



Hochschule Neubrandenburg  
University of Applied Sciences

Hochschule Neubrandenburg  
Master Geoinformatik und Geodäsie

# Rekonstruktion ionosphärischer Schlüsselparameter der F2-Schicht mittels Kriging



**Masterarbeit**

vorgelegt von *Torben Boje*

URN: urn:nbn:de:gbv:519-thesis 2015-0031-5

Zum Erlangen des akademischen Grades  
**Master of Engineering (M.Eng.)**

Erstprüfer: Prof. Dr.-Ing. Andreas Wehrenpfennig  
Zweitprüfer: Dr. rer. nat. Tatjana Gerzen

Bearbeitungszeitraum: 02.03.2015 - 03.08.2015

# Danksagung

Zu Beginn meiner Masterarbeit möchte ich allen danken, die mich sowohl fachlich als auch persönlich unterstützt haben.

Mein Dank geht an Herrn Prof. Dr.-Ing A. Wehrenpfennig, der schon in vorangegangenen Arbeiten den Kontakt zum DLR hergestellt hat und mir jederzeit bei Fragen und Diskussionen zur Masterarbeit zur Verfügung stand. Des Weiteren danke ich Frau Dr. rer. nat. T. Gerzen für die Bereitstellung des Themas und die fachliche Betreuung. Weiterhin gilt mein Dank Herrn Minkwitz, der mir bei – vor allem statistischen – Fragen zur Verfügung stand, insbesondere für seine hilfreichen Vorschläge zur Umsetzung des praktischen Teils der Arbeit.

Ein besonderer Dank gilt meiner Familie und vor allem meinen Eltern, die das Studium erst ermöglicht haben und mir bei allen Höhen und Tiefen zur Seite standen.

Abschließend danke ich allen Freunden und Kommilitonen – es war eine schöne Zeit in Neubrandenburg.

# Kurzfassung

Infolge des vermehrten Aussendens von Radiowellen durch die Atmosphäre ist es von großer Bedeutung, die Charakteristika der Atmosphäre und im Speziellen der Ionosphäre global bestimmen zu können. Die F2-Schicht der Ionosphäre hat den größten Einfluss auf die Ausbreitung von Radiowellen. Entsprechend sind die Höhe des maximalen Elektronengehalts ( $h_mF2$ ) und der maximale Elektronengehalt ( $N_mF2$ ) der F2-Schicht von großem Interesse für die Charakterisierung der Ionosphäre und der Kommunikation mit Radiowellen. Für die globale Rekonstruktion der beiden Parameter mittels Kriging werden Messwerte von Ionosondenstationen und Hintergrundmodelle wie NPHM, NPDM und *NeQuick* verwendet. Als Kriging-Methode wird das *Ordinary Kriging* angewendet. Dabei werden die Schätzungen mit den vier Variogrammtypen sphärisch, exponentiell, Gauß und Power durchgeführt. Validiert werden die Schätzungen, indem die Schätzwerte mit Messwerten von Referenzstationen verglichen werden. Ziel ist es dabei, ein Hintergrundmodell und ein Variogrammodell zu finden, das für die Schätzung am besten geeignet ist. Um statistisch aussagekräftige Ergebnisse zu erzielen, werden zwei Zeitperioden betrachtet: von Tag 8 bis Tag 32 und von Tag 285 bis Tag 306 des Jahres 2011. In der ersten Zeitperiode ist die Ionosphäre in einem ruhigeren Zustand und in der zweiten in einem aktiveren. Es wird aber auch eine einzelne Zeitperiode exemplarisch vorgestellt, um die Variogramme, die Schätzergebnisse und die Schätzfehler anhand von globalen Karten darzustellen.

Die Masterarbeit wird in Zusammenarbeit mit dem Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) in Neustrelitz erstellt.

# Abstract

The ionosphere has a strong influence on radio waves, which travel to satellites. This is the main reason to reconstruct the ionosphere global. The ionospheric F2 layer has the strongest influence on wave propagation, therefore it is important to know the high of the maximal electron density (hmF2) and the maximal electron density (NmF2). These two parameters primarily characterize the F2-layer of the ionosphere. The database for the global reconstruction with kriging are measurements of ionosonde stations and background models, in particular NPHM, NPDM and *N<sub>e</sub>Quick*. The used kriging method is *Ordinary Kriging* with the variogram: exponential, spherical, Gauß and Power. For validation purposes, the estimation will be compared with measurements of reference stations, with the objective of getting the best fitting background model and variogram. To get statistical significant results, two time periods of the day 8 to 32 and 285 to 306 of the year 2011 will be regarded. At the first time period the ionosphere is in a quieter situation and at the second time period in a more active one. A single time stamp will also be regarded to present the variograms, the estimation maps and the estimation-error maps.

The master thesis is developed in cooperation with the German Aerospace Center (DLR) in Neustrelitz.



# Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis	VII
Abkürzungsverzeichnis	VIII
Abbildungsverzeichnis	IX
Tabellenverzeichnis	XIII
<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1. Problemstellung . . . . .	1
1.2. Ziel . . . . .	1
1.3. Stand der Technik . . . . .	2
<b>2. Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1. Ionosphäre . . . . .	3
2.2. Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen . . . . .	5
2.3. NmF2-Parameter . . . . .	6
2.4. hmF2-Parameter . . . . .	7
2.5. Messverfahren und Messstationen . . . . .	8
2.6. Hintergrundmodelle der ionosphärischen F2-Schicht . . . . .	9
2.6.1. $N_e$ Quick . . . . .	9
2.6.2. NPDM . . . . .	10
2.6.3. NPHM . . . . .	12
<b>3. Interpolation</b>	<b>13</b>
3.1. Statistische Interpolation . . . . .	14
3.2. Kriging . . . . .	14
3.2.1. Variogramm . . . . .	15
3.2.1.1. Variogrammwolke . . . . .	17
3.2.1.2. Experimentelles Variogramm . . . . .	19
3.2.1.3. Schätzen der Variogrammparameter . . . . .	20
3.2.1.4. Variogrammmodelle . . . . .	22
3.2.2. Simple Kriging . . . . .	25
3.2.3. Ordinary Kriging . . . . .	26

## Inhaltsverzeichnis

---

3.3. Alternative Schätzverfahren . . . . .	29
<b>4. Konzeption und Entwurf</b>	<b>31</b>
4.1. Softwareumgebung . . . . .	31
4.2. Anforderungen . . . . .	31
4.3. Praktische Umsetzungen zur Variogrammschätzung . . . . .	32
4.3.1. Python . . . . .	32
4.3.2. R . . . . .	32
4.3.3. Isotrop und Anisotrop . . . . .	33
4.4. Anwendungsfall . . . . .	35
4.5. Lösungsansatz . . . . .	36
<b>5. Ergebnisse</b>	<b>38</b>
5.1. Testdatensatz NmF2 und hmF2 . . . . .	39
5.2. Prognose NmF2 . . . . .	40
5.2.1. Variogramm . . . . .	40
5.2.2. Kriging-Prognose mit <i>N<sub>e</sub>Quick</i> . . . . .	44
5.2.3. Kriging-Prognose mit NPDM . . . . .	46
5.2.4. Zuverlässigkeit der Ergebnisse . . . . .	48
5.3. Prognose hmF2 . . . . .	51
5.3.1. Variogramm . . . . .	51
5.3.2. Kriging-Prognose mit <i>N<sub>e</sub>Quick</i> . . . . .	54
5.3.3. Kriging-Prognose mit NPHM . . . . .	57
5.3.4. Zuverlässigkeit der Ergebnisse . . . . .	59
5.4. Ergebnisvalidierung . . . . .	62
5.5. Ergebnisanalyse . . . . .	75
<b>6. Zusammenfassung</b>	<b>76</b>
<b>Glossar</b>	<b>XIV</b>
<b>Literatur- und Quellenverzeichnis</b>	<b>XV</b>
<b>A. Messstationen</b>	<b>XVIII</b>

# Symbolverzeichnis

$N$	Anzahl
$N_e$	Anzahl der Elektronen
$Z(\mathbf{x})$	Zufallsvariable
$z(\mathbf{x})$	Messwert
$z(\mathbf{x}_0)$	Schätzwert
$h$	Abstand/Reichweite
$E$	Erwartungswert
$\mu_{OK}$	Lagrange-Parameter
$n_c$	Anzahl der Werte in einem Lag
$\gamma$	Variogrammfunktion
$\gamma^*$	Semivarianz
$a$	Range
$c_0$	Sill
$R$	gemittelter Erdradius in Kilometer (6.378 km)
$\lambda$	geographische Länge in Grad Ost (Longitude)
$\varphi$	geographische Breite in Grad Nord (Latitude)
$\Delta$	Differenz
$d_{sph}$	sphärische Distanz
$\mathfrak{H}_k$	Lag
$\omega$	Kriging-Gewicht
$COV$	Kovarianz
$VAR$	Varianz
$W$	Einheit Watt
$Hz$	Einheit Hertz
$km$	Einheit Kilometer

# Abkürzungsverzeichnis

<b>BLUE</b>	best linear unbiased estimator
<b>DOY</b>	Tag des Jahres
<b>GNSS</b>	Global Navigation Satellite System
<b>hmF2</b>	Höhe der maximalen Elektronendichte der F2-Schicht
<b>IMPC</b>	Ionospheric Monitoring and Prediction Center
<b>IPS</b>	Ionospheric Prediction Service
<b>LUF</b>	lowest usable frequency
<b>MSCM</b>	Modified Successive Corrections Method
<b>MUF</b>	maximum usable frequency
<b>NmF2</b>	maximale Elektronendichte der F2-Schicht
<b>NOAA</b>	National Oceanic and Atmospheric Administration
<b>NPDM</b>	Neustrelitz Peak Density Model
<b>NPHM</b>	Neustrelitz Peak High Model
<b>OI</b>	Optimal Interpolation
<b>OITF</b>	Optimal Interpolation with Time Forecast
<b>RMS</b>	Root Square Mean
<b>SCM</b>	Successive Corrections Method
<b>SPIDR</b>	Space Physics Interactive Data Resource
<b>SWACI</b>	Space Weather Application Center - Ionosphere
<b>UML</b>	Unified Modeling Language
<b>UT</b>	Universal Time

# Abbildungsverzeichnis

2.1.	Höhenprofil einer typischen Elektronendichteverteilung um 12:00 Uhr (rot) und um 24:00 Uhr (grün) in einer Höhe von 0 Kilometer bis 700 Kilometer. Aus [16] . . . . .	4
2.2.	Kommunikation mittels Radiowellen zwischen Sender- und Empfängerstation, die nicht im Sichtfeld sind. Aus [13, Bild 9-4: Reflexion der Raumwellen]	6
2.3.	Position von Messstationen der Organisationen SPIDR (rotes Kreuz), IPS (grüner Kreis) und NOAA (blaues x) sowie fünfzehn Validierungsstationen (schwarzes Dreieck). Aus [22, Fig. 1] . . . . .	9
2.4.	Darstellung des Elektronengehalts des NeQuick-Modells für die Messstation in Longyearbyen (Spitzbergen), Norwegen, bei 78,2 Grad Nord Latitude und 15,9 Grad Ost Longitude um 9:30 Uhr UT am 11.01.2011 mit einem F10.7-Wert von $79,9 Wm^{-2}Hz^{-1}$ in einem Höhenintervall von 0 Kilometer bis 600 Kilometer. . . . .	10
2.5.	Vergleich der Modelle NPDM und NeQuick für den Parameter NmF2 bei der Messstation in Longyearbyen (Spitzbergen), Norwegen, bei 78,2 Grad Nord Latitude und 15,9 Grad Ost Longitude um 09:30 Uhr UT für den Monat Januar 2011. . . . .	11
2.6.	Vergleich der Modelle NPHM und NeQuick für den Parameter hmF2 bei der Messstation in Longyearbyen (Spitzbergen), Norwegen, bei 78,2 Grad Nord Latitude und 15,9 Grad Ost Longitude um 09:30 Uhr UT für den Monat Januar 2011. . . . .	12
3.1.	Beispielgebiet für die Kriging-Interpolation. Die schwarz ausgefüllten Punkte repräsentieren die Messstationen, $x_0$ ist der zu schätzende Wert. Bearbeitet nach [35, S. 79, Figure 11.1] . . . . .	13
3.2.	Verallgemeinerter Ablauf einer Kriging-Interpolation . . . . .	15
3.3.	Graphische Darstellung der Parameter Range, Sill und Nugget. Aus [30] .	17
3.4.	Darstellung des Unterschiedes zwischen Anisotropie und Isotropie. Anisotropie mit zwei Ranges ( $a_1$ und $a_2$ ) der Richtungsvariogramme und Isotropie mit einer Range ( $a_3$ ) von einem Variogramm. . . . .	18
3.5.	Beispiel für eine Variogrammwolke. Bearbeitet nach [35, S. 46; Figure 6.2]	19

## Abbildungsverzeichnis

---

3.6.	Beispiel für ein experimentelles Variogramm. Die schwarzen Punkte entsprechen der Variogrammwolke und die roten Punkte den gemittelten Semivarianzen für ein Lag ( $h_1$ bis $h_9$ ). Bearbeitet nach [35, S. 47, Figure 6.3] . . . . .	20
3.7.	Übersicht über die Variogrammodelle. Dabei ist a) das exponentielle Variogramm, b) das Gauß'sche Variogramm, c) das sphärische Variogramm und d) das Power-Variogramm. Zusammengefasst von [19, eig. Darst. von Figure 2.18, S. 83] und [19, eig. Darst. von Figure 2.19, S. 88] . . . . .	24
4.1.	Vergleich zwischen Anisotropie in Nord-Süd- und Ost-West-Richtung und Isotropie beim sphärischen Variogramm am 08.01.2011 um 04:15 UT . . .	34
4.2.	Struktur und Aufbau des Kriging-Moduls anhand eines UML- Komponentendiagramms . . . . .	36
4.3.	UML-Aktivitätsdiagramm zur Ablaufdarstellung des Kriging-Moduls . .	37
5.1.	Interpolationsgebiet inklusive aller in der Kriging-Schätzung verwendeten Messstationen für den Parameter NmF2. . . . .	39
5.2.	Interpolationsgebiet inklusive aller in der Kriging-Schätzung verwendeten Messstationen für den Parameter hmF2. . . . .	40
5.3.	Variogramme für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell <i>N<sub>e</sub>Quick</i> und einer Lag-Distanz von 800 Kilometern für den 11.01.2011 um 9:30 UT. a) exponentielles Variogramm, b) sphärisches Variogramm, c) Gauß'sches Variogramm, d) Power-Variogramm . . . . .	42
5.4.	Variogramme für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell NPDM und einer Lag-Distanz von 800 Kilometern für den 11.01.2011 um 9:30 UT. a) exponentielles Variogramm, b) sphärisches Variogramm, c) Gauß'sches Variogramm, d) Power-Variogramm . . . . .	43
5.5.	Kriging-Karte für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell <i>N<sub>e</sub>Quick</i> für die Variogrammodelle a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß, d) Power, oben als Vergleich die Modellwerte am 11.01.2011 um 9:30 UT . .	45
5.6.	Kriging-Karte für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell NPDM für die Variogrammodelle a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß, d) Power, oben als Vergleich die Modellwerte am 11.01.2011 um 9:30 UT . .	47
5.7.	Karte der Schätzfehler für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell NPDM für die Variogrammodelle a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß, d) Power am 11.01.2011 um 9:30 UT . . . . .	49
5.8.	Karte der Schätzfehler für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell <i>N<sub>e</sub>Quick</i> für die Variogrammodelle a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß, d) Power am 11.01.2011 um 9:30 UT . . . . .	50

## Abbildungsverzeichnis

---

5.9. Variogramme für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell NPHM und einer Lag-Distanz von 800 Kilometern für den 11.01.2011 um 9:30 UT. a) exponentielles Variogramm, b) sphärisches Variogramm, c) Gauß'sches Variogramm, d) Power-Variogramm . . . . .	52
5.10. Variogramme für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell $N_eQuick$ und einer Lag-Distanz von 800 Kilometern für den 11.01.2011 um 9:30 UT. a) exponentielles Variogramm, b) sphärisches Variogramm, c) Gauß'sches Variogramm, d) Power-Variogramm . . . . .	54
5.11. Kriging-Karte für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell $N_eQuick$ für die Variogrammmodelle a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß, d) Power, oben als Vergleich die Modellwerte am 11.01.2011 um 9:30 UT . .	56
5.12. Kriging-Karte für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell NPHM für die Variogrammmodelle a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß, d) Power, oben als Vergleich die Modellwerte am 11.01.2011 um 9:30 UT . .	58
5.13. Karte der Schätzfehler für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell NPHM für die Variogrammmodelle a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß, d) Power am 11.01.2011 um 9:30 UT . . . . .	60
5.14. Karte der Schätzfehler für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell $N_eQuick$ für die Variogrammmodelle a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß, d) Power am 11.01.2011 um 9:30 UT . . . . .	61
5.15. Residuen (in $N_e m^{-3}$ ; links) und relative Residuen (in Prozent; rechts) zwischen Schätzwert und Messwert bei den Referenzstationen für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell $N_eQuick$ und den Variogrammmodellen a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß und d) Power im Zeitraum DOY 8-32 . . . . .	64
5.16. Residuen (in $N_e m^{-3}$ ; links) und relative Residuen (in Prozent; rechts) zwischen Schätzwert und Messwert bei den Referenzstationen für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell NPDM und den Variogrammmodellen a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß und d) Power im Zeitraum DOY 8-32 . . . . .	65
5.17. Residuen (in $km$ ; links) und relative Residuen (in Prozent; rechts) zwischen Schätzwert und Messwert bei den Referenzstationen für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell $N_eQuick$ und den Variogrammmodellen a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß und d) Power im Zeitraum DOY 8-32 . . . . .	67
5.18. Residuen (in $km$ ; links) und relative Residuen (in Prozent; rechts) zwischen Schätzwert und Messwert bei den Referenzstationen für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell NPHM und den Variogrammmodellen a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß und d) Power im Zeitraum DOY 8-32 . . . . .	68

## Abbildungsverzeichnis

---

5.19. Residuen (in $N_e m^{-3}$ ; links) und relative Residuen (in Prozent; rechts) zwischen Schätzwert und Messwert bei den Referenzstationen für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell $N_eQuick$ und den Variogrammodellen a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß und d) Power im Zeitraum DOY 285-306 . . . . .	70
5.20. Residuen (in $N_e m^{-3}$ ; links) und relative Residuen (in Prozent; rechts) zwischen Schätzwert und Messwert bei den Referenzstationen für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell NPDM und den Variogrammodellen a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß und d) Power im Zeitraum DOY 285-306 . . . . .	71
5.21. Residuen (in $km$ ; links) und relative Residuen (in Prozent; rechts) zwischen Schätzwert und Messwert bei den Referenzstationen für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell $N_eQuick$ und den Variogrammodellen a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß und d) Power im Zeitraum DOY 285-306 . . . . .	73
5.22. Residuen (in $km$ ; links) und relative Residuen (in Prozent; rechts) zwischen Schätzwert und Messwert bei den Referenzstationen für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell NPHM und den Variogrammodellen a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß und d) Power im Zeitraum DOY 285-306 . . . . .	74



# Tabellenverzeichnis

2.1.	Tabelle mit F10.7-Werten in $Wm^{-2}Hz^{-1}$ für den Zeitraum vom 01.01.2011 bis zum 31.01.2011, berechnet in Python . . . . .	11
5.1.	Referenzstationen für die Parameter hmF2 und NmF2 aus [33, Table 1] .	38
5.2.	Variogrammparameter für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell NPDM für den 11.01.2011 um 9:30 UT . . . . .	41
5.3.	Variogrammparameter für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell $N_eQuick$ für den 11.01.2011 um 9:30 UT . . . . .	43
5.4.	Vergleich der NmF2-Mess- und -Schätzwerte bei den Referenzstationen für alle Variogrammtypen am 11.01.2011 um 9:30 UT. Die Schätzwerte basieren auf dem Hintergrundmodell $N_eQuick$ . . . . .	46
5.5.	Vergleich der NmF2-Mess- und -Schätzwerte bei den Referenzstationen für alle Variogrammtypen am 11.01.2011 um 9:30 UT. Die Schätzwerte basieren auf dem Hintergrundmodell NPDM . . . . .	48
5.6.	Variogrammparameter für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell NPHM am 11.01.2011 um 9:30 UT . . . . .	52
5.7.	Variogrammparameter für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell $N_eQuick$ am 11.01.2011 um 9:30 UT . . . . .	53
5.8.	Vergleich der hmF2-Mess- und -Schätzwerte bei den Referenzstationen für alle Variogrammtypen am 11.01.2011 um 9:30 UT. Die Schätzwerte basieren auf dem Hintergrundmodell $N_eQuick$ . . . . .	57
5.9.	Vergleich der hmF2-Mess- und -Schätzwerte bei den Referenzstationen für alle Variogrammtypen am 11.01.2011 um 9:30 UT. Die Schätzwerte basieren auf dem Hintergrundmodell NPHM . . . . .	59
5.10.	Toleranzwerte für Median, Root Square Mean (RMS) und Standardabweichung (STD) für die Kriging-Schätzung aus den alternativen Schätzverfahren (Kapitel 3.3) für die DOY 8 bis 32 und 294 bis 298 aus [33, Figure 5 and 8] . . . . .	63

# Kapitel 1.

## Einleitung

### 1.1. Problemstellung

Die F2-Schicht der Ionosphäre hat einen großen Einfluss auf Radiowellen, die diese Schicht, beispielsweise auf ihrem Weg zu Satelliten, passieren sollen. Deswegen ist es wichtig, globale Informationen zu dieser Schicht zu besitzen. Um solche Informationen zu der F2-Schicht zu bekommen, müssen anhand von Modellen und Messwerten Aussagen über die Ionosphäre an ungemessenen Positionen getätigt werden. Rekonstruiert werden sollen die charakteristischen Parameter der F2-Schicht: der maximale Elektroengehalt NmF2 und die Höhe von dessen Maximum hmF2. Für die Rekonstruktion bieten sich Interpolationsverfahren, wie beispielsweise das Kriging, an. Damit die Informationen möglichst zeitnah zur Verfügung gestellt werden, empfiehlt sich die Integration in ein operationelles System, damit nach einem definierten Zeitintervall die Schätzungen berechnet werden.

