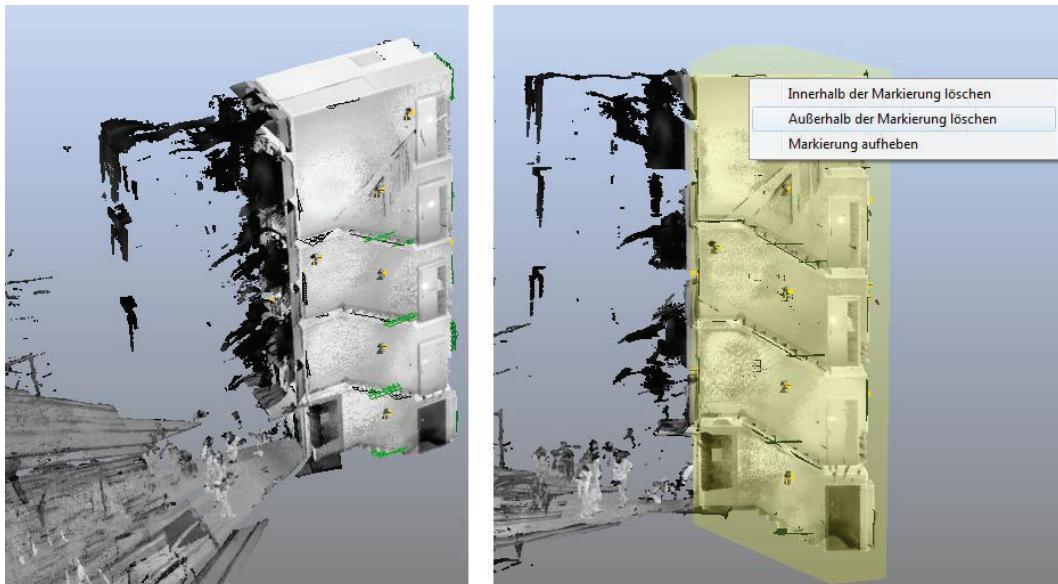
- Als Methode wird Zielmarkenbasiert gewählt.
- Als Sensor wird das Inklinometer gewählt.
- Auto-Clustering abgewählt
- Wichtig ist, dass „Korrespondenzen anhand manuell vergebener Namen erzwingen“ aktiviert und „Korrespondenzsuche ermöglichen“ deaktiviert ist. Durch die ähnlichen Strukturen der einzelnen Geschosse würden ansonsten manchen Ebenen falsche Identitäten zugewiesen werden.



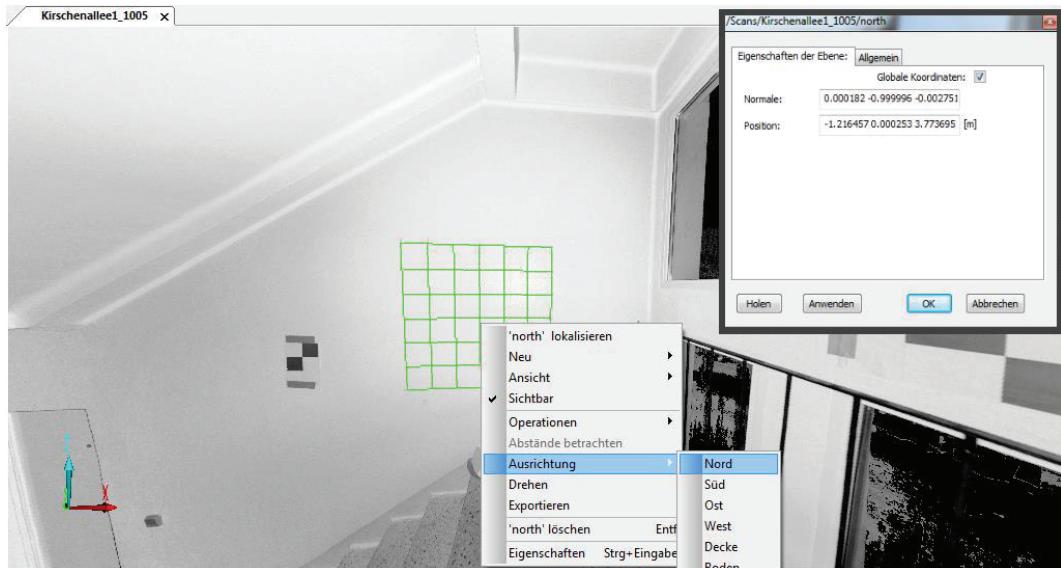
- Das Ergebnis der Stationierung wird im ScanManager dargestellt.
- Im Reiter Scanergebnisse werden die mittleren Spannungen der identischen Zielpunkte und die mittleren Punktspannungen der überlappten Scansbereiche angegeben.
- Im Reiter Zielmarken-Spannungen wird jede einzelne Zielmarkenkorrespondenz bewertet.
- Im Reiter Scanpunkt-Spannungen werden die überlappten Bereiche bewertet.
- Das Ergebnis dieses Beispiels ist so zu interpretieren, dass die Zielzeichen um 1,7mm zueinander passen – und die darüber stationierten Scans in den überlappten Bereichen durchschnittlich um 2,3mm voneinander abweichen.