### 1.2. Ziel

Ziel dieser Masterarbeit ist es, ein Python-Modul zu entwickeln, das eine globale Schätzung der Parameter NmF2 und hmF2 unter Berücksichtigung von Hintergrundmodellen wie NPDM, NPHM oder *N<sub>e</sub>Quick* mittels Kriging ermöglicht. Als Datengrundlage dienen Messwerte von Ionosondenstationen von Daten Providern. Das Modul soll dabei so entwickelt werden, dass es im operationellen Betrieb angewendet werden kann. Des Weiteren soll das Modul für die Kriging-Schätzung unterschiedliche Variogrammodelle (Gauß, sphärisch, Power und exponentiell) als Auswahl zur Verfügung stellen. Abschließend werden die Ergebnisse mit Messwerten ausgewählter Referenzstationen verglichen. Ziel der Vergleiche ist es, mit Blick auf den operationellen Betrieb die optimalen Einstellungen für das Kriging-Modul zu finden. Dazu gehört zum einen die Auswahl eines

Variogrammodell und zum anderen die Auswahl eines Hintergrundmodells. Um statistisch signifikante Aussagen über die Eignung eines Variogramm- und Hintergrundmodells treffen zu können, werden zwei Zeiträume im Jahr 2011 (Tage des Jahres 8 bis 32 und 285 bis 306) ausgewertet. Zusammenfassend sollen durch die Rekonstruktion auf der Grundlage von Messwerten die Modelle *NeQuick*, NPDM und NPHM verbessert werden.

### 1.3. Stand der Technik

Für die Rekonstruktion der ionosphärischen Parameter NmF2 und hmF2 wurden bereits Kriging-Schätzungen für andere Parameter der F2-Schicht, beispielsweise für den Parameter foF2 in [17], ermittelt. Des Weiteren wurden beim DLR globale Schätzungen in [33] mit anderen Schätzverfahren, wie beispielsweise *Optimal Interpolation* und *Successive Correction Method*, für eine globale Rekonstruktion der Parameter kombiniert. Darüber hinaus sind bereits Modelle wie *NeQuick*, NPDM und NPHM vorhanden, die das mittlere Verhalten der Parameter NmF2 und hmF2 unter Berücksichtigung von physikalischen Einflüssen global berechnen können.

# Kapitel 2.

## Grundlagen

In diesem Kapitel werden die Grundlagen für diese Masterarbeit erläutert. Dazu gehört die Struktur und der Aufbau der Ionosphäre und deren Einfluss auf Radiowellen. Des Weiteren werden die Parameter hmF2 und NmF2 und deren Messverfahren erläutert. Hinzu kommen die Hintergrundmodelle  $N_eQuick$ , NPDM und NPHM, die bei der späteren Kriging-Schätzung mit berücksichtigt werden.

### 2.1. Ionosphäre

Die Ionosphäre ist eine Teilschicht der Erdatmosphäre und befindet sich zwischen der Stratosphäre und der Plasmasphäre. Sie ist aufgeteilt in die D-, E- und F-Schicht, wobei die F-Schicht in die F1- und F2-Schicht untergliedert ist. Die F2-Schicht ist in einer Höhe von circa 250 Kilometer bis 450 Kilometer<sup>1</sup> und, im Gegensatz zu den anderen Schichten, unabhängig von der Tageszeit vorhanden. Die große Höhe dieser Schicht ermöglicht die Kommunikation mittels hochfrequenter Radiowellen über eine große Distanz (Kapitel 2.2).<sup>2</sup>

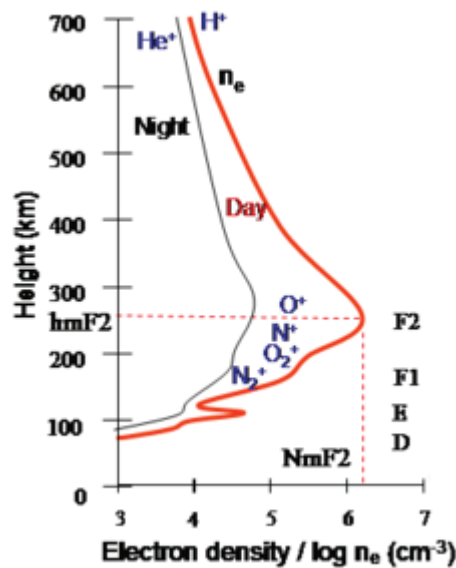
In der Ionosphäre werden Sauerstoff- und Stickstoffatome durch Ultraviolett- und Röntgenstrahlung, die von der Sonne emittiert werden, ionisiert. Dabei werden von den Sauerstoff- und Stickstoffatomen jeweils Elektronen entfernt ( $O \rightarrow O^+$  und  $N \rightarrow N^+$ ; Abb. 2.1).<sup>3</sup>

---

<sup>1</sup>Kapitel 1.1 Historical introduction, S. 2, Fig. 1.1, aus [12]

<sup>2</sup>Kapitel 2.2 Höhenverlauf der Zustandsgrößen und Gliederung der Atmosphäre, S. 32, Abb. 2.3, aus [27]; Kapitel 1.1 Historical introduction, S. 1, aus [12]

<sup>3</sup>Kapitel 2.9.2 Ion loss and layer shapes, S. 63-65, aus [12]



**Abbildung 2.1.:** Höhenprofil einer typischen Elektronendichteverteilung um 12:00 Uhr (rot) und um 24:00 Uhr (grün) in einer Höhe von 0 Kilometer bis 700 Kilometer. Aus [16]

Einfluss auf die F2-Schicht der Ionosphäre haben unter anderem

- die Tageszeit,
- die Sonnenaktivität,
- die Ultraviolett- und Röntgenstrahlung,
- die Jahreszeit,
- die Sonnenzirkulation,
- die Latitude,
- geomagnetische Prozesse und
- die kosmische Strahlung.

Den größten Einfluss hat dabei der Tag- und Nachtwechsel (Abb. 2.1) und damit einhergehend die Strahlungsstärke der Ultraviolett- und Röntgenstrahlung, die zum größten Teil von der Sonne emittiert werden. Zu den geomagnetischen Prozessen zählen unter anderem die Stärke des Erdmagnetfeldes und geomagnetische Stürme, die von der emittierten Sonnenstrahlung ausgelöst werden.<sup>4</sup> Da die Erdachse eine Inklination von 23,5 Grad bezogen auf die Ebene der Umlaufbahn um die Sonne aufweist, beeinflusst

<sup>4</sup>Kapitel 3 Introduction, S. 2, aus [24]

auch die Jahreszeit die Elektronendichte. So ist auf der Nordhalbkugel in Wintermonaten die Elektronendichte geringer als in Sommermonaten. Der Sonnenzyklus hat eine Dauer von elf Jahren, in denen sich die Sonnenaktivität aufgrund von Poländerungen der Sonne ändert. Der Eintrittswinkel der Sonnenstrahlen nimmt bei größeren Latituden auf der Nordhalbkugel beziehungsweise bei kleineren Latituden auf der Südhalbkugel ab; bei einem kleinen Eintrittswinkel ist entsprechend eine relativ geringere Elektronendichte zu erwarten.<sup>5</sup>

## 2.2. Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen

In diesem Kapitel werden zunächst die Kommunikation mittels hochfrequenter Radiowellen und die Rolle der Ionosphäre und anschließend der Einfluss auf Global Navigation Satellite System (GNSS)-Messungen betrachtet. Allgemein gilt, dass die Ionosphäre jede Art von elektromagnetischen Wellen in ihrer Ausbreitungsrichtung, -geschwindigkeit und in der Amplitude beeinflusst.<sup>6</sup>

Hochfrequente Radiowellen liegen im Frequenzbereich von 3 Megahertz bis 300 Megahertz<sup>7</sup> und eignen sich gut für die Kommunikation zwischen einer Sender- und Empfängerstation, da sie über eine große Reichweite verfügen. Weitere Einsatzgebiete sind Rundfunk, Radar und GPS. Die Kommunikation kann auf zwei unterschiedliche Arten erfolgen: Zum einen gibt es die direkte Kommunikation über eine sogenannte Bodenwelle, wenn Sender und Empfänger im Sichtfeld liegen, zum anderen über die Ionosphäre, da durch diese Radiowellen reflektiert werden können. Wellen, die von der Ionosphäre reflektiert werden, sind durch die maximum usable frequency (MUF) als obere Grenze und durch die lowest usable frequency (LUF) als untere Grenze definiert. Ist die Frequenz der Welle größer als die MUF, passiert die Welle die Ionosphäre ohne Reflexion (Abb. 2.2; linker Pfeil); ist die Frequenz hingegen kleiner als die LUF, wird die Welle von der Ionosphäre absorbiert. Liegt die Frequenz genau zwischen der LUF und der MUF, wird die Welle reflektiert (Abb. 2.2; mittlerer und rechter Pfeil). Dieses Phänomen ermöglicht die Kommunikation zwischen einer Sender- und einer Empfängerstation, selbst wenn diese nicht im Sichtfeld zueinander liegen.<sup>8</sup> Die MUF ergibt sich aus der kritischen Frequenz  $f_k$  und dem Sinus des Winkels  $\alpha$  (aus Abb. 2.2) nach:<sup>9</sup>

$$MUF \approx \frac{f_k}{\sin \alpha}. \quad (2.1)$$

<sup>5</sup>Kapitel 1.2.1 Description of the Ionosphere, S. 14, aus [28]

<sup>6</sup>Kapitel 4.7 Radiowellen in der Ionosphäre, S. 203, aus [27]

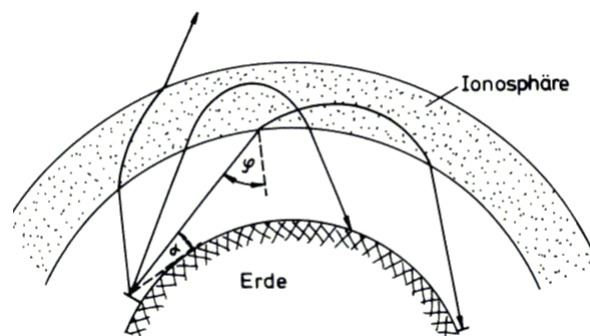
<sup>7</sup>Kapitel 9.4.4 Relativistic electron precipitation, S. 330, aus [12]

<sup>8</sup>Kapitel 1.2 General Overview of hmF2, S. 1-4, aus [23]; Kapitel 1.2 Ionosphere, S. 11, aus [28]

<sup>9</sup>[13]

Die kritische Frequenz in Megahertz ist die Frequenz, bei der eine senkrecht in die Ionosphäre gesendete Welle noch reflektiert wird.<sup>10</sup> Diese Frequenz korreliert stark mit der Elektronendichte und folglich auch mit den bereits genannten Einflussparametern auf die Ionosphäre. Für die MUF gilt: Je kleiner  $\alpha$  (aus Abb. 2.2), desto leichter kann die Welle reflektiert werden und desto größer kann die Wellenlänge sein, damit es zu einer Reflexion kommt.

Alle GPS-Satelliten verwenden eine Grundfrequenz von 10,23 Megahertz, aus der alle anderen Frequenzen des Satellitenoszillators abgeleitet werden.<sup>11</sup> Einfluss auf die Ausbreitung des Signals haben zwei Phänomene in der Ionosphäre, die unter dem Begriff *ionosphärische Refraktion* zusammengefasst werden. Zum einen variiert der Brechungsindex und folglich die Ausbreitungsgeschwindigkeit entlang des Signalweges, wodurch der Signalweg keiner Linie, sondern einer Raumkurve entspricht. Der Einfluss auf die Signallaufzeit ist dabei aber gering und kann im Allgemeinen vernachlässigt werden. Zum anderen weicht die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Satellitensignale aufgrund der physikalischen Eigenschaften der Ionosphäre von der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ab.<sup>12</sup>



**Abbildung 2.2.:** Kommunikation mittels Radiowellen zwischen Sender- und Empfängerstation, die nicht im Sichtfeld sind. Aus [13, Bild 9-4: Reflexion der Raumwellen]

## 2.3. NmF2-Parameter

Die maximale Elektronendichte der F2-Schicht (NmF2) ist einer der Schlüsselparameter der Ionosphäre, der im Rahmen dieser Arbeit rekonstruiert werden soll. Gemessen wird der Parameter in Elektronen pro Kubikmeter ( $N_e m^{-3}$ ). Die Anzahl der Elektronen pro Kubikmeter liegen in einer Größenordnung von circa  $10^{10} N_e m^{-3}$  bis  $10^{13} N_e m^{-3}$ .<sup>13</sup> NmF2

<sup>10</sup>[13]

<sup>11</sup>Kapitel 4.5.4.1 Einleitung, S. 237, aus [7]

<sup>12</sup>Kapitel 2.6.4.3 Ionosphärische Refraktion, S. 104, aus [7]

<sup>13</sup>Kapitel 1. Introduction, S. 4, aus [33]

ist definiert als das Maximum der Elektronendichte in der F2-Schicht, weil dort üblicherweise die meisten Atome beziehungsweise Moleküle ionisiert werden (Abb. 2.1).<sup>14</sup> Normalerweise wird aber nicht der NmF2-Parameter direkt gemessen, sondern der foF2-Wert, aus dem der NmF2-Wert nach der Formel 2.2 bestimmt wird.<sup>15</sup>

$$NmF2 = 1,24 * 10^{10} * (foF2)^2 \quad (2.2)$$

Der foF2-Wert ist die kritische Frequenz, bei der die Welle noch von der Ionosphäre reflektiert wird. Sie wird in Megahertz angegeben (Kapitel 2.2).

## 2.4. hmF2-Parameter

Die Höhe der maximalen Elektronendichte der F2-Schicht (hmF2) liegt in einem Bereich zwischen circa 220 Kilometer bis 400 Kilometer, wobei der hmF2 Wert in größeren und kleineren Latituden geringer ist als in Äquatornähe.<sup>16</sup> Der hmF2-Wert wird um circa 19:00 Uhr (Lokalzeit) maximal und fällt zwischen 12 Uhr und 24 Uhr um etwa 100 Kilometer.<sup>17</sup> Das Wissen über die Höhe des maximalen Elektronengehalts ist vor allem bei der Kommunikation mit Radiowellen wichtig, die die reflektierende Eigenschaft der F2-Schicht ausnutzen (Kapitel 2.2). Der hmF2-Parameter kann ebenfalls mit Hilfe der kritischen Frequenz (Kapitel 2.2) bestimmt werden. Dabei wird mit der Laufzeitdifferenz  $\Delta t$  zwischen Aussenden und Empfangen der Welle, der Wellenlänge  $\lambda$  und der Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  in  $\frac{m}{s}$ , definiert durch  $c = \lambda * f$ , wobei  $f$  die Frequenz ist, der hmF2-Parameter berechnet. Das Produkt aus Ausbreitungsgeschwindigkeit und Zeitdifferenz ist die Entfernung zum maximalen Elektronengehalt in der Ionosphäre und zurück. Durch Halbieren dieses Ergebnisses wird die Entfernung zum maximalen Elektronengehalt bestimmt. Abschließend wird dieser Wert mit 1.000 multipliziert, damit das Ergebnis in Kilometer angegeben ist, da dies die Standardeinheit für den Parameter ist. Dadurch ergibt sich hmF2 durch:

$$hmF2 = \frac{c * \Delta t}{2} * 1000 \quad (2.3)$$

<sup>14</sup>Kapitel 1. Introduction, S. 1-2, aus [21]

<sup>15</sup>Kapitel 4.7 Incoherent scatter sounders, S. 107, Formel 4.14, aus [12]

<sup>16</sup>Kapitel 4.1 Höhenverlauf ionosphärischer Zustandsgrößen, S. 166, aus [27]; Kapitel 5.1.4 Geographical variations, S. 129, aus [12]

<sup>17</sup>Kapitel 5.1 Synoptic variations of the ionosphere, S. 124, aus [12]



Der hmF2-Wert kann ebenfalls annäherungsweise aus dem Parameter M(3000)F2, der die optimale Frequenz zur Kommunikation über 3.000 Kilometer beschreibt, und einem Korrekturfaktor  $\Delta M$  bestimmt werden nach Formel 2.4.<sup>18</sup>

$$hmF2 = \frac{1490}{M(3000)F2 + \Delta M} - 176 \quad (2.4)$$

## 2.5. Messverfahren und Messstationen

Bei dem Messverfahren zur Bestimmung der Parameter hmF2 und NmF2 wird ein Hochfrequenzradar benötigt. Dieses misst die Elektronendichte in der Ionosphäre. Dabei werden Radarstrahlen im Frequenzbereich von 1 Megahertz bis 17 Megahertz in 50-Kilohertz-Intervallen senkrecht in die Ionosphäre ausgesendet. Durch die Reflexion der Ionosphäre werden die Strahlen am selben Ort wieder empfangen. Aus der Laufzeit und der Wellenlänge (1 Megahertz entspricht einer Wellenlänge von circa 300 Metern) lässt sich die Höhe bestimmen (Kapitel 2.4, Formel 2.3 oder 2.4), bei der die Elektronendichte maximal ist (hmF2). Aus der kritischen Frequenz aus Kapitel 2.2, Formel 2.1 lässt sich dann nach Kapitel 2.3, Formel 2.2 die Elektronendichte (NmF2) bestimmen.<sup>19</sup>

Die Messstationen, die die Parameter messen, sind ungleichmäßig auf der Erde verteilt, was eine spätere Interpolation erschwert. Dabei gibt es unterschiedliche Organisationen, die die Messstationen betreiben und Daten bereitstellen. Es gibt auch großräumige Bereiche, in denen keine Messstationen vorhanden sind. Dazu gehören unter anderem Zentralasien und Nordafrika (Abb. 2.3). Folgende Organisationen stellen Messwerte für hmF2 und NmF2 zur Verfügung:<sup>20</sup>

- Das Space Physics Interactive Data Resource (SPIDR) speichert seit über 60 Jahren Messdaten von über 200 Ionosonden und Messstationen. Die Daten sind aber meistens nur in einem kurzen Zeitintervall und oft auch nicht von allen Messstationen gleichzeitig vorhanden.<sup>21</sup>
- Der Ionospheric Prediction Service (IPS) hat ebenfalls wie der SPIDR eine Datenbank für historische Daten. Die Messstationen des IPS sind ausschließlich im australischen Raum verteilt und der Parameter hmF2 wird nicht erfasst. Dieser wird stattdessen aus dem Parameter M(3000)F2, der die optimale Frequenz zur Kommunikation über eine Distanz von 3.000 Kilometern beschreibt, berechnet (Formel 2.4).<sup>22</sup>

<sup>18</sup>Kapitel Introduction, S. 1, aus [18]

<sup>19</sup>Kapitel 4.3 Ionosondes, S. 93-98 aus [12]

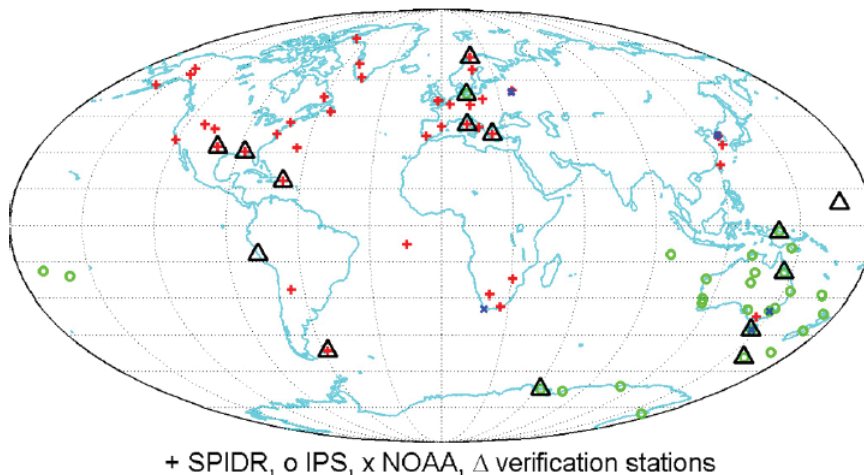
<sup>20</sup>Kapitel 2. Modeling Database, S. 2-3, aus [21]; Kapitel 2. Data Sources, S. 798-799, aus [22]

<sup>21</sup>[32]

<sup>22</sup>[31]; [10]

- Die National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA) ist eine US-amerikanische Behörde, die über 19 Satelliten verfügt, von denen noch drei im operationellen Betrieb tätig sind. Neben den Satelliten besitzt die NOAA ebenfalls auf der ganzen Welt verteilte Messstationen.<sup>23</sup>

Die historischen Daten werden von den vorgestellten Organisationen frei zum Download zur Verfügung gestellt. Eine Übersicht über typische Informationen, die im Datenformat mit gespeichert werden, kann aus der Tabelle in Anhang A entnommen werden.



**Abbildung 2.3.:** Position von Messstationen der Organisationen SPIDR (rotes Kreuz), IPS (grüner Kreis) und NOAA (blaues x) sowie fünfzehn Validierungsstationen (schwarzes Dreieck). Aus [22, Fig. 1]

## 2.6. Hintergrundmodelle der ionosphärischen F2-Schicht

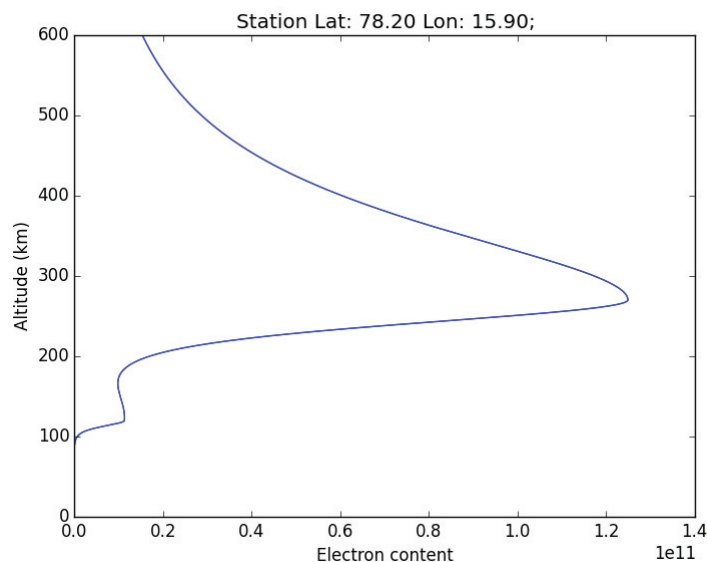
In diesem Kapitel werden die Hintergrundmodelle  $N_eQuick$ , NPDM und NPHM vorgestellt. Die Werte aus den Modellen werden bei der späteren Kriging-Schätzung berücksichtigt (Kapitel 3.2.3).

### 2.6.1. $N_eQuick$

Das  $N_eQuick$ -Modell ist ein dreidimensionales, globales und zeitabhängiges Modell für die ionosphärischen Parameter  $foE$ ,  $foF1$ ,  $foF2$  und  $M(3000)F2$ . Entwickelt wurde das

<sup>23</sup>[25]

Modell von dem *Aeronomy and Radiopropagation Laboratory of the Abdus Salam International Centre for Theoretical Physics* in Italien und dem *Institute for Geophysics, Astrophysics and Meteorology of the University of Graz* in Österreich.<sup>24</sup> Die für dieses Projekt benötigten Parameter hmF2 und NmF2 lassen sich jeweils anhand des Modells berechnen. Für die Abfrage wird ein Höhenintervall, die Latitude  $\varphi$  und die Longitude  $\lambda$  der abgefragten Positionen, der Monat, der F10.7-Wert und die Uhrzeit in Universal Time (UT) benötigt. Der F10.7-Wert beschreibt die Stärke der solaren Radiostrahlung bei einer Wellenlänge von 10,7 Zentimetern. Gemessen wird der Wert in Watt pro Quadratmeter pro Hertz ( $Wm^{-2}Hz^{-1}$ ). Als Ergebnis berechnet *NeQuick* für jede Position ( $\varphi, \lambda, h$ ) den hmF2- und den NmF2-Wert. Die Darstellung der Elektronendichte für eine Messstation im angegebenen Höhenintervall aus diesem Modell würde der Abbildung 2.4 entsprechen.



**Abbildung 2.4.:** Darstellung des Elektronengehalts des NeQuick-Modells für die Messstation in Longyearbyen (Spitzbergen), Norwegen, bei 78,2 Grad Nord Latitude und 15,9 Grad Ost Longitude um 9:30 Uhr UT am 11.01.2011 mit einem F10.7-Wert von  $79,9 Wm^{-2}Hz^{-1}$  in einem Höhenintervall von 0 Kilometer bis 600 Kilometer.

### 2.6.2. NPDM

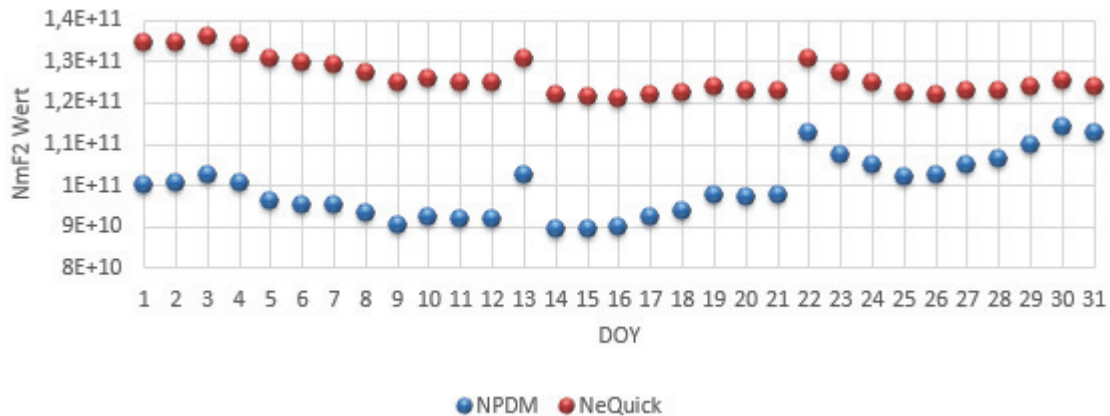
Das Neustrelitz Peak Density Model (NPDM) ist ein durch das DLR entwickeltes, globales Modell ausschließlich für den Parameter NmF2. Als Datengrundlage dienen die Messungen der in Kapitel 2.5 vorgestellten Organisationen und von Satellitenmissionen

<sup>24</sup>Kapitel 1. Introduction, Kapitel 2. The NeQuick 2, S. 1856-1857, aus [6]

wie beispielsweise CHAMP und GRACE.<sup>25</sup> Zum Abfragen des Modellwertes wird die geographische Position in  $\varphi$  und  $\lambda$ , die Uhrzeit in UT, der Tag des Jahres und der F10.7-Wert für die angegebenen Tage benötigt. Als Ergebnis wird der NmF2-Wert an einer Position  $(\varphi, \lambda)$  berechnet. Abbildung 2.5 zeigt die NmF2-Werte vom 01.01.2011 bis zum 31.01.2011 und vergleicht diese mit den  $N_eQuick$ -Werten. Der F10.7-Wert für jeden Tag des Jahres (DOY) aus Abbildung 2.5 wird in Tabelle 2.1 aufgelistet. Bei dem Vergleich der beiden Modelle zeigt sich, dass die NmF2-Werte des Modells NPDM kleiner sind als die NmF2-Werte des Modells  $N_eQuick$ .

<b>DOY</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
<b>F10.7</b>	88,1	88,1	89,1	87,6	84,8	83,9	83,5	82,0	80,0	80,6	79,9
<b>DOY</b>	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
<b>F10.7</b>	79,7	84,8	77,4	76,9	76,7	77,6	77,8	79,1	78,4	78,2	84,9
<b>DOY</b>	23	24	25	26	27	28	29	30	31		
<b>F10.7</b>	81,7	79,9	78,0	77,6	78,1	78,1	79,0	80,2	78,9		

**Tabelle 2.1.:** Tabelle mit F10.7-Werten in  $Wm^{-2}Hz^{-1}$  für den Zeitraum vom 01.01.2011 bis zum 31.01.2011, berechnet in Python

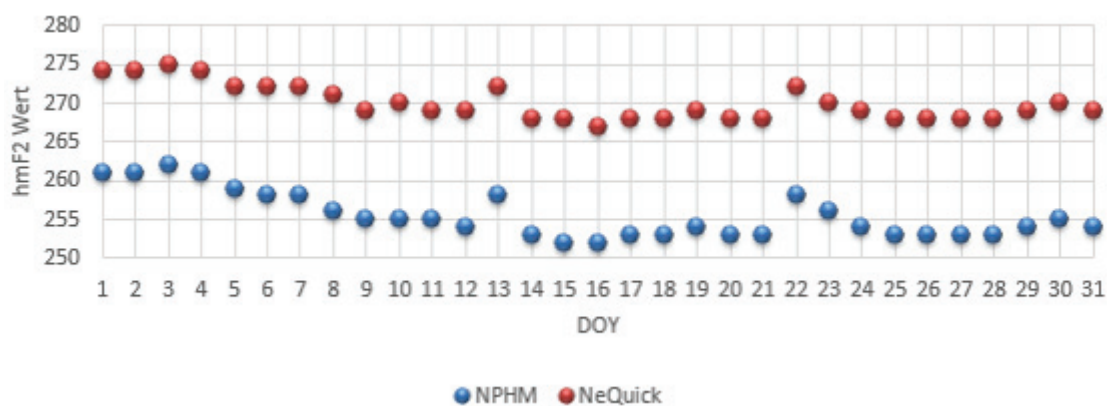


**Abbildung 2.5.:** Vergleich der Modelle NPDM und NeQuick für den Parameter NmF2 bei der Messstation in Longyearbyen (Spitzbergen), Norwegen, bei 78,2 Grad Nord Latitude und 15,9 Grad Ost Longitude um 09:30 Uhr UT für den Monat Januar 2011.

<sup>25</sup>Kapitel Abstract, Kapitel 1. Introduction, Kapitel 2. Modeling Database, Kapitel 3. Basic Modeling Approach, S. 1-3, aus [21]

## 2.6.3. NPHM

Das Neustrelitz Peak High Model (NPHM) ist ebenfalls, wie das Modell NPDM, vom DLR entwickelt. Dieses globale Modell ist ausschließlich für den Parameter hmF2 gedacht. Als Datengrundlage dienen ebenfalls die Daten der in Kapitel 2.5 vorgestellten Organisationen und Satellitenmissionen wie CHAMP und GRACE. Für die Abfrage des Modellparameters sind die geographische Position in  $\varphi$  und  $\lambda$ , die Uhrzeit in UT, der Tag des Jahres und der F10.7-Wert nötig.<sup>26</sup> Die hmF2-Werte werden in Abbildung 2.6 vom 01.01.2011 bis zum 31.01.2011 dargestellt und mit den  $N_eQuick$ -Werten verglichen. Die F10.7-Werte für jeden DOY sind in Tabelle 2.1 aufgelistet. Bei dem Vergleich der beiden Modelle zeigt sich ein ähnlicher Verlauf, wobei der hmF2-Wert des Modells NPHM kleiner ist als der hmF2-Wert des  $N_eQuick$ -Modells.



**Abbildung 2.6.:** Vergleich der Modelle NPHM und NeQuick für den Parameter hmF2 bei der Messstation in Longyearbyen (Spitzbergen), Norwegen, bei 78,2 Grad Nord Latitude und 15,9 Grad Ost Longitude um 09:30 Uhr UT für den Monat Januar 2011.

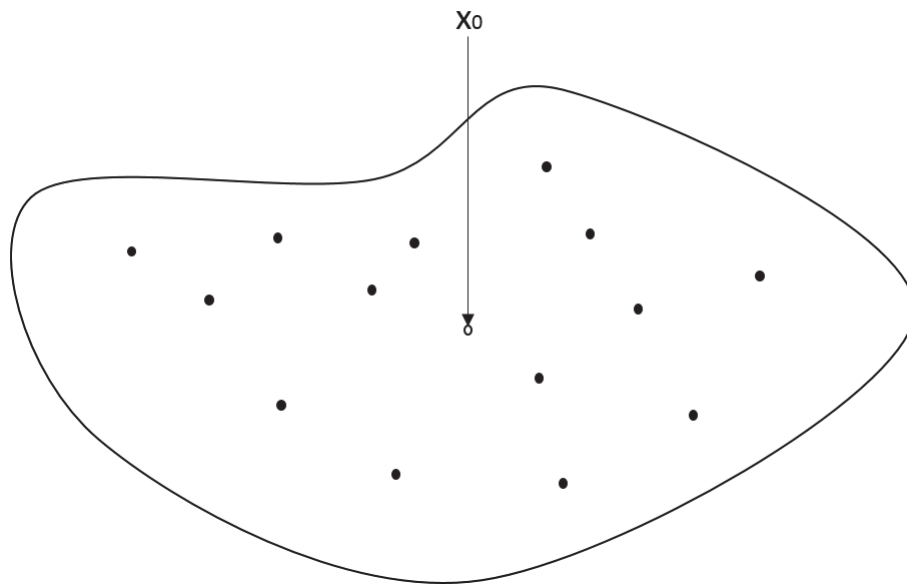
<sup>26</sup>Kapitel Abstract, Kapitel 1. Introduction, Kapitel 2. Data Sources, Kapitel 3. Modeling approach, S. 797-800, aus [22]

# Kapitel 3.

## Interpolation

Als Interpolationsverfahren wird eine Methode bezeichnet, die anhand von punktuell gemessenen Werten Werte für nicht gemessene Positionen bestimmt. Dabei wird davon ausgegangen, dass Werte mit geringer Distanz zum Messort eher dem Messwert ähneln als Werte, die weiter entfernt liegen.

Ziel der Interpolation ist es, einen Wert  $x_0$  an einem Ort (hier: definiert durch  $\varphi$  und  $\lambda$ ) innerhalb des Interpolationsgebietes zu schätzen (Abb. 3.1). Die Schätzung beim Punkt  $x_0$  erfolgt bei der statistischen Interpolation über Korrelationen zu den Nachbarpunkten (hier: Messstationen)  $x_1 \dots x_n$ , wobei die Korrelation von den Distanzen  $x_0$  zu  $x_1 \dots x_n$  abhängt. Wird nicht nur ein Punkt im Interpolationsgebiet geschätzt, sondern mehrere, lässt sich eine Interpolationskarte wie in Kapitel 5 erstellen.



**Abbildung 3.1.:** Beispielgebiet für die Kriging-Interpolation. Die schwarz ausgefüllten Punkte repräsentieren die Messstationen,  $x_0$  ist der zu schätzende Wert. Bearbeitet nach [35, S. 79, Figure 11.1]

---

## 3.1. Statistische Interpolation

Bei der statistischen Interpolation wird der räumliche Zusammenhang anhand von geostatistischen Modellen (beim Kriging: Variogramme) bestimmt. Diese Modelle ergeben sich aus statistischen Kenngrößen wie dem Erwartungswert oder der Varianz. Zu dem bekanntesten statistischen Interpolationsverfahren gehört das Kriging, das in den folgenden Kapiteln vorgestellt wird. Weitere statistische Schätzverfahren sind die in Kapitel 3.3 vorgestellten Verfahren *Opitimal Interpolation*, *Optimal Interpolation with Time Forecast*, *Successive Corrections Method* und *Modified Successive Corrections Method*.

Der Vorteil bei der Kriging-Schätzung besteht zum einen darin, dass die Kriging-Gewichte nicht nur die Distanz zu der ungemessenen Position, sondern auch die räumliche Verteilung der gemessenen Positionen berücksichtigen. Des Weiteren kann ein Schätzfehler, der Aussagen zu der Güte des geschätzten Wertes erlaubt, mitbestimmt werden.<sup>27</sup>

## 3.2. Kriging

Als Interpolationsverfahren soll in dieser Masterarbeit das Kriging verwendet werden. Den Ursprung haben die Kriging-Methoden im Bergbau, geprägt wurde der Begriff *Kriging* durch G. Matheron 1963, der ihn nach D. G. Krige, einem Bergbauingenieur und Professor für Geostatistik aus Südafrika, benannte.<sup>28</sup>

Bei der Kriging-Interpolation kann zwischen verschiedenen Kriging-Methoden gewählt werden. Neben der im Rahmen dieser Masterarbeit verwendeten Kriging-Methode *Ordinary Kriging* gehört ebenfalls das *Simple Kriging* und das *Universal Kriging* zu den meistgenutzten Verfahren. Ziel der Kriging-Schätzung ist die lineare Interpolation des Wertes  $Z(x_o)$ . Dazu haben die optimalen Kriging-Gewichte  $\omega_{1...n}$  einen erwartungstreuen Schätzer mit minimaler Varianz. Als erwartungstreu wird ein Schätzer bezeichnet, wenn der Erwartungswert des Schätzers  $E$  gleich dem zu schätzenden Wert  $z(x)$  ist (Formel 3.1).