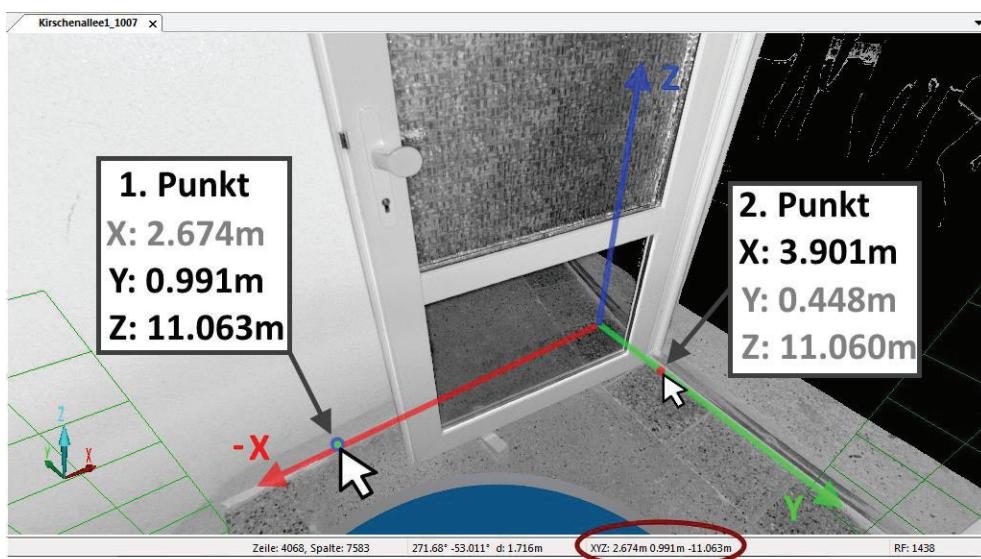
- Um verschiedene Auswerteschritte auszuprobieren bietet es sich an das Projekt zu kopieren.



- Die Gesamtpunktwolke kann nun in der räumlichen Ansicht betrachtet und für die Weiterverarbeitung gereinigt werden.
- Dafür wird mit der Markierungsfunktion  ein Bereich ausgewählt. Mit einem Rechtsklick können alle Scanpunkte innerhalb oder außerhalb der Markierung (unwiderruflich) gelöscht werden.