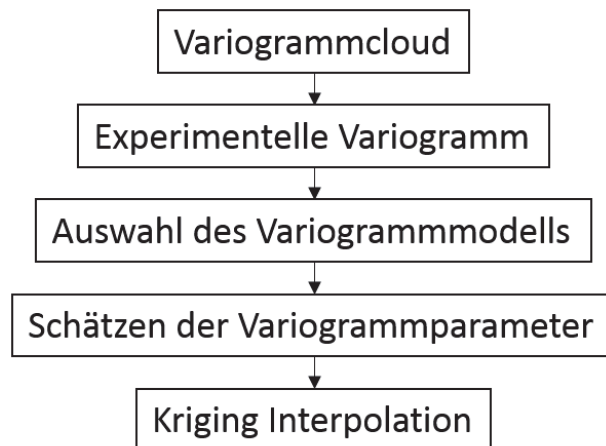
$$E(\hat{z}(x)) = z(x) \quad (3.1)$$

Verallgemeinert lässt sich der Ablauf einer Kriging-Schätzung in fünf Schritten darstellen (Abb. 3.2).

---

<sup>27</sup>Kapitel 3.1.2 Statistische Interpolationsverfahren, S. 15, aus [20]

<sup>28</sup>[5]; Kapitel 6. Schätzung von Ressourcen, S. 103 aus [14]



**Abbildung 3.2.:** Verallgemeinerter Ablauf einer Kriging-Interpolation

Zu Beginn einer Kriging-Interpolation wird anhand des Datensatzes eine Variogramm-wolke (-cloud) aus den Varianzen zwischen den Messwerten erstellt. Aus der Variogramm-wolke kann dann das experimentelle Variogramm berechnet werden, indem die Semivarianzen innerhalb der definierten Lags gemittelt werden. Darauf wird das Variogrammmodell (hier: Gauß, sphärisch, exponentiell oder Power) bestimmt. Anhand des Variogramms können die Variogrammparameter (beispielsweise: Range, Sill und Nugget) unter anderem mittels der *Methode der kleinsten Quadrate* oder der *Maximum-Likelihood-Methode* (Kapitel 3.2.1.3) berechnet werden. Abschließend können die Kriging-Gleichungen aus den Anforderungen der Erwartungstreue und der minimalen Varianz des Schätzers abgeleitet werden. Dabei ist die Summe des Produkts der Gewichte  $\omega_{1\dots n}$  und der Messwerte  $z(x_{1\dots n})$  nach der Formel 3.2 aus [35, S. 79, Formula 11.1]

$$z(x_0) = \sum_{i=1}^n \omega_i z(x_i) \quad (3.2)$$

der geschätzte Wert  $x_0$ . Details und Begriffe zu den einzelnen Schritten des Ablaufplans werden in den folgenden Kapiteln erläutert.

### 3.2.1. Variogramm

In diesem Kapitel werden die grundlegenden Informationen eines Variogramms dargestellt. Dazu gehört neben der Variogramm-wolke auch das experimentelle Variogramm. Des Weiteren wird das exponentielle, Gauß'sche, sphärische und Power-Variogrammmodell vorgestellt. Neben der Variogrammkurve, die den Verlauf des Variogramms graphisch darstellt, sind folgende Parameter von großer Bedeutung (Abb. 3.3):



- **Nugget**

Beim Nugget-Effekt beginnt die Variogrammkurve nicht im Koordinatenursprung, sondern auf der Y-Achse bei einem Wert  $> 0$ . Dieser Effekt kann auftreten, wenn nahe beieinanderliegende Messstationen hohe Varianzen zwischen den Messwerten aufweisen oder wenn Messwerte eine schlechte Messqualität aufweisen.<sup>29</sup>

- **Sill**

Der Sill beschreibt den Grenzwert des Variogramms, wenn der Abstand zwischen zwei Stationen gegen unendlich geht ( $|h| \rightarrow \infty$ ). Dabei hat nicht jedes Variogrammmodell einen Sill, so z. B. das Power-Modell.<sup>30</sup> Die Variogrammmodelle und deren Verhalten beim Sill sind in Kapitel 3.2.1.4 erläutert.

- **Range**

Die Range beschreibt die Distanz, bei der die Differenz zwischen Variogrammkurve und Sill vernachlässigbar wird, beispielsweise beim Gauß'schen und beim exponentiellen Variogramm mit 95 % vom Sill (praktische Range), da diese Variogrammmodelle asymptotisch sind (Kapitel 2.6). Die Range definiert ebenfalls den Einflussbereich der Stationen. Daraus folgt: Ist die Distanz zwischen zwei Stationen größer als die Range, gelten die Messwerte als unkorreliert.<sup>31</sup>

Die drei Parameter werden für die späteren Variogrammmodellberechnungen benötigt und müssen anhand des experimentellen Variogramms bestimmt werden. Dies wird in den folgenden Kapiteln näher beleuchtet.

Für die Verwendung von Variogrammen muss die intrinsische Hypothese erfüllt sein. Die intrinsische Hypothese ist allgemeiner als die Hypothese der Stationarität zweiter Ordnung (mehr dazu in [19, Kapitel 1.1.4 Stationary Random Functions, S. 16-17]). Bedingungen für die intrinsische Hypothese sind:<sup>32</sup>

- Der Erwartungswert ist konstant über dem gesamten Interpolationsgebiet ( $E[Z(x+h) - Z(x)] = m(h) = 0$ ).<sup>33</sup>
- Die Semivarianz des Inkrements ( $Z(x+h) - Z(x)$ ) ist nicht von dem Ort  $x$ , sondern

<sup>29</sup>Kapitel Behavior near the Origin and Nugget-Effect, S. 50-52, aus [19]; Kapitel 4.1 Strukturelle Eigenschaften des Variogramms, S. 64, aus [14]

<sup>30</sup>Kapitel Range and Sill, S. 47, aus [19]

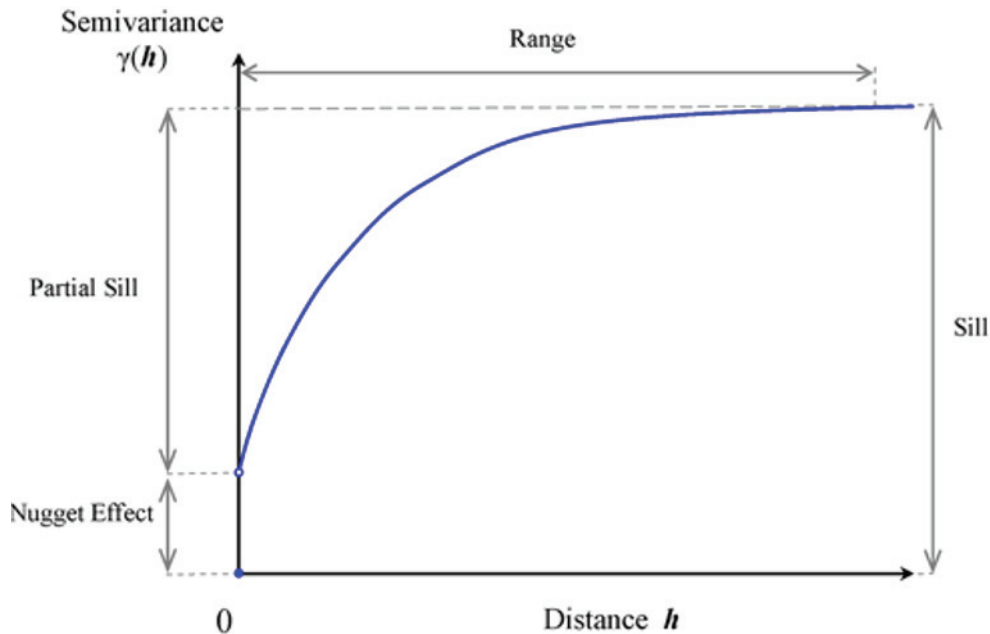
<sup>31</sup>Kapitel Range and Sill, S. 47-48, aus [19]; Kapitel 4.1 Strukturelle Eigenschaften des Variogramms, S. 61, aus [14]

<sup>32</sup>Kapitel 3.2 Stochastische Annahmen, S. 56-57, aus [14]

<sup>33</sup>Kapitel 7 Variogram and Covariance Function, S. 51, aus [35]

nur von den Distanzen  $h$  abhängig. Daraus folgt für den Variogrammwert  $\gamma$ :<sup>34</sup>

$$VAR(Z(x+h) - Z(x)) = E(Z(x+h) - Z(x))^2 = 2\gamma(h). \quad (3.3)$$



**Abbildung 3.3.:** Graphische Darstellung der Parameter Range, Sill und Nugget. Aus [30]

### 3.2.1.1. Variogrammwolke

Die Variogrammwolke zeigt die Semivarianz  $\gamma^*$  zwischen zwei Messwerten ( $z(x_\alpha), z(x_\beta)$ ) in Abhängigkeit von dem Abstand  $h$ , den die beiden Messorte (hier: Messstationen) zueinander haben. Die Semivarianz lässt sich durch

$$\gamma_{\alpha\beta}^* = \frac{(z(x_\alpha) - z(x_\beta))^2}{2} \quad (3.4)$$

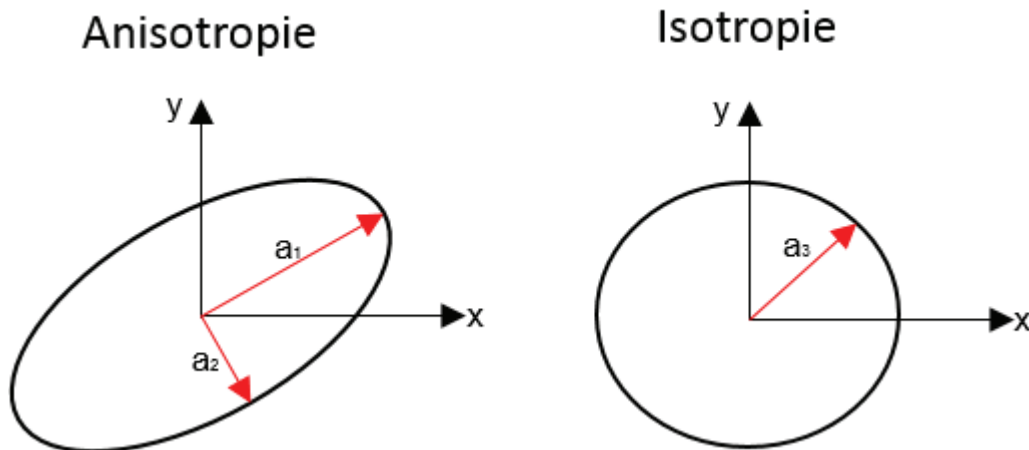
aus [35, S. 45] bestimmen oder durch den Abstandsvektor  $h$  als

$$\gamma^*(h) = \frac{(z(x_\alpha + h) - z(x_\alpha))^2}{2} \quad (3.5)$$

aus [35, S. 45] beschreiben. Wird davon ausgegangen, dass die Variabilität der Daten in jede Richtung gleich ist, hängt das Variogramm nur von der Distanz  $h$  ab, und es

<sup>34</sup>Kapitel 1.1.4 Stationary Random Functions, S. 16-17, aus [19]

wird von Isotropie gesprochen. Für den anisotropen (richtungsabhängigen) Fall werden die Variogrammwerte für die gerichteten Variogramme ausgerechnet. Bei Anisotropie zeigen sich unterschiedlich starke Abhängigkeiten in unterschiedliche Richtungen. Dadurch zeigen sich unterschiedlich starke Ausprägungen in den Achsen der Anisotropie. Die Varianzen werden ellipsenförmig um den Ursprung größer (Abb. 3.4).



**Abbildung 3.4.:** Darstellung des Unterschiedes zwischen Anisotropie und Isotropie. Anisotropie mit zwei Ranges ( $a_1$  und  $a_2$ ) der Richtungsvariogramme und Isotropie mit einer Range ( $a_3$ ) von einem Variogramm.

Bei der geometrischen Anisotropie werden für alle  $h$  ( $h_1 \dots h_n$ ) mit  $n$  Koordinaten die neuen Koordinaten  $\tilde{h}$  bezogen auf ein Ellipsoid berechnet. Die Ausdehnungen des Ellipsoids ( $a_1, a_2$ ) ergeben sich aus den Ranges der gerichteten Variogramme. Die Distanz  $\tilde{h}$  (Formel 3.8) für die Berechnung des Variogrammwertes ergibt sich aus der Rotationsmatrix (2D)

$$Q = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

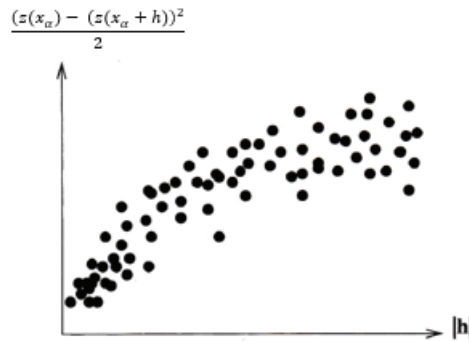
dem Vektor  $h$  und

$$\sqrt{\Lambda} = \begin{pmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\lambda_n} \end{pmatrix}, \quad (3.7)$$

in dem jedes  $\lambda$  für die Anstieg des Variogramms steht.<sup>35</sup>

$$\tilde{h} = \sqrt{\Lambda h Q}, \tag{3.8}$$

In der Variogrammwolke wird der Variogrammwert für alle möglichen Kombinationen aus dem Datensatz von hmF2- und NmF2-Werten bestimmt und dargestellt (Abb. 3.5). Aus der Variogrammwolke kann dann anschließend das experimentelle Variogramm berechnet werden.<sup>36</sup>



**Abbildung 3.5.:** Beispiel für eine Variogrammwolke. Bearbeitet nach [35, S. 46; Figure 6.2]

### 3.2.1.2. Experimentelles Variogramm

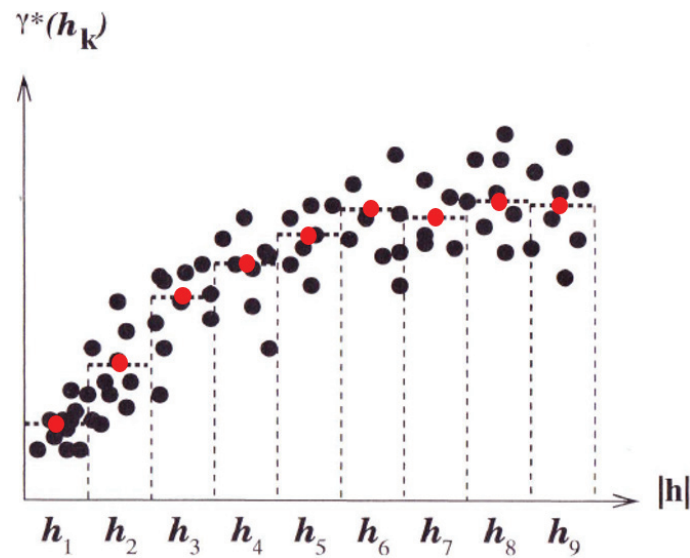
Das experimentelle Variogramm lässt sich aus der Variogrammwolke bestimmen. Dabei werden alle Semivarianzen innerhalb einer Lag-Distanz gemittelt. Die Lag-Distanz ist die Einteilung der x-Achse in Intervalle. Die Größe der Lag-Distanz kann allgemein als mittlere Distanz zwischen den Messstationen angegeben werden. Das Mittel der Semivarianzen innerhalb der Lag-Distanzen  $\mathfrak{H}_k$  wird mittels der Formel 3.9 aus [35, S. 47; Formula 6.4] bestimmt.

$$\gamma^*(\mathfrak{H}_k) = \frac{1}{2n_c} \sum_{\alpha=1}^{n_c} (z(x_\alpha + h) - z(x_\alpha))^2 \quad \text{with } h \in \mathfrak{H}_k \tag{3.9}$$

Dabei beschreibt die Variable  $n_c$  die Anzahl der Semivarianzen innerhalb eines Lags. Abbildung 3.6 zeigt die Einteilung in die Lags  $h_1$  bis  $h_9$ . Dabei entsprechen die schwarzen Punkte den Semivarianzen der Variogrammwolke und die roten Punkte (gemittelte Semivarianzen) den Werten für das experimentelle Variogramm.

<sup>35</sup>Kapitel Rotating and dilating an ellipsoid, S. 62-64, aus [35]; Kapitel 2.5.2 Anisotropic Models, S. 93-95, aus [19]

<sup>36</sup>Kapitel 6. Variogram Cloud, S. 44-45, aus [35]



**Abbildung 3.6.:** Beispiel für ein experimentelles Variogramm. Die schwarzen Punkte entsprechen der Variogrammwolke und die roten Punkte den gemittelten Semivarianzen für ein Lag ( $h_1$  bis  $h_9$ ). Bearbeitet nach [35, S. 47, Figure 6.3]

### 3.2.1.3. Schätzen der Variogrammparameter

Die Bestimmung der Variogrammparameter (beispielsweise Range, Sill und Nugget) kann über mathematische Ausgleichsverfahren erfolgen. Ziel ist es, die Variogrammkurve so durch das zuvor bestimmte experimentelle Variogramm zu legen, dass diese möglichst nahe an den gemittelten Semivarianzen liegt. Als Ausgleichsverfahren werden die *Methode der kleinsten Quadrate* und die *Maximum-Likelihood-Methode* vorgestellt.

#### Methode der kleinsten Quadrate

Bei der Methode der kleinsten Quadrate wird versucht, die minimalen Variogrammparameter zu finden. Dazu wird ein Variogramm  $\gamma(h; b)$  betrachtet, wobei  $b$  ein Vektor von Variogrammparametern ist ( $b = (\text{Sill}, \text{Range}, \text{Nugget})$ ) und  $h$  der Abstand zwischen den gemessenen Positionen. Werden nun die Werte aus dem experimentellen Variogramm  $\hat{\gamma}(h_j)$  mit  $j = 1 \dots N$  betrachtet, kann der Vektor  $b$  mit der Minimierung von

$$Q(b) = \sum_{j=1}^N [\hat{\gamma}(h_j) - \gamma(h_j; b)]^2 \quad (3.10)$$

berechnet werden, wobei  $N$  die Anzahl der Distanzen der Messstationen ist.<sup>37</sup>

<sup>37</sup>Kapitel 2.6.2 Automatic Fitting, S. 108, aus [19]

**Maximum Likelihood**

Bei der Maximum-Likelihood-Methode wird ebenfalls versucht, die Variogrammkurve möglichst passend durch alle gemittelten Semivarianzen aus dem exponentiellen Variogramm zu legen. Bestimmt wird der Variogrammwert, der mit der höchsten Wahrscheinlichkeit in die Daten passt. Für die Maximum-Likelihood-Methode wird ein Vektor der Erwartungswerte (hier: Modellwerte)  $m = (E(x_1), \dots, E(x_n))'$  und der Vektor der Messwerte  $z = (z(x_1) \dots z(x_n))'$  benötigt. Für dieses Verfahren wird zuerst die Kovarianzmatrix  $\Sigma$  erstellt, da diese Matrix die Werte des Variogramms beinhaltet. Die Kovarianzmatrix

$$\Sigma = \begin{pmatrix} COV(z(x_1), z(x_1)) & \dots & COV(z(x_1), z(x_n)) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ COV(z(x_n), z(x_1)) & \dots & COV(z(x_n), z(x_n)) \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

beschreibt die Korrelationen und die Varianzen zwischen den Messwerten  $z(x_1) \dots z(x_n)$ . Die Kovarianz ( $COV$ ) bezieht sich dabei immer auf zwei Messwerte und deren Erwartungswerte (Formel 3.12).

$$COV(z(x_1), z(x_2)) = E(z(x_1) - E(x_1))(z(x_2) - E(x_2)) \quad (3.12)$$

Sind die beiden Messwerte gleich, gilt:<sup>38</sup>

$$COV(z(x_1), z(x_1)) = VAR(z(x_1)), \quad (3.13)$$

wobei  $VAR$  für die Varianz steht. Der wahrscheinlichste Parameter wird dann durch Maximierung der Gauß'schen Dichtefunktion über den Parameter  $b = (Range, Sill, Nugget)$

$$f(z) = (2\pi)^{-\frac{N}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(z - m)'\Sigma^{-1}(z - m)\right) \quad (3.14)$$

geschätzt. Sind der Mittelwert  $m$  und die Kovarianzmatrix  $\Sigma$  nicht bekannt und hängen jeweils von dem Parameter  $b$  ab, kann  $f(z)$  als Funktion von  $b$  betrachtet werden. Diese Funktion wird *Likelihood-Funktion* genannt.<sup>39</sup>

<sup>38</sup>Kapitel 1.1.1 Definitions, S. 13, aus [19]

<sup>39</sup>Kapitel 2.6.2 Automatic Fitting, S. 109-110, aus [19]

### 3.2.1.4. Variogrammodelle

Im Rahmen dieser Arbeit werden die vier Variogrammodelle exponentiell, Gauß, sphärisch und Power vorgestellt und miteinander verglichen. Neben den zuvor geschätzten Variogrammparametern Sill ( $c_0$ ), Range ( $a$ ) und Nugget ist die Distanz zwischen den Messstationen ebenfalls ein Parameter, der in der jeweiligen Variogrammfunktion berücksichtigt wird. Da die Kriging-Interpolation der hmF2- und der NmF2-Parameter global erfolgen soll, wurde entschieden, die sphärische Distanz zwischen den jeweiligen Messstationen anstatt die euklidische Distanz zu verwenden. Die sphärische Distanz  $d_{sph}$  wird mittels der Haversine-Formel (Formel 3.15) aus [3] bestimmt.

$$t_1 = \sin^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) + \cos(\varphi_1)\cos(\varphi_2)\sin^2\left(\frac{\Delta\lambda}{2}\right) \quad (3.15a)$$

$$t_2 = 2a \operatorname{atan2}(\sqrt{t_1}, \sqrt{1-t_1}) \quad (3.15b)$$

$$d_{sph} = Rt_2 \quad (3.15c)$$

Das Einsetzen der Distanz in die jeweilige Variogrammfunktion gibt den Variogramwert zurück. Dieser wird bei der Berechnung der Kriging-Gewichte in Kapitel 3.2.3 benötigt. Dabei gilt für alle Variogrammodelle ( $\gamma$ ), dass  $\gamma(0) = 0$ .

Zusammenfassend kann zu den Variogrammodellen gesagt werden, dass dasjenige für die spätere Kriging-Interpolation verwendet werden sollte, das sich am besten durch die Semivarianzen legen lässt.

### Exponentielles Variogramm

Das exponentielle Variogrammodell ist definiert durch die Formel 3.16.<sup>40</sup>

$$\gamma_{exp}(h) = c_0 \left( 1 - \exp\left(\frac{-3|h|}{a}\right) \right) \quad \text{for } h > 0 \quad (3.16)$$

Die Variogrammkurve des exponentiellen Variogramms (Abb. 3.7 a)) ähnelt sehr stark der Variogrammkurve des sphärischen Variogramms. Sie weist allerdings einen stärkeren Anstieg auf, je mehr man sich dem Sill nähert. So liegt der Schnittpunkt zwischen dem Sill und der Tangente am Koordinatenursprung bei  $\approx \frac{1}{5}$  der Range. Die Variogrammkurve ist asymptotisch, das heißt, dass sich die Variogrammkurve dem Sill im Unendlichen annähert. Bei der Range ist 95% des Sills erreicht. In diesem Fall wird von einer praktischen Range gesprochen, da die Range bei 100% des Sills unendlich groß ist.<sup>41</sup>

<sup>40</sup>Kapitel 8 Examples of Covariance Functions, S. 57, aus [35]

<sup>41</sup>Kapitel 3 Schätzung des theoretischen Variogramms, S. 9, aus [26]; S. 88 aus [34]

**Gauß'sches Variogramm**

Das Gauß'sche Variogrammmodell ist definiert durch die Formel 3.17.<sup>42</sup>

$$\gamma_{gau}(h) = c_0 \left( 1 - \exp \left( \frac{-3h^2}{a^2} \right) \right) \quad \text{for } h > 0 \quad (3.17)$$

Der Verlauf der Variogrammkurve ist in Abbildung 3.7 b) zu sehen. Sie verläuft s-förmig und hat ein parabelförmiges Verhalten am Ursprung. Sie ist ebenfalls asymptotisch, das heißt, dass sich die Variogrammkurve dem Sill im Unendlichen annähert. Wie bereits beim exponentiellen Variogramm wird auch hier die praktische Range bei einem Sill von 95 % verwendet. Dieses Modell findet Anwendung, wenn nahe gelegene Messpunkte eine starke Korrelation zueinander haben.<sup>43</sup>

**Sphärisches Variogramm**

Das sphärische Variogrammmodell ist definiert durch die Formel 3.18.<sup>44</sup>

$$\gamma_{sph}(h) = \begin{cases} c_0 \left( 1 - \frac{3|h|}{2a} + \frac{1}{2} \left( \frac{|h|}{a} \right)^3 \right) & \text{for } 0 < |h| \leq a \\ c_0 & \text{for } |h| > a \end{cases} \quad (3.18)$$

Der Verlauf der Variogrammkurve ist in Abbildung 3.7 c) dargestellt. Im Gegensatz zu den beiden vorigen Modellen erreicht die Variogrammkurve hier den Sill, und die Range ist bei 100 % des Sills angegeben. Im Vergleich zu dem exponentiellen Variogramm ist der Anstieg bei der Annäherung an den Sill nicht so stark. Aus diesen Gründen liegt der Schnittpunkt zwischen dem Sill und der Tangente beim Koordinatenursprung bei  $\approx \frac{2}{3}$  der Range. Dieses Modell eignet sich für Daten, deren Korrelation linear mit dem Abstand abnimmt. Dieses Variogrammmodell wird üblicherweise in der Praxis verwendet.<sup>45</sup>

**Power-Variogramm**

Das Power-Variogramm oder auch lineares Variogramm für den Fall  $\alpha = 1$  ist definiert durch die Formel 3.19.

$$\gamma_{pow}(h) = b|h|^\alpha \quad \text{für } 0 < \alpha < 2 \quad (3.19)$$

Die Besonderheit dieses Modells gegenüber den anderen vorgestellten Variogrammmodellen ist, dass es keinen Sill hat. Dafür muss der Parameter  $\alpha$ , der im Wertebereich

<sup>42</sup>Kapitel 2.5 Variogram models, S. 85, aus [19]

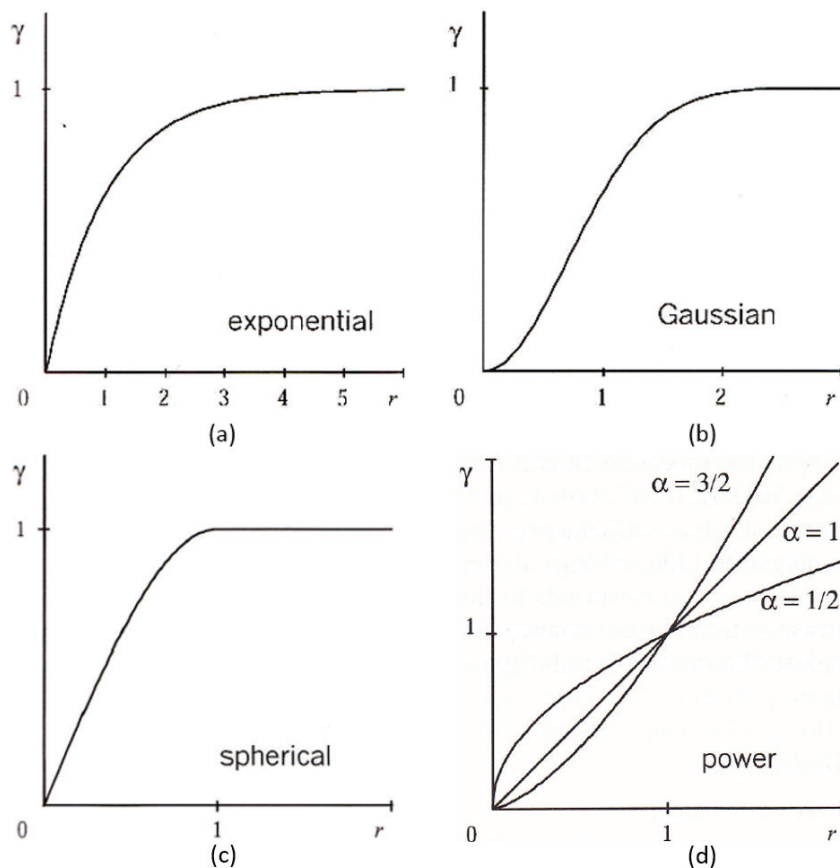
<sup>43</sup>Kapitel 3 Schätzung des theoretischen Variogramms, S. 9, aus [26]; S. 88-89 aus [34]

<sup>44</sup>Kapitel 8 Examples of Covariance Functions, S. 58, Formel 8.4, aus [35]

<sup>45</sup>Kapitel 3 Schätzung des theoretischen Variogramms, S. 9, aus [26]; S. 88 aus [34]



zwischen  $0 < \alpha < 2$  liegt, und  $b$ , ein Skalierungsparameter, berechnet werden. Der Parameter  $\alpha$  hat dabei Einfluss auf den Verlauf der Variogrammkurve (Abb. 3.7 d)). Wäre  $\alpha = 2$ , würde es dem *Pure-Nugget-Variogramm* entsprechen. Das *Pure-Nugget-Variogramm* zeigt die „Variogrammkurve“ als parallele Linie zur x-Achse auf der Höhe des Nugget-Effekts. Das Power-Variogramm findet Anwendung bei Messwerten, die trotz einer großen Distanz zueinander eine hohe Korrelation aufweisen.<sup>46</sup>



**Abbildung 3.7.:** Übersicht über die Variogrammmodelle. Dabei ist a) das exponentielle Variogramm, b) das Gauß'sche Variogramm, c) das sphärische Variogramm und d) das Power-Variogramm. Zusammengefasst von [19, eig. Darst. von Figure 2.18, S. 83] und [19, eig. Darst. von Figure 2.19, S. 88]

<sup>46</sup>Kapitel 2.5 Variogram Models, S. 87-89, aus [19]

### 3.2.2. Simple Kriging

Beim Simple Kriging wird von einem bekannten Mittelwert im Interpolationsgebiet ausgegangen. Dies ist aber in der Praxis sehr selten der Fall, da entweder so viel Daten vorhanden sein müssen, dass der Mittelwert fast perfekt geschätzt werden kann, oder die zugrunde liegenden Phänomene 1:1 unter gleichen Bedingungen wiederholt werden können.<sup>47</sup> Beim Simple Kriging wird ein Punkt  $z(x_0)$  mit  $N$  Messpunkten  $z(x_1)\dots z(x_n)$  durch

$$z(x_0) = \sum_{i=1}^N \omega_i z(x_i) + \omega_0 \quad (3.20)$$

berechnet, wobei  $\omega$  die Kriging-Gewichte sind und  $\omega_0$  der statistische Gesamtfehler ist.  $\omega_0$  ergibt sich aus:<sup>48</sup>

$$\omega_0 = m_0 - \sum_{i=1}^N \omega_i m_i \quad (3.21)$$

Dabei ist  $m_i$  der Mittelwert eines Messwertes  $z(x_i)$  und  $m_0$  der Mittelwert für das gesamte Interpolationsgebiet. Dies bedeutet, dass der Schätzer wie folgt definiert werden kann:<sup>49</sup>

$$z(x_0) = m_0 + \sum_{i=1}^N \omega_i (z(x_i) - m_i) \quad (3.22)$$

Um die Kriging-Gewichte  $\omega_{1\dots n}$  zu bestimmen, muss das Krige-System 3.23a aufgestellt und nach  $\Omega$  umgestellt werden (Formel 3.23b).<sup>50</sup>

$$\Gamma * \Omega = \Gamma_0 \quad (3.23a)$$

$$\Omega = \Gamma^{-1} * \Gamma_0 \quad (3.23b)$$

Dabei gilt:

<sup>47</sup>Kapitel 3.3 Kriging with a known mean, S. 154, aus [19]

<sup>48</sup>Kapitel 3.3.1 Derivation of the equations, S. 154, aus [19]

<sup>49</sup>Kapitel 3.3.1 Derivation of the equations, S. 154, Formel 3.1, aus [19]

<sup>50</sup>Kapitel 3.3 Kriging with a known mean, S. 155, Formel 3.2, aus [19]

$$\Omega = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_n \end{pmatrix} \quad (3.24a)$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \gamma(x_1 - x_1) & \dots & \gamma(x_1 - x_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma(x_n - x_1) & \dots & \gamma(x_n - x_n) \end{pmatrix} \quad (3.24b)$$

$$\Gamma_0 = \begin{pmatrix} \gamma(x_1 - x_0) \\ \vdots \\ \gamma(x_n - x_0) \end{pmatrix} \quad (3.24c)$$

Der Variogrammfunktion  $\gamma$  wird die sphärische Distanz zwischen den beiden Messstationen übergeben. Dabei enthält die Matrix  $\Gamma$  die  $\gamma$  zwischen den Messstationen  $x_1 \dots x_n$  und der Vektor  $\Gamma_0$  die Variogrammwerte zwischen Messstationen und Schätzposition  $x_0$ .<sup>51</sup> Abschließend ergibt sich der Schätzfehler, auch Kriging-Fehler genannt, nach:<sup>52</sup>

$$\sigma_{SK}^2 = E(Z(x) - Z(x_0))^2 \quad (3.25)$$

### 3.2.3. Ordinary Kriging

Die Kriging-Methode *Ordinary Kriging* ist eine erweiterte Form des *Simple Kriging*. Dabei wird davon ausgegangen, dass der Erwartungswert der Daten unbekannt, aber konstant über dem Gebiet ist, das heißt, er muss geschätzt werden. Die Schätzung kann über das arithmetische Mittel

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z(x_i) \quad (3.26)$$

der Daten erfolgen. Der Nachteil des arithmetischen Mittels liegt darin, dass Messwerte in Zusammenhang gebracht werden, die geographisch und dadurch auch physikalisch keine Korrelation zueinander haben. Bei den Hintergrundmodellen hingegen kann für jede Messstation der Erwartungswert berechnet werden. Die Schätzung des Erwartungswertes

<sup>51</sup>Kapitel 3.3.1 Derivation of the Equations, S. 154-155, aus [19]

<sup>52</sup>Kapitel 3.3.1 Derivation of the Equations, S. 156, Formel 3.3, aus [19]

erfolgt, um den systematischen Anteil (drift) aus den Messwerten zu entfernen. So werden die Semivarianzen und Variogramme mit den Residuen, definiert durch die Differenz zwischen Messwert und Erwartungswert, berechnet.<sup>53</sup>

Um die Kriging-Gewichte  $\omega_{1\dots n}$  zu bestimmen, muss das Kriging-Gleichungssystem 3.27a aufgestellt werden.<sup>54</sup>

$$\Gamma * \Omega = \Gamma_0 \tag{3.27a}$$

$$\Omega = \Gamma^{-1} * \Gamma_0 \tag{3.27b}$$

Dabei gilt:

$$\Omega = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_n \\ \mu \end{pmatrix} \tag{3.28a}$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \gamma(x_1 - x_1) & \dots & \gamma(x_1 - x_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(x_n - x_1) & \dots & \gamma(x_n - x_n) & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{3.28b}$$

$$\Gamma_0 = \begin{pmatrix} \gamma(x_1 - x_0) \\ \vdots \\ \gamma(x_n - x_0) \\ 1 \end{pmatrix} \tag{3.28c}$$

Hierbei wird der Variogrammfunktion  $\gamma$  die Distanz zwischen den beiden Messstationen übergeben. Als Distanz wird, wie bereits in Kapitel 3.2.1.4 in Formel 3.15 beschrieben, die sphärische Distanz verwendet. Die Matrix  $\Gamma$  beinhaltet dabei die Werte der Variogrammfunktionen der Messstationen  $x_1\dots x_n$  und der Vektor  $\Gamma_0$  die Werte der Variogrammfunktion aus den Distanzen zwischen dem Schätzpunkt  $x_0$  und  $x_1\dots x_n$  (Formel 3.27a). Der Parameter  $\mu$  ist der *Lagrange-Parameter*, der eingesetzt wird, um die Bedingung der

<sup>53</sup>Kapitel 3.4. Kriging with an unknown mean, S. 164ff, aus [19]; Kapitel 11 Ordinary Kriging, S. 79ff, aus [35]

<sup>54</sup>Kapitel 3.1.1 Ordinary kriging equations, S. 72, Formel 3.9, aus [28]

Gewichte (Formel 3.29) zu erfüllen. Um die Kriging-Gewichte zu berechnen, wird das Krige-System (Formel 3.27a) nach  $\Omega$  umgestellt (Formel 3.27b).<sup>55</sup> Die Kriging-Gewichte wurden dabei richtig bestimmt, wenn

$$\sum_{\alpha=1}^n \omega_{\alpha} = 1 \quad (3.29)$$

gilt.<sup>56</sup> Die Varianz der Ordinary-Kriging-Schätzung wird nach

$$\sigma_{OK}^2 = \mu_{OK} - \underbrace{\gamma(x_0 - x_0)}_{=0} + \sum_{\alpha=1}^n \omega_{\alpha}^{OK} \gamma(x_{\alpha} - x_0) \quad (3.30)$$

berechnet.<sup>57</sup> Ordinary Kriging ist ein exakter Schätzer, das heißt, dass der Schätzwert für die Position einer Messstation gleich ist mit deren Messwert. Dies bedeutet, dass

$$z^*(x_0) = z(x_{\alpha}), \quad \text{wenn } x_0 = x_{\alpha}, \quad (3.31)$$

gilt. Dies zeigt sich, wenn für  $x_0$  ein Messpunkt  $x_{\alpha}$  eingesetzt wird. Dann ist  $\Gamma_0$  gleich mit einer Spalte aus  $\Gamma$ . Dies hat wiederum zur Folge, dass an der Position  $\gamma(x_0 - x_{\alpha})$  wenn  $x_0 = x_{\alpha}$  in  $\Gamma_0$  das Kriging-Gewicht = 1 ist. Dadurch ist die Bedingung nach Formel 3.29 bereits erfüllt.<sup>58</sup>

Allgemein lässt sich der Schätzparameter  $x_0$  bestimmen, wie bereits in Formel 3.2 gezeigt. Da die Messungen der Ionosphäre weder in Latitude noch in Longitude stationär sind, werden die Hintergrundmodelle (Kapitel 2.6) benötigt.<sup>59</sup> Des Weiteren sollen die Modellwerte helfen, eine Schätzung an nicht beprobten Teilen der Erde zu ermöglichen. Deswegen erfolgt die Schätzung anstatt mit Formel 3.2 durch

$$z(x_o) = M_{odell} + \sum_{i=1}^N \omega_i * Y(x_i), \quad (3.32)$$

wobei  $\omega_{1...N}$  mit den Residuen ( $Y(x_{1...N})$ ), die sich aus der Differenz zwischen Messwert und Modellwert ergeben, multipliziert und mit dem Modellwert ( $M_{odell}$ ; Kapitel 3.3) addiert wird. Das  $N$  steht für die Anzahl der Residuen beziehungsweise die Anzahl der Kriging-Gewichte ohne den Lagrange-Parameter. Durch die Berücksichtigung des