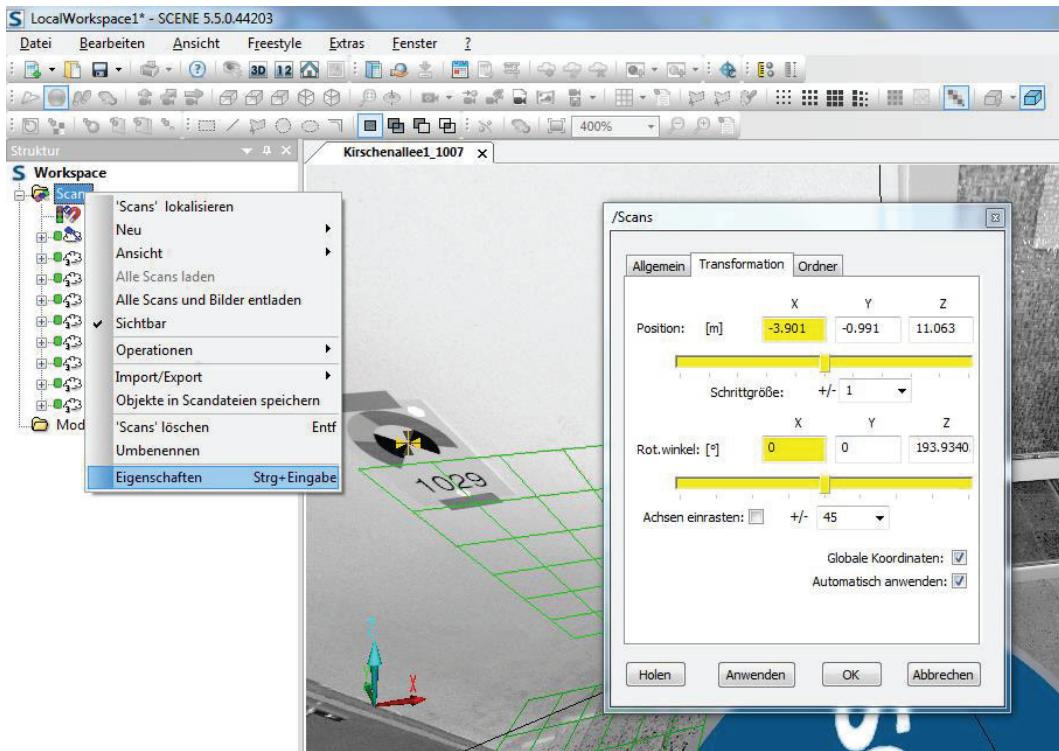


- Um die Punktwolke in ein geeignetes Koordinatensystem zu bringen, wird an der Wand des abzureißenden Treppenhauses eine Ebene erstellt.
- Über diese Ebene kann die Punktwolke durch **Rechtsklick – Ausrichtung – Nord** ausgerichtet werden.