<sup>55</sup>Kapitel 3.1.1 Ordinary kriging equations, S. 72, aus [28]

<sup>56</sup>Kapitel 11 Ordinary Kriging, S. 81, Formel 11.7, aus [35]

<sup>57</sup>Kapitel 11 Ordinary Kriging, S. 81, Formel 11.8, aus [35]

<sup>58</sup>Kapitel 11 Ordinary Kriging, S. 81, aus [35]

<sup>59</sup>Kapitel 3.2 Kriging applied to GIM estimation, S. 76-78, aus [28]

Modells lassen sich ebenfalls Annahmen über Regionen, die außerhalb der Range der Messstationen liegen, treffen.<sup>60</sup>

### 3.3. Alternative Schätzverfahren

Die in diesem Kapitel vorgestellten Schätzverfahren Optimal Interpolation (OI), Optimal Interpolation with Time Forecast (OITF), Successive Corrections Method (SCM) und Modified Successive Corrections Method (MSCM) finden bereits in der globalen Rekonstruktion für die Parameter NmF2 und hmF2 Anwendung. Die Ergebnisse dieser Schätzverfahren dienen in Kapitel 5 als Toleranzwerte bei den Referenzstationen. Das Schätzverfahren OI hat seine Herkunft in der Meteorologie. Wie die Kriging-Schätzung ist die OI-Schätzung eine minimale lineare erwartungstreue Schätzung (best linear unbiased estimator (BLUE)). Die Schätzwerte  $\vec{u}_a$  ergeben sich aus

$$\vec{u}_a = u_b + \omega(v - G_{u_b}). \quad (3.33)$$

Dabei ist  $u_b$  ein Vektor der Werte des Hintergrundmodells in einem regulären Gitter, das über das Interpolationsgebiet gelegt wird. Die Variable  $\omega$  beschreibt die Matrix der Gewichte und  $v - G_{u_b}$  die Residuen, gebildet aus Messwert und den Gitterwerten  $G$ , wobei  $G$  durch eine bilineare Interpolation bestimmt wurde.<sup>61</sup>

Das Schätzverfahren OITF ist ein Kalman-Filter-Verfahren und eine modifizierte Variante der OI-Schätzung.<sup>62</sup>

Das Schätzverfahren SCM ist ein iteratives empirisches Verfahren, das, im Gegensatz zu OI, die Schätzwerte nicht in einem Vektor bestimmt, sondern jeden Schätzwert  $u_{a,1\dots n}$  einzeln am Gitterpunkt  $i$ . Beim ersten Iterationsschritt  $u_{a,i}^0$  wird der Wert des Hintergrundmodells bei  $i$  angenommen. Nachfolgend ergibt sich der Schätzwert durch:

$$u_{a,i}^n = u_{a,i}^{n-1} + \frac{\sum_{k=1}^N \omega_{ik}^n (v_k - u_{a,k}^{n-1})}{\sum_{j=1}^N \omega_{ij}^n + \varepsilon^2} \quad (3.34)$$

Dabei ist  $n$  der Iterationsschritt,  $N$  die Anzahl der Messwerte,  $v_k$  der  $k$ -te Messwert,  $u_{a,k}^{n-1}$  der  $(n-1)$ -te Schätzwert am Messpunkt  $k$  und  $\varepsilon^2$  das Verhältnis zwischen der Fehlervarianz der Messwerte und der Fehlervarianz des Hintergrundmodells.<sup>63</sup>

Das Schätzverfahren MSCM ist eine modifizierte Variante der SCM-Schätzung, bei der

<sup>60</sup>Kapitel Kriging the residual, S. 85-86, aus [35]

<sup>61</sup>Kapitel 4.1 Optimal Interpolation, S. 9, aus [33]

<sup>62</sup>Kapitel 4.4 Optimal Interpolation with Time Forecast, S. 12, aus [33]

<sup>63</sup>Kapitel 4.2 Successive Corrections Method, S. 12, aus [33]

das Verhältnis zwischen der Fehlerkovarianz des Hintergrundmodells und der Fehlerkovarianz der Messwerte geschätzt und kein konstanter Faktor angenommen wird.<sup>64</sup>

---

<sup>64</sup>Kapitel 4.3 Modified Successive Corrections Method, S. 12-13, aus [33]

# Kapitel 4.

## Konzeption und Entwurf

In diesem Kapitel wird die Umsetzung und die Anwendung des Kriging-Moduls anhand von einem Unified Modeling Language (UML)-Komponentendiagramm und einem UML-Aktivitätsdiagramm vorgestellt. Ebenfalls werden praktische Umsetzungen für die Variogrammschätzung diskutiert.

### 4.1. Softwareumgebung

In diesem Unterkapitel wird die Softwareumgebung, in die das Kriging-Modul eingebettet werden soll, vorgestellt. Dazu gehört zum einen das zukünftige operationelle System Ionospheric Monitoring and Prediction Center (IMPC) und das zur Zeit noch aktuelle System Space Weather Application Center - Ionosphere (SWACI). Das SWACI-Projekt beinhaltet das Weltraumwetter mit dem Schwerpunkt auf der Ionosphäre. Dabei werden aktuelle Zustände der Ionosphäre ermittelt und zur Verbesserung der GNSS-Messungen zur Verfügung gestellt. Des Weiteren werden historische Daten zur Verfügung gestellt und Warnungen vor Unwettern gegeben. Die Datengrundlage wird vom *Data and Information Management System* des *Earth Observation Center* zur Verfügung gestellt. Das IMPC-Projekt ist eine Weiterentwicklung des SWACI-Projekts.<sup>65</sup>

### 4.2. Anforderungen

Die Schnittstellen zum Ausführen des Kriging-Moduls sollen so definiert werden, dass es sowohl in den operationellen Betrieb integriert als auch auf dem lokalen Rechner als *Stand-alone*-Programm ausgeführt werden kann.

---

<sup>65</sup>[1]; [2]



Für den operationellen Betrieb ist es notwendig, die Grundeinstellungen in der Konfigurationsdatei für das Programm so zu definieren, dass sie für alle zukünftigen Datensätze angewendet werden kann. Dabei müssen unter anderem ein Variogrammmodell, ein Hintergrundmodell und eine Lag-Distanz angegeben werden. Alle benötigten Parameter für die Konfigurationsdatei sind in [9] beschrieben. Für die Anwendung auf dem lokalen Rechner ist es dem Anwender möglich, die Konfigurationsdatei umzuschreiben und an die gegebenen Anforderungen anzupassen. Des Weiteren ist die Ausführung des Programms für den Anwender sowohl über die Konsole als auch aus einem anderen Python-Skript heraus möglich.

Die Integration in den operationellen Betrieb, namentlich den IMPC-Prozessor, kann über zwei Wege erfolgen. Zum einen kann, je nach Entwicklung des Prozessors, das Kriging-Modul importiert werden, zum anderen lässt es sich über einen (Konsolen-)Aufruf starten. Da der IMPC-Prozessor aktuell noch in der Entwicklung ist, ist eine genaue Umsetzung noch nicht definiert. Die beiden Schnittstellen können ebenfalls von dem SWACI-Prozessor bedient werden. Details zu den Schnittstellen sind in [9] zu finden.

### 4.3. Praktische Umsetzungen zur Variogrammschätzung

Das zu entwickelnde Kriging-Modul ist in Python programmiert. Die Schätzung der Variogrammparameter wird allerdings in der Programmiersprache R genauer umgesetzt als in Python. Die Unterschiede in den beiden Programmiersprachen werden in den beiden Unterkapiteln erläutert.

#### 4.3.1. Python

Die Schätzung der Variogrammparameter in Python erfolgt mittels der Methode der kleinsten Quadrate (Kapitel 3.2.1.3). Die Schätzung der Parameter erfolgt dabei für alle implementierten Variogrammmodelle (Kapitel 3.2.1.4). Die Methode der kleinsten Quadrate wird durch das Python Packet „numpy“ realisiert.

#### 4.3.2. R

Die Schätzung der Variogrammparameter erfolgt in R durch eine Gewichtung der Varianzen. Dabei wird die Variogrammkurve anhand des experimentellen Variogramms geschätzt. Die Gewichtung erfolgt anschließend über die Anzahl der Varianzen in einem Lag.

Die Kommunikation zwischen Python und R wird zum einen durch das Python Packet

„rpy2“<sup>66</sup> und zum anderen durch eine temporäre Austauschdatei, die die Lag-Distanzen, die Varianzen und die Anzahl der Varianzen in einem Lag beinhaltet, realisiert. Die Variogrammparameter werden in R durch die Bibliotheken „RGeoStats“ und „Rcpp“ berechnet.<sup>67</sup>

### 4.3.3. Isotrop und Anisotrop

Der Einflussbereich einer Messstation ist ebenfalls von der Richtung abhängig. So unterscheiden sich die Varianzen in geographischer Länge und Breite.<sup>68</sup> Dies lässt sich auch in Abbildung 4.1 erkennen, in der beispielhaft für den Parameter NmF2 und das sphärische Variogramm zwischen anisotrop und isotrop am 08.01.2011 um 04:15 UT unterschieden wird. Dabei ist zu erkennen, dass die Range in Ost-West-Richtung (4.609,6 km) höher ist als in Nord-Süd-Richtung (3.658,1 km). In dem isotropen Variogramm können diese unterschiedlichen Korrelationen in den Richtungen nicht abgelesen werden. Das Variogramm in Nord-Süd-Richtung berücksichtigt Messstationen mit einem auf die Nordrichtung bezogenen Richtungswinkel von 0 Grad und 180 Grad mit jeweils einer Fehlertoleranz von 22,5 Grad und das Variogramm in Ost-West-Richtung mit einem Richtungswinkel von 90 Grad und 270 Grad, ebenfalls mit einem Toleranzwinkel von 22,5 Grad.<sup>69</sup>

Zusammenfassend ist die Verwendung von anisotropen Variogrammen zu empfehlen. Der Nachteil und auch der ausschlaggebende Grund, warum die Ergebnisse in Kapitel 5 mit den isotropen Variogrammen berechnet worden sind, ist, dass sich die Anzahl der verfügbaren Stationen für ein Variogramm verkleinert. Da sowieso im Durchschnitt für hmF2 nur circa 30 und für NmF2 nur circa 40 Messstationen zu einem Zeitpunkt zur Verfügung stehen, sorgt dies zum einen dafür, dass einige Lags (Größe: 800 km; Intervall: 0 km-400 km, 400 km-1.200 km, 1.200 km-2.000 km, ..., 19.600 km-20.400 km) des Variogramms für den betrachteten Zeitraum leer bleiben, und zum anderen, dass im Durchschnitt weniger als zehn Werte in einem Lag stehen. Beim isotropen Fall hingegen sind in allen Lags bis auf wenige Ausnahmen mehr als zwanzig Werte vorhanden. Diese beiden Faktoren sorgen dafür, dass zu einigen Zeiträumen die Variogrammwerte nicht erwartungsgemäß berechnet werden können und dadurch eine Schätzung erschwert wird. Sobald mehr Stationen für die Schätzungen zur Verfügung stehen, zum Beispiel durch Erhöhung des Betrachtungszeitraumes oder das Miteinbeziehen neuer Datenprovider, ist dies eine empfehlenswerte und auch notwendige Erweiterung, um die Schätzungen zu verbessern.

---

<sup>66</sup>rpy2 [4]

<sup>67</sup>RGeoStats [29]; Kapitel 1 Fitting a digital variogram und Kapitel 2 Fitting a real experimental variogram, S. 1-8, aus [11]

<sup>68</sup>Kapitel 4.6 Systematische Variation der Ionisationsdichte, S. 200-203, aus [27]

<sup>69</sup>Kapitel Anisotropy, S. 20, aus [15]

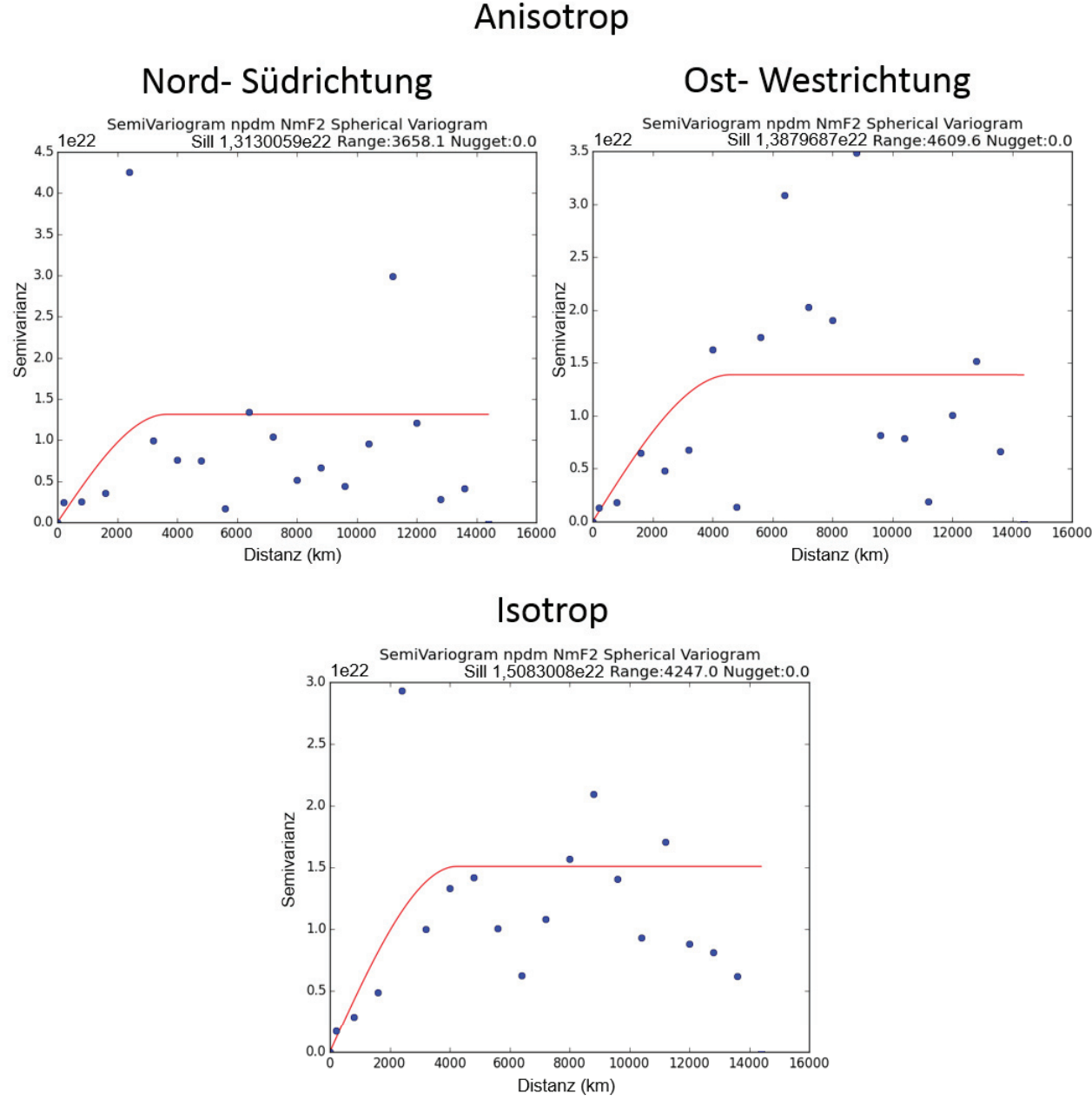


Abbildung 4.1.: Vergleich zwischen Anisotropie in Nord-Süd- und Ost-West-Richtung und Isotropie beim sphärischen Variogramm am 08.01.2011 um 04:15 UT

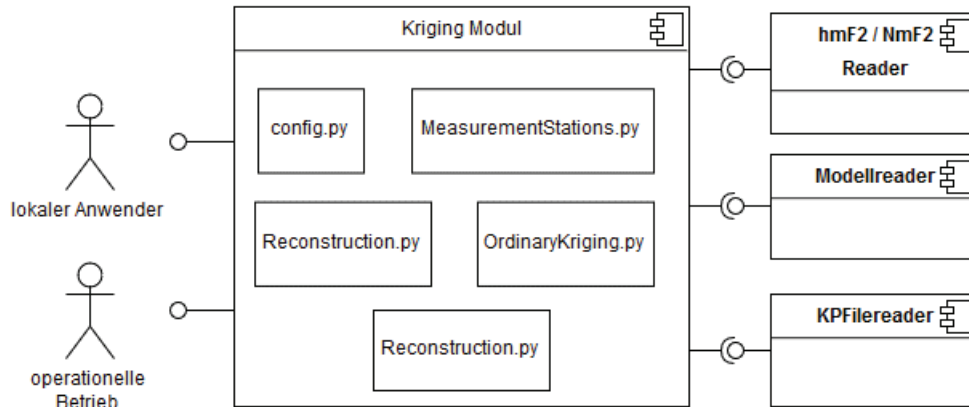
---

## 4.4. Anwendungsfall

Für die Anwendung des Kriging-Moduls wird zwischen zwei Anwendungsfällen unterschieden: zum einem die *Stand-alone*-Anwendung auf dem lokalen Computer oder in der lokalen (virtuellen) Maschine und zum anderen die Anwendung im operationellen Betrieb (Kapitel 4.1). Dargestellt werden die Schnittstellen und die Struktur des Kriging-Moduls in einem UML-Komponentendiagramm (Abb. 4.2).

Der *lokale Anwender* beschreibt die Anwendung des Kriging-Moduls auf dem lokalen Computer oder mit der virtuellen Maschine. Bevor das Kriging-Modul gestartet wird, müssen die Parameter in der Konfigurationsdatei definiert werden. Die Konfigurationsdatei wird automatisch in das Modul integriert, wenn dieses gestartet wird. Nach dem Starten des Kriging-Moduls werden drei weitere externe Module geladen. Der *Modellreader* berechnet die Werte für die NPDM-, NPHM- und *N<sub>e</sub>Quick*-Modelle. Der *KPFileReader* liest die F10.7-Werte aus, die für die Berechnung der Modellwerte mit angegeben werden müssen. Das letzte der drei Module, der *hmF2/NmF2-Reader*, liest die hmF2- und NmF2-Werte von den einzelnen Providern aus und filtert ebenfalls Ausreißer. Alle Ergebnisdateien des Kriging-Moduls werden abschließend in dem in der Konfigurationsdatei angegebenen Verzeichnis ausgegeben und können abschließend archiviert werden. Für den operationellen Betrieb ist dies anders. Der Administrator des operationellen Betriebs verwaltet die Konfigurationsdatei. Der Prozessor des operationellen Betriebs verwaltet die Ausführung des Kriging-Moduls und die Archivierung. Dies geschieht automatisch zu definierten Zeiten, beispielsweise wenn neue Messdaten zur Verfügung stehen. Um die Archivierung zu erleichtern, wird eine Textdatei generiert, die alle Dateinamen der erstellten Dateien beinhaltet. Des Weiteren wird eine Log-Datei angelegt, die die einzelnen Ausführungsschritte und Fehler des Kriging-Moduls protokolliert.

Details zu der Konfiguration, Ausführung und Archivierung sind in der Anwenderdokumentation [9] beschrieben.



**Abbildung 4.2.:** Struktur und Aufbau des Kriging-Moduls anhand eines UML- Komponentendiagramms

## 4.5. Lösungsansatz

Im Lösungsansatz wird der Programmablauf des Kriging-Moduls anhand eines Aktivitätsdiagramms (Abb. 4.3) erläutert und vorgestellt. Der Programmablauf bezieht sich dabei nur auf das Kriging-Modul und nicht auf die externen Module (Kapitel 4.4).

Nach dem Starten des Kriging-Moduls, entweder über die Konsole oder aus einem anderen Skript bzw. Programm heraus, wird die Konfigurationsdatei in die Python-Umgebung eingebunden und die Parameter werden auf Richtigkeit und Logik geprüft. Sollten dabei Falscheingaben oder Fehler gefunden werden, wird das Modul mit einer Fehlermeldung beendet. Ist die Validierung erfolgreich, werden die hmF2- oder NmF2-Werte und die F10.7-Werte eingelesen. Im nächsten Schritt werden, je nach Konfiguration, die Modellwerte der Hintergrundmodelle NPDM, NPHM oder *N<sub>e</sub>Quick* ausgelesen. Die darauffolgenden Schritte, die Teil der Kriging-Schätzung sind, werden maximal acht Mal ausgeführt, da sowohl für hmF2 als auch für NmF2 zwei Hintergrundmodelle (Kapitel 2.6) und vier Variogrammmodelle (Kapitel 3.2.1.4) zur Verfügung stehen. Welche Hintergrund- und Variogrammmodelle verwendet werden, ist abhängig von den Angaben in der Konfigurationsdatei. Vor der Kriging-Schätzung werden die Variogrammparameter geschätzt. Danach wird die Kriging-Schätzung durchgeführt und abschließend werden die Ergebnisse ausgegeben. Die Ausgabe der Ergebnisse erfolgt als Bilddatei (.png) oder als ASCII-Datei. Zu den Ergebnissen zählen unter anderem die Variogrammwolke, das experimentelle Variogramm, die Kriging-Karten und die Schätzfehler (Kapitel 5; jeweils als .png und ASCII). Abschließend kann eine Validierung durchgeführt werden. Dabei werden die Schätzergebnisse an den Referenzstationen mit den Messungen der Referenzstationen verglichen. Die Ergebnisse des Vergleichs werden sowohl als ASCII als auch

als Bilddatei (Histogramm) ausgegeben. Ob die Validierung durchgeführt werden soll, hängt von den Angaben in der Konfigurationsdatei ab. Dieser Vorgang, vom Einlesen der Messwerte bis zur Ergebnisvalidierung, wiederholt sich maximal zwei Mal, wenn die Kriging-Schätzung sowohl für hmF2 als auch für NmF2 durchgeführt werden soll. Weitere (technische) Details zur Umsetzung und zu den Ergebnissen sind in [8] angegeben.

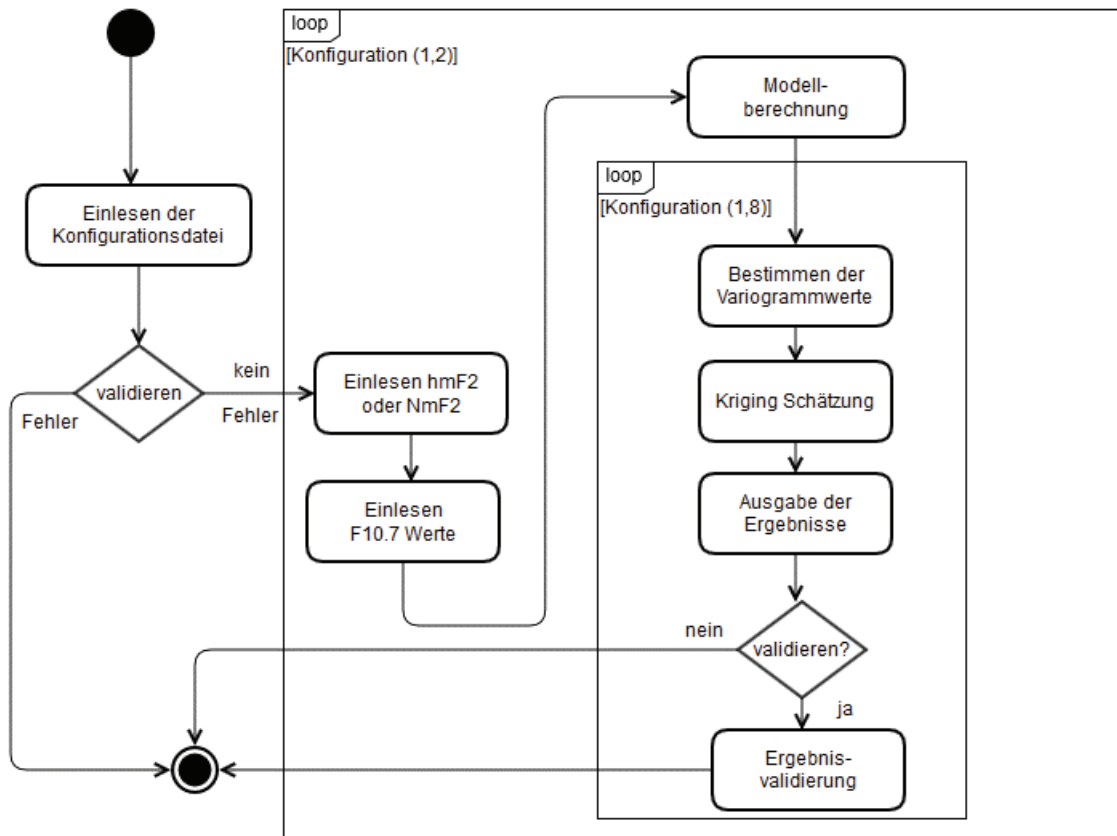


Abbildung 4.3.: UML-Aktivitätsdiagramm zur Ablaufdarstellung des Kriging-Moduls

# Kapitel 5.

## Ergebnisse

*Once a map is drawn people tend to accept it as reality* - Bert Friesen

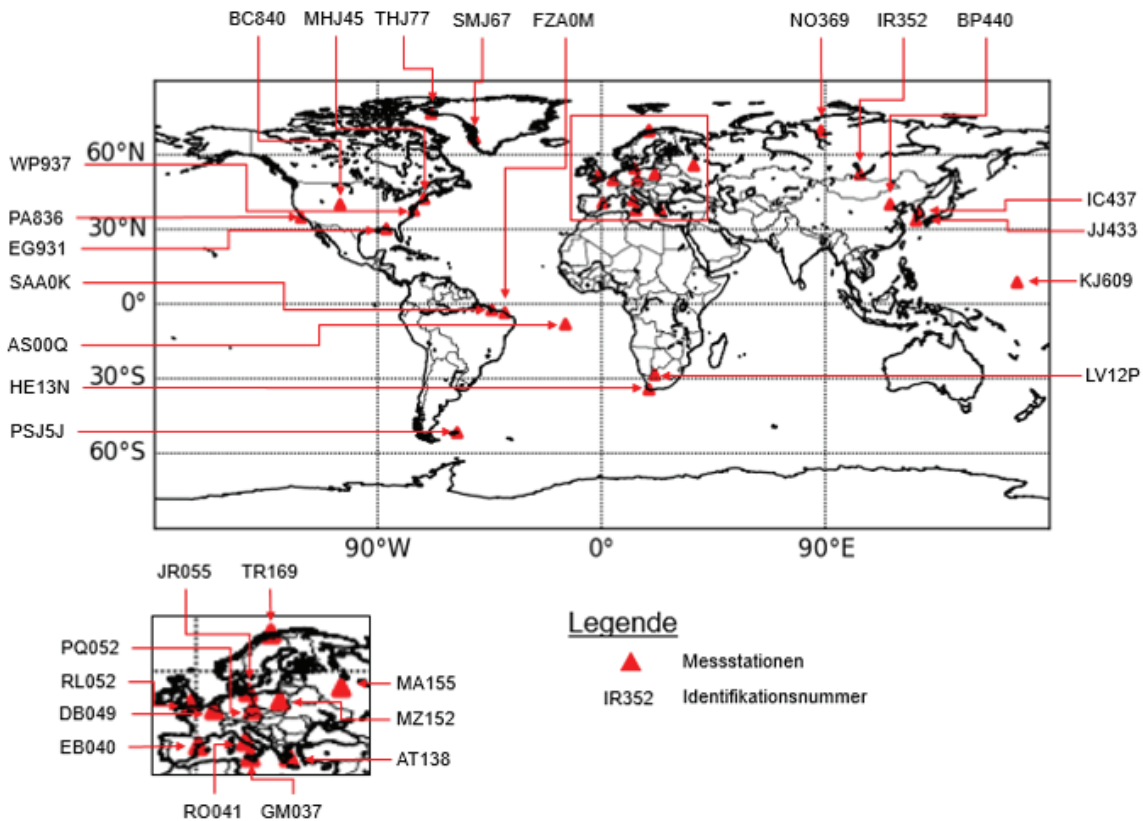
In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Kriging-Schätzung unter Berücksichtigung der Variogrammtypen aus Kapitel 3.2.1.4 und der Hintergrundmodelle aus Kapitel 2.6 mit den Messwerten der Referenzstationen in Tabelle 5.1 verglichen. Die Unterschiede werden anhand grafischer Darstellungen und statistischer Kenngrößen aufgezeigt. Des Weiteren werden Empfehlungen dazu ausgesprochen, welches Variogrammodell für zukünftige Verwendungen im operationellen Betrieb geeignet ist, und es wird grafisch aufgezeigt, wie groß der Einflussbereich einer Messstation bei den jeweiligen Variogrammodellen ist. Die Variogrammwerte wurden dabei in R berechnet (Kapitel 4.3.2). Als Testdatensatz für NmF2 und hmF2 dienen die Tage 8 bis 32 und 285 bis 306 des Jahres 2011. Durch Betrachten der Mess- und Schätzwerte über zwei längere Zeitperioden können statistisch signifikante Aussagen über die Eignung zu den Variogram- und Hintergrundmodellen getroffen werden. Des Weiteren werden exemplarisch für den 11.01.2011 um 09:30 UT Kriging-Schätzkarten unter Berücksichtigung der Hintergrundmodelle und Variogramme für hmF2 und NmF2 dargestellt und die Validierung an den Referenzstationen durchgeführt.

<b>ID</b>	<b>Latitude °N</b>	<b>Longitude °E</b>
CS31K	-12,18	96,83
DB049	50,10	4,60
HAI45	42,60	-71,50
IC437	37,14	127,54
JI91J	-12,00	-76,80
JJ433	33,50	126,53
KJ609	9,00	167,20
MA155	55,80	37,60
TO536	35,70	139,50

**Tabelle 5.1.:** Referenzstationen für die Parameter hmF2 und NmF2 aus [33, Table 1]

## 5.1. Testdatensatz NmF2 und hmF2

Der Testdatensatz für den Parameter NmF2 umfasst 30 Messstationen des Providers SPIDR (Abb 5.1), der Testdatensatz für den Parameter hmF2 23 Messstationen ebenfalls vom Provider SPIDR (Abb 5.2). Die Daten wurden jeweils um 09:30 Uhr UT am 11.01.2011 gemessen. Dieser Testdatensatz wurde gewählt, da er ebenfalls in [33] verwendet wurde. Zu erkennen ist eine hohe Konzentration von Messstationen in der europäischen Region, und es gibt Regionen, die keine (Australien, Indischer Ozean) oder nur wenige Messstationen (Zentralasien, südliches Südamerika) haben, die zu diesem Zeitpunkt Messwerte zur Verfügung stellen. Die Messstationen und deren Messwerte für hmF2 und NmF2 sind in Anhang A aufgelistet.



**Abbildung 5.1.:** Interpolationsgebiet inklusive aller in der Kriging-Schätzung verwendeten Messstationen für den Parameter NmF2.



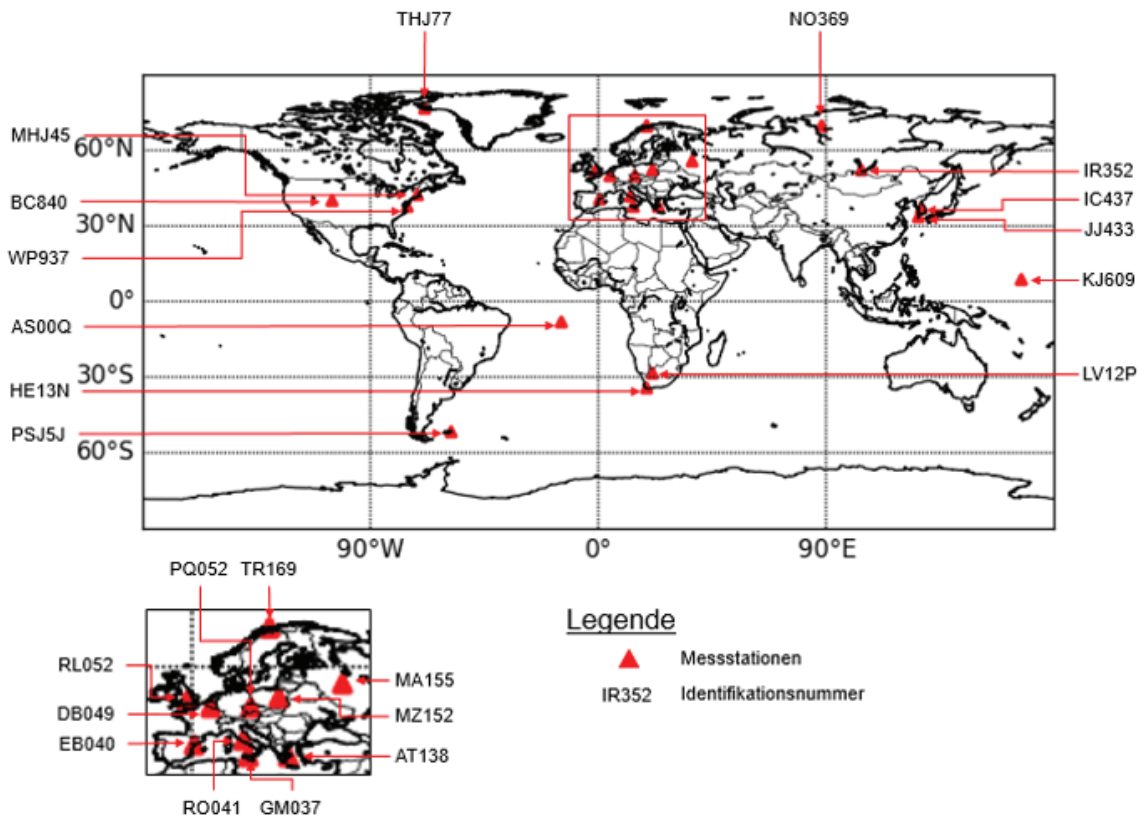


Abbildung 5.2.: Interpolationsgebiet inklusive aller in der Kriging-Schätzung verwendeten Messstationen für den Parameter hmF2.

## 5.2. Prognose NmF2

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Schätzungen für den Parameter NmF2 am 11.01.2011 um 09:30 UT vorgestellt. Dazu gehören zum einen die Variogramme aus Kapitel 3.2.1.4 unter Berücksichtigung der Hintergrundmodelle  $N_eQuick$  und NPDM. Dieser Zeitpunkt beinhaltet die Messstationen aus Kapitel 5.1.

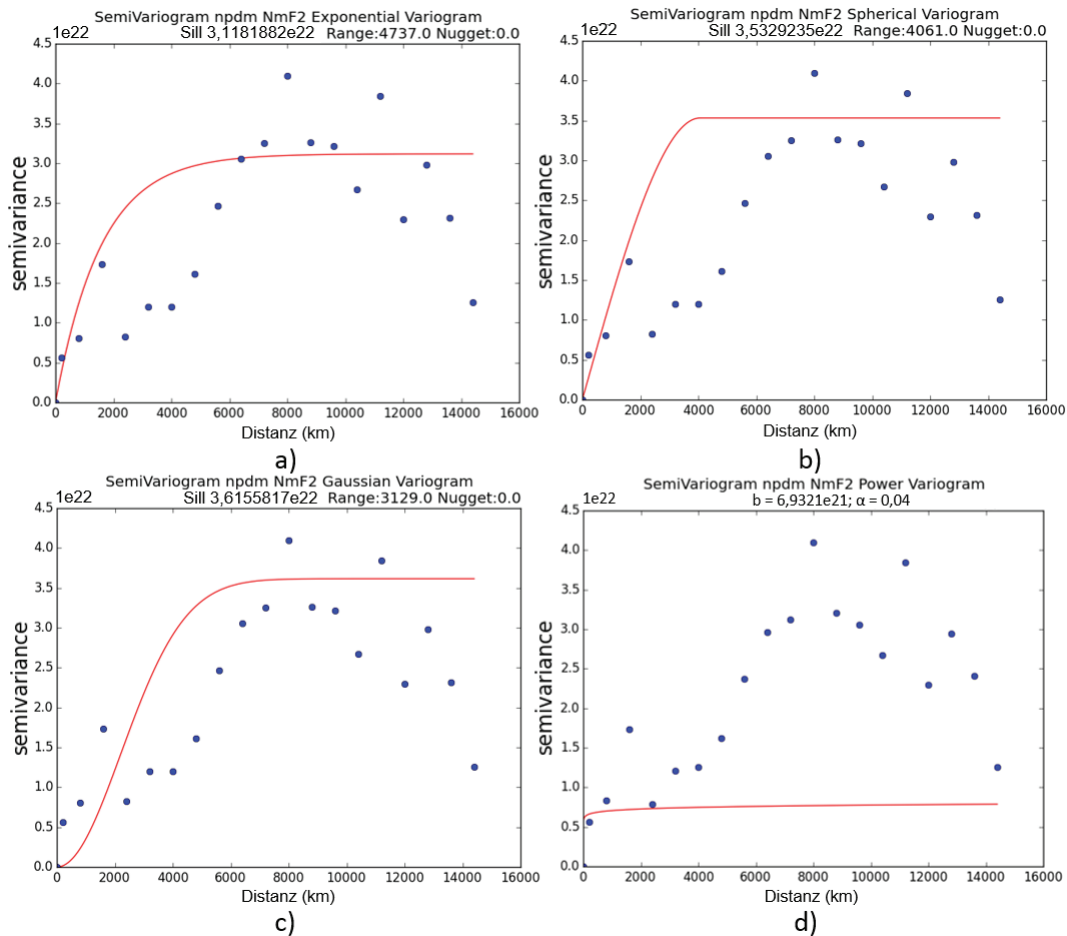
### 5.2.1. Variogramm

Die Variogrammauswertung für den Parameter NmF2 wird zum einen mit dem Hintergrundmodell  $N_eQuick$  und zum anderen mit dem Hintergrundmodell NPDM durchgeführt. Dabei werden nicht primär die Variogramme in Bezug auf das Hintergrundmodell betrachtet, sondern die einzelnen Variogrammwerte miteinander verglichen, da diese ebenfalls als Indikator für die Qualität der Kriging-Schätzung dienen. Der Verlauf

der Variogrammkurve sollte dabei möglichst passend durch alle Varianzen verlaufen. Letztlich wird aber nicht der Variogrammverlauf als Güte für die Schätzung betrachtet, sondern ein Vergleich der Schätzwerte und der Messwerte der Referenzstationen durchgeführt. Für die Variogramme wurde eine Lag-Distanz von 800 Kilometer ausgewählt. Dieser Wert ist ein Erfahrungswert, der sich im Rahmen dieser Arbeit für alle Variogrammtypen als geeignet herausgestellt hat. Die Lag-Distanz von 800 Kilometer ist ebenfalls so groß, dass eine quantitative signifikante Anzahl von Messwerten in einem Lag vorhanden sind. Des Weiteren wurden Varianzen zwischen Messstationen, die eine größere Entfernung als 15.000 Kilometer zueinander haben, nicht berücksichtigt, damit diese Varianzen das Variogramm nicht negativ beeinflussen. Messwerte von Messstationen, die mehr als 15.000 Kilometer voneinander entfernt sind, weisen in der Realität kaum eine Korrelationen zueinander auf. Da bei der sphärischen Distanzberechnung die kürzeste Distanz zwischen zwei Messstationen auf der Erde für die Variogrammparameterberechnung verwendet wird, ist die maximale Distanz der halbe Erdumfang am Äquator (ca. 20.000 km). Ebenfalls wurde für die Variogramme der isotrope Fall angenommen, da für eine anisotrope Analyse nicht genügend Messstationen vorhanden sind. Diese Beobachtung ging aus einer praktischen Implementierung hervor (Kapitel 4.3.3). Die Variogrammwerte unter Verwendung des Modells NPDM (Kapitel 3.2.3, Formel 3.32) sind in Tabelle 5.2 aufgelistet. Für das Power-Modell werden anstatt Sill und Range die Parameter  $b$  und  $\alpha$  berechnet (Formel 3.19). Der Verlauf der Variogrammkurve der vier Modelle ist in Abbildung 5.3 zu sehen. Hierbei fällt auf, dass das exponentielle, das Gauß'sche und das sphärische Modell die spezifische Kurvenform aufweisen und sich erwartungsgemäß durch die Semivarianzen legen. Bei dem Power-Modell hingegen liegt die Variogrammkurve (Abb 5.3 Variogramm d) – trotz gleicher Startwerte für die Variogrammberechnung bei allen vier Variogrammen – unterhalb der Varianzen. Dies zeigt, dass selbst bei großen Distanzen hohe Korrelationen zwischen den Messwerten angenommen werden. Dies ist ebenfalls in der Fehlervarianz in Kapitel 5.2.4 zu erkennen.