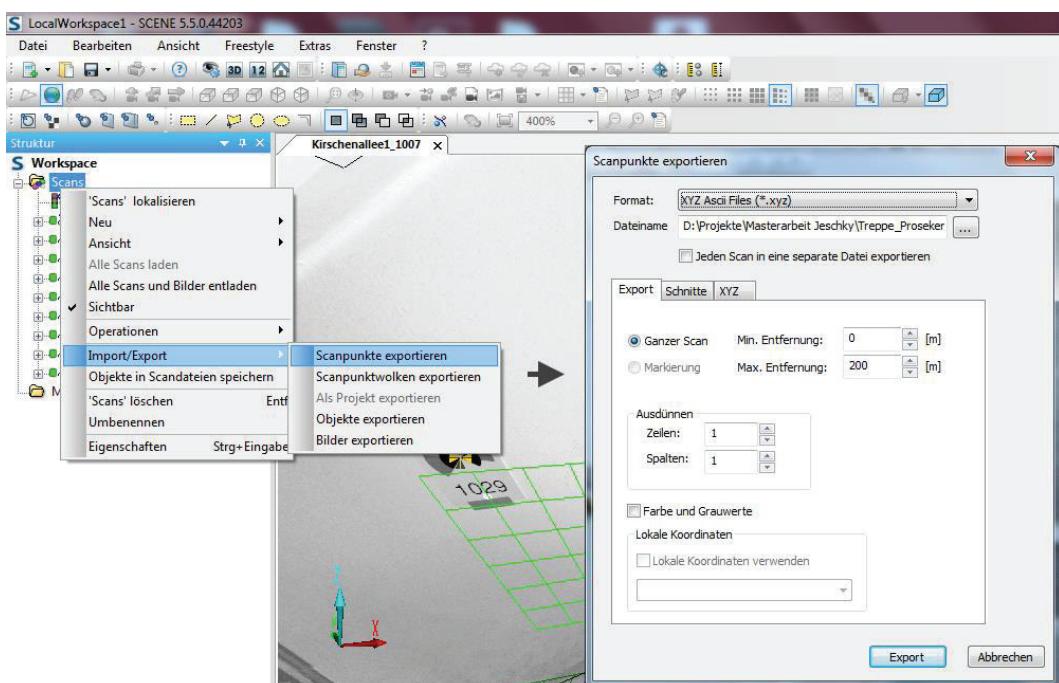


- Nach der Ausrichtung fehlt nun noch die Verschiebung des Koordinatensystems.
- Dafür wird der Cursor an die nach „Norden“ ausgerichtete Wand bewegt – in der Statuszeile werden die dreidimensionalen Koordinaten der aktuellen Mausposition angezeigt. Mit dem Cursor an der Wand muss die Y-Koordinate notiert werden; mit dem Cursor auf dem Boden

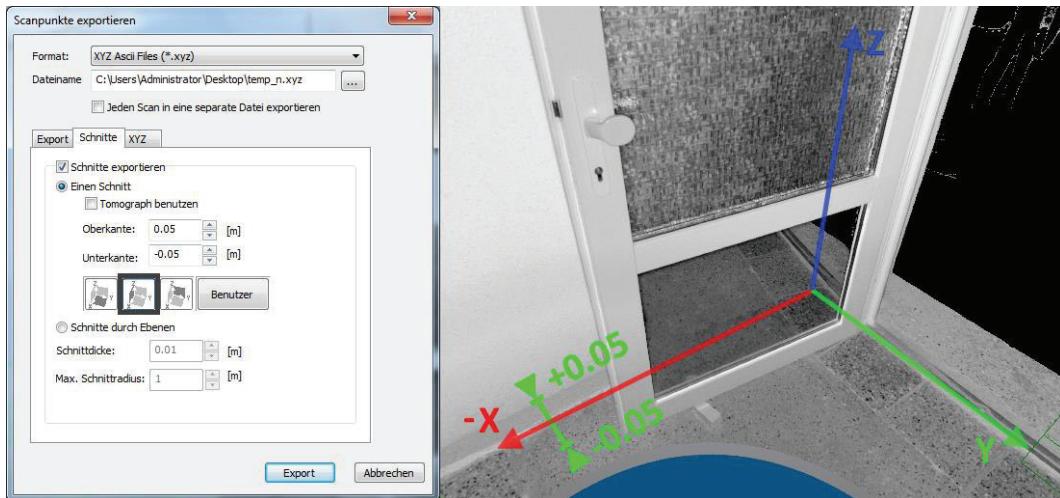
die Z-Koordinate; und mit dem Cursor am Eingang (rechtwinklig zur nördlichen Wand) die X-Koordinate.



- Die notierten Werte werden nun mit umgekehrten Vorzeichen unter **Rechtsklick(Scans) – Eigenschaften – Transformation** eingetragen und bestätigt.
- Damit sind alle Voraussetzungen zur zweckmäßigen Schnitterstellung getroffen.



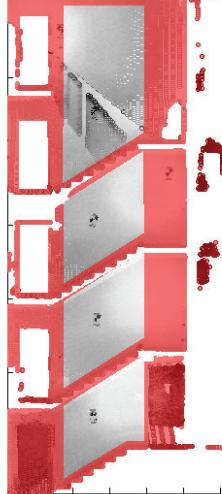
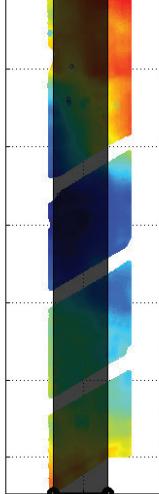
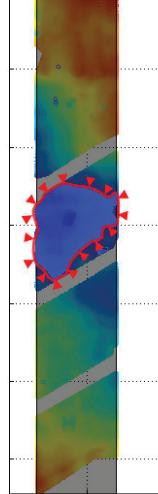
- Unter **Rechtsklick(Scans) – Import/Export – Scanpunkte** exportieren kann die Punktwolke nun exportiert werden
- Im Reiter **Export** kann die Punktmenge verringert werden, indem bei Zeile / Spalte die Anzahl der zu überspringenden Zeilen / Spalten angegeben wird



- Um nicht die gesamte Punktwolke, sondern nur einen Schnitt mit einer gewissen Breite auszulesen wählt man unter dem Reiter **Schnitte – Schnitte exportieren**.
- Da die Punktwolke ausgerichtet ist, lassen sich Längsschnitte einfach über die Auswahl der XZ-Ebene exportieren. Querschnitte werden über die Auswahl der YZ-Ebene exportiert.
- Über Unterkante / Oberkante kann die Breite des Schnitts eingestellt werden, indem die oberste und unterste Grenze der jeweiligen Koordinatenachse eingegeben wird.

- Beispiel: Beim Exportieren der nördlichen Wand wird die XZ-Ebene ausgewählt mit der Unterkante $Y = -0,05\text{m}$ und der Oberkante $Y = +0,05\text{m}$
- Beispiel 2: Beim Exportieren eines Querschnitts durch die Mitte des Gebäudes wird die YZ-Ebene ausgewählt mit der Unterkante $X = -1,50\text{m}$ und der Oberkante $X = -1,48\text{m}$
- Für den Export von 2cm breiten Längs- und Querschnitten sollten die Zeilen / Spalten um den Wert 10 ausgedünnt werden.
- Für den Export der ca. 10cm „breiten“ nördlichen Wand, sollten die Zeilen / Spalten um den Wert 10 ausgedünnt werden.
- Für den Export der ca. 10cm „breiten“ Zwischenwand, sollten die Zeilen / Spalten um den Wert 5 ausgedünnt werden.

5. Weiterverarbeitung

Arbeitsablauf mit der Fraunhofer-Software			
	bereinigen	Analysieren	Fräsen
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Importieren der Schnitte ▪ grobes Bereinigen mittels Bounding-Box ▪ feines Bereinigen mittels Polygonaler-Auswahl ▪ Analyse ▪ Interpretation der Analyse (ggf. erneute Iteration) ▪ Einstellen der Fräsvorschau ▪ Report erzeugen 			

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all denjenigen bedanken, die mich während der Anfertigung dieser Masterarbeit unterstützt und motiviert haben.

Zuerst gebührt mein Dank Prof. Karl Foppe sowie der gesamten Abteilung „Messen von Großstrukturen“ des Fraunhofer IGP, die mich stets fachlich und auch persönlich unterstützt haben. Das ausgewogene Verhältnis zwischen der Nähe zu den Mentoren und der Freiheit meine eigenen Ansätze zu verfolgen, gab mir die optimalen Bedingungen für eine zielgerichtete Bewältigung der Herausforderungen.

Ebenfalls möchte ich mich bei meinen Kommilitonen Uwe Köster bedanken, der mich bei zahlreichen Messungen und in persönlichen Angelegenheiten unterstützt hat.

Mein besonderer Dank gilt meiner Freundin, die meine Arbeit sehr akribisch unter die Lupe genommen hat. Vor allem aber danke ich dir dafür, dass du mir permanent ein gutes Gefühl und die bis jetzt schönste Zeit meines Lebens geschenkt hast.

Abschließend bedanke ich mich bei meiner Schwester für die engagierte Korrektur der Arbeit und bei meinen Eltern für all die Unterstützung. Nicht nur während der Masterarbeit half mir eure Fürsorge meine Ziele zu verwirklichen.

Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere hiermit, dass ich die vorstehende Masterarbeit selbstständig angefertigt, keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt und sowohl wörtliche, als auch sinngemäß entlehnte Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegen.

NB, 12.02.18

Ort, Datum

Unterschrift