NmF2 / NPDM	Sill	Range (km)	Nugget
sphärisch	3,53336e22	4061,45	0
exponentiell	3,11845e22	4737,56	0
Gauß	3,61628e22	3129,41	0
Power	$b$	$\alpha$	Nugget
	6,9321e21	0,04097	0

**Tabelle 5.2.:** Variogrammparameter für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell NPDM für den 11.01.2011 um 9:30 UT

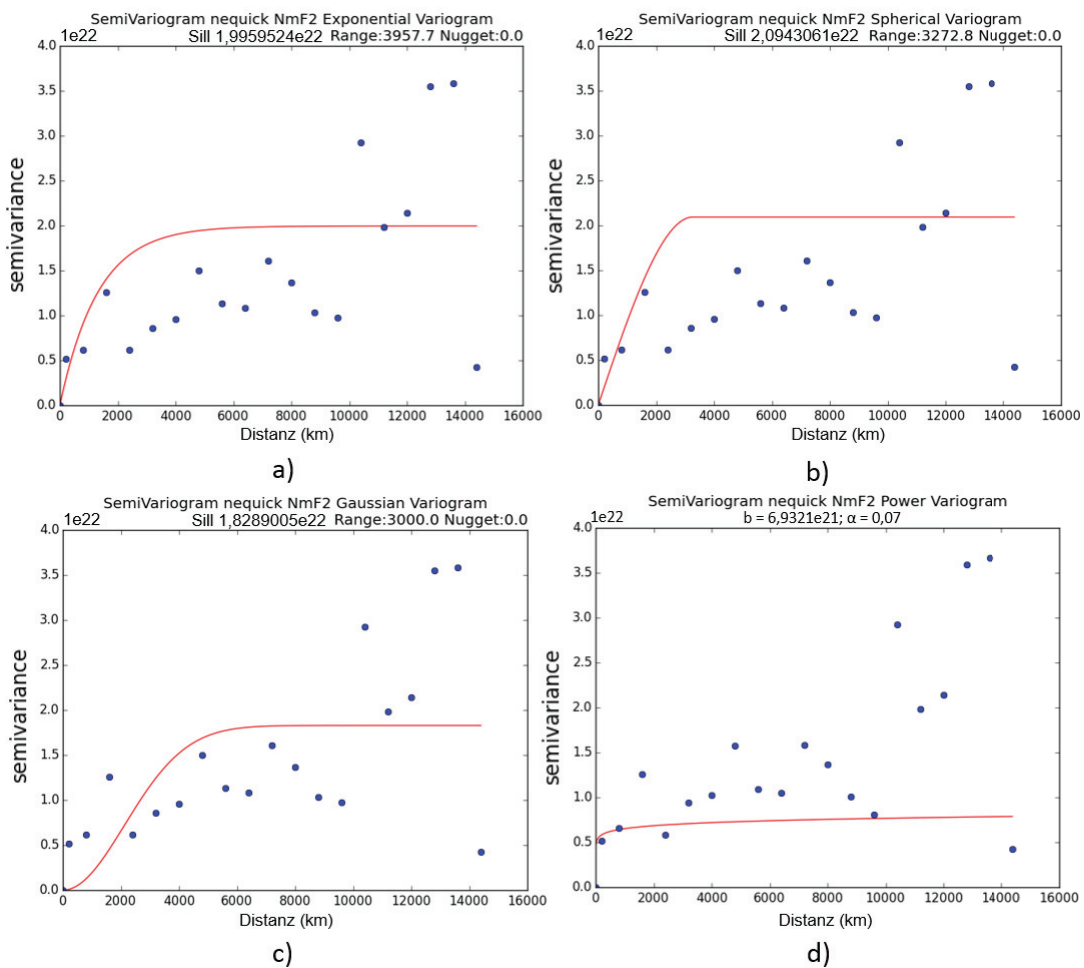


**Abbildung 5.3.:** Variogramme für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell  $N_eQuick$  und einer Lag-Distanz von 800 Kilometern für den 11.01.2011 um 9:30 UT. a) exponentielles Variogramm, b) sphärisches Variogramm, c) Gauß'sches Variogramm, d) Power-Variogramm

Die Variogrammwerte unter Berücksichtigung des  $N_eQuick$ -Modells (Tab 5.3) unterscheiden sich deutlich von denen, die mit dem Modell NPDM berechnet wurden. Trotzdem sind die Variogrammkurven des sphärischen, des Gauß'schen und des exponentiellen Modells wie erwartet (Abb. 5.4). Auffällig ist bei den Variogrammkurven des exponentiellen, des Gauß'schen und des sphärischen Variogramms beim Modell  $N_eQuick$  die Höhe (Sill). Diese Werte wurden aufgrund der Semivarianzen bis zu einer Distanz von 10.000 Kilometern niedriger erwartet, da aber die Semivarianzen ab einer Distanz von 10.000 Kilometern stark streuen, werden hier der Sill und dadurch auch die Range leicht verfälscht. Die Variogrammkurve des Power-Modells verläuft hier wie beim Modell NPDM unterhalb der Varianzen.

NmF2 / $N_eQuick$	Sill	Range (km)	Nugget
sphärisch	2,09437e22	3272,77	0
exponentiell	1,99595e22	3957,66	0
Gauß	1,82890e22	3000,00	0
Power	$b$	$\alpha$	Nugget
	6,93211e21	0,07082	0

**Tabelle 5.3.:** Variogrammparameter für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell  $N_eQuick$  für den 11.01.2011 um 9:30 UT



**Abbildung 5.4.:** Variogramme für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell NPDM und einer Lag-Distanz von 800 Kilometern für den 11.01.2011 um 9:30 UT. a) exponentielles Variogramm, b) sphärisches Variogramm, c) Gauß'sches Variogramm, d) Power-Variogramm

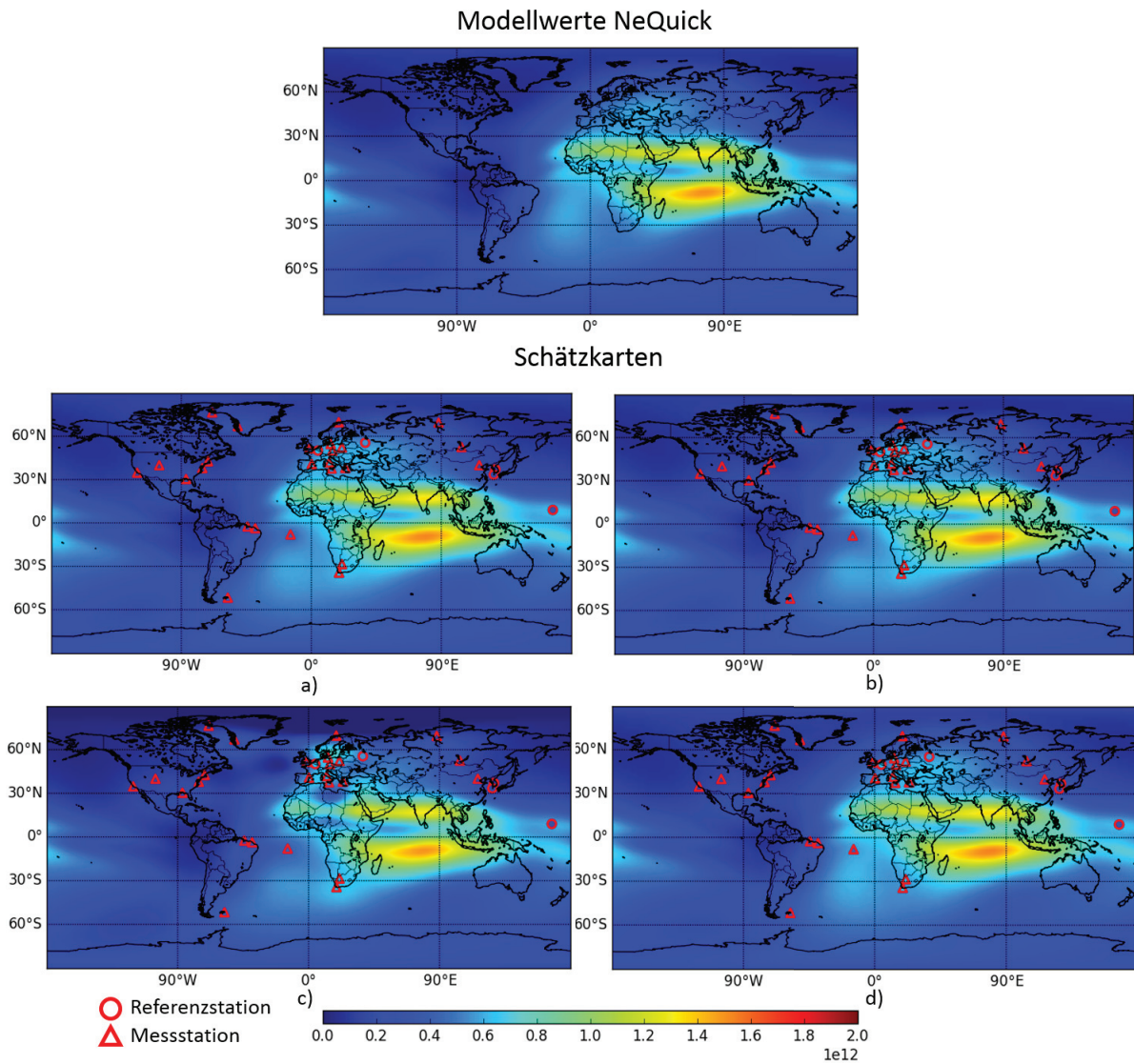
---

### 5.2.2. Kriging-Prognose mit $N_eQuick$

Bei der Rekonstruktion des Parameters NmF2 unter Berücksichtigung des Hintergrundmodells  $N_eQuick$  und der vier Variogrammtypen werden die Schätzungen mit den Messwerten der Referenzstationen verglichen und die globalen Schätzkarten vorgestellt. Neben den Schätzkarten werden auch die Modellwerte dargestellt, damit optisch der Einfluss der Messstationen auf die Modellwerte erkannt werden kann.

Die Kriging-Karten (Abb. 5.5) sind das Ergebnis, wenn für ein Raster von 2,5 Grad Latitude und 2,5 Grad Longitude ein Punkt auf der Erde geschätzt wird. Die Schätzungen auf Grundlage der Variogrammmodelle exponentiell, sphärisch, Gauß und Power zeigen kaum Unterschiede zueinander, obwohl in den Variogrammen Unterschiede zu erkennen waren. Auffällig in den vier Schätzkarten ist der gelbe bis rote Bereich im Indischen Ozean. In diesem Bereich steht die Sonne im Zenit, da es dort gerade 12:00 Uhr (Lokalzeit) ist und folglich eine maximale Sonneneinstrahlung vorliegt. Die Referenz- und Messstationen in Abbildung 5.5 enthalten innerhalb ihres Symbols den Farbwert für den Messwert gemäß der Farbskala.

Werden nun die Schätzwerte mit den Messwerten der Referenzstationen verglichen (Tab. 5.4), kann über die Güte der Schätzung eine Aussage getroffen werden. Alle vier Variogrammtypen zeigen dabei ähnliche Schätzwerte. Das Power-Modell unter- und überschätzt den Messwert im Vergleich zu den anderen Variogrammmodellen am stärksten. Auffällig sind die Schätzergebnisse für die Messstation KJ609, die bei allen Variogrammtypen deutlich vom Messwert abweichen. Dies lässt sich ebenfalls in den Karten von Abbildung 5.5 erkennen. Der Grund für diese Fehlschätzung ist der bereits stark vom Messwert abweichende Modellwert (Tab. 5.4).



**Abbildung 5.5.:** Kriging-Karte für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell *NeQuick* für die Variogrammmodele a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß, d) Power, oben als Vergleich die Modellwerte am 11.01.2011 um 9:30 UT

Referenzstation		Modellwert	Variogrammmodell			
Stations-ID	Messwert $N_{em-3}$	$N_eQuick$ $N_{em-3}$	sphärisch $N_{em-3}$	exponentiell $N_{em-3}$	Gauß $N_{em-3}$	Power $N_{em-3}$
DB049	6,33919e11	4,38720e11	5,69508e11	5,60122e11	5,84044e11	5,06354e11
IC437	1,37502e11	2,30905e11	1,88494e11	1,95792e11	1,61760e11	2,37179e11
JJ433	2,68119e11	2,66150e11	2,30979e11	2,37039e11	2,03170e11	2,73795e11
KJ609	2,62384e11	6,18025e11	6,37201e11	6,39225e11	6,05841e11	6,42300e11
MA155	5,56636e11	5,34034e11	5,62648e11	5,62006e11	4,95195e11	5,75863e11

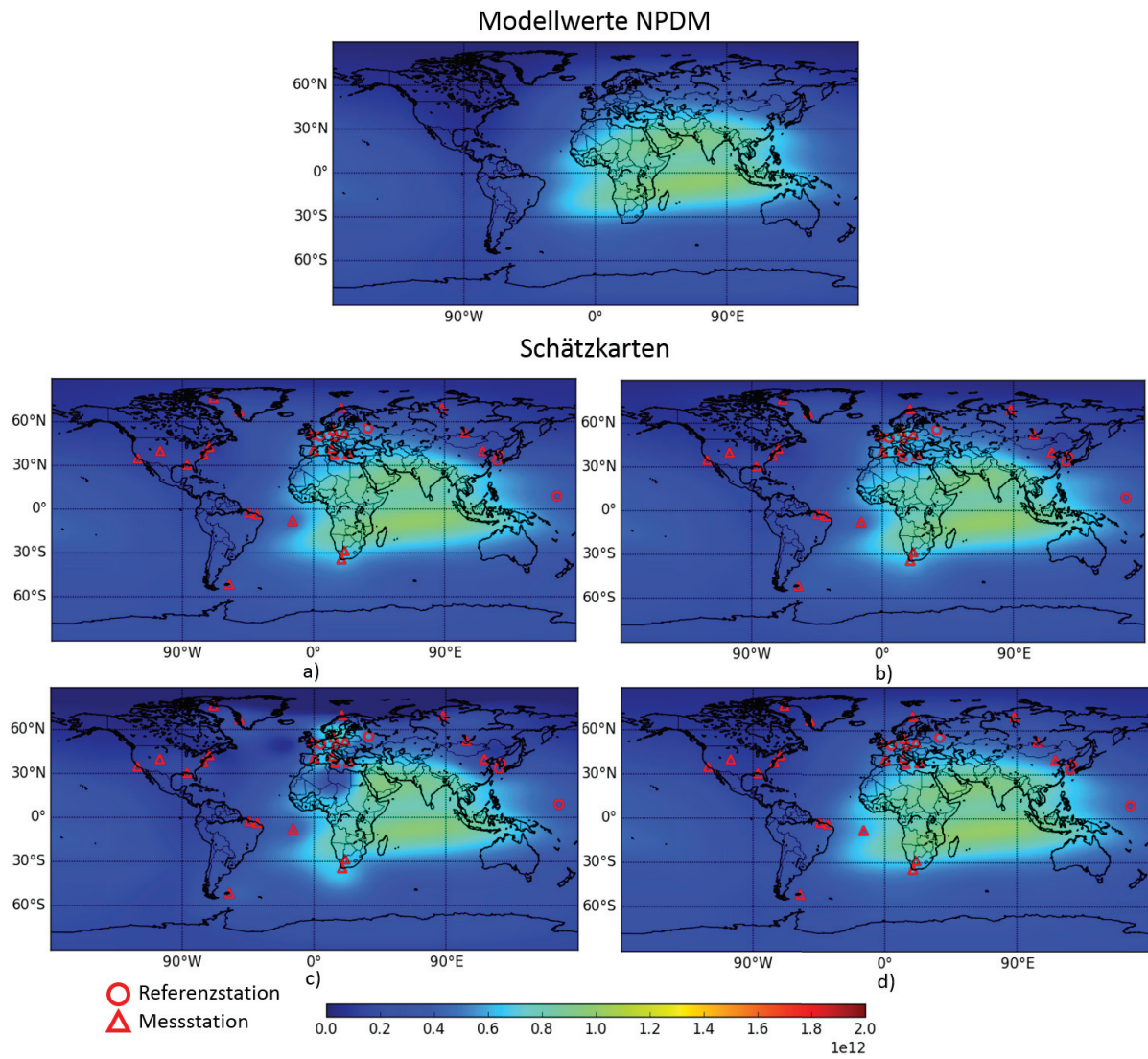
**Tabelle 5.4.:** Vergleich der NmF2-Mess- und -Schätzwerte bei den Referenzstationen für alle Variogrammtypen am 11.01.2011 um 9:30 UT. Die Schätzwerte basieren auf dem Hintergrundmodell  $N_eQuick$

### 5.2.3. Kriging-Prognose mit NPDM

Die Kriging-Schätzung mit dem Hintergrundmodell NPDM wird unter den gleichen Eigenschaften wie bei dem  $N_eQuick$ -Modell durchgeführt. Die Schätzungen wurden in einem Raster von 2,5 Grad Latitude und 2,5 Grad Longitude berechnet. Die Schätzkarten (Abb 5.6) zeigen ähnliche Strukturen in der Region des Indischen Ozeans wie die Schätzungen mit dem  $N_eQuick$ -Modell. Die Ausprägungen sind unterschiedlich stark, da die Modelle sich leicht unterscheiden (Kapitel 2.6).

Bei dem Vergleich mit den Referenzstationen (Tab. 5.5) sind die Schätzwerte der Variogrammmodelle ähnlich wie bei denen des  $N_eQuick$ -Modells. Die Ausnahme ist ebenfalls die Referenzstation KJ609 aufgrund des Modellwertes, die aber in diesem Fall besser geschätzt wird als mit dem Modell  $N_eQuick$ . Des Weiteren werden die Messwerte mit dem Power-Modell deutlich unter- und überschätzt.





**Abbildung 5.6.:** Kriging-Karte für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell NPDM für die Variogrammodelle a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß, d) Power, oben als Vergleich die Modellwerte am 11.01.2011 um 9:30 UT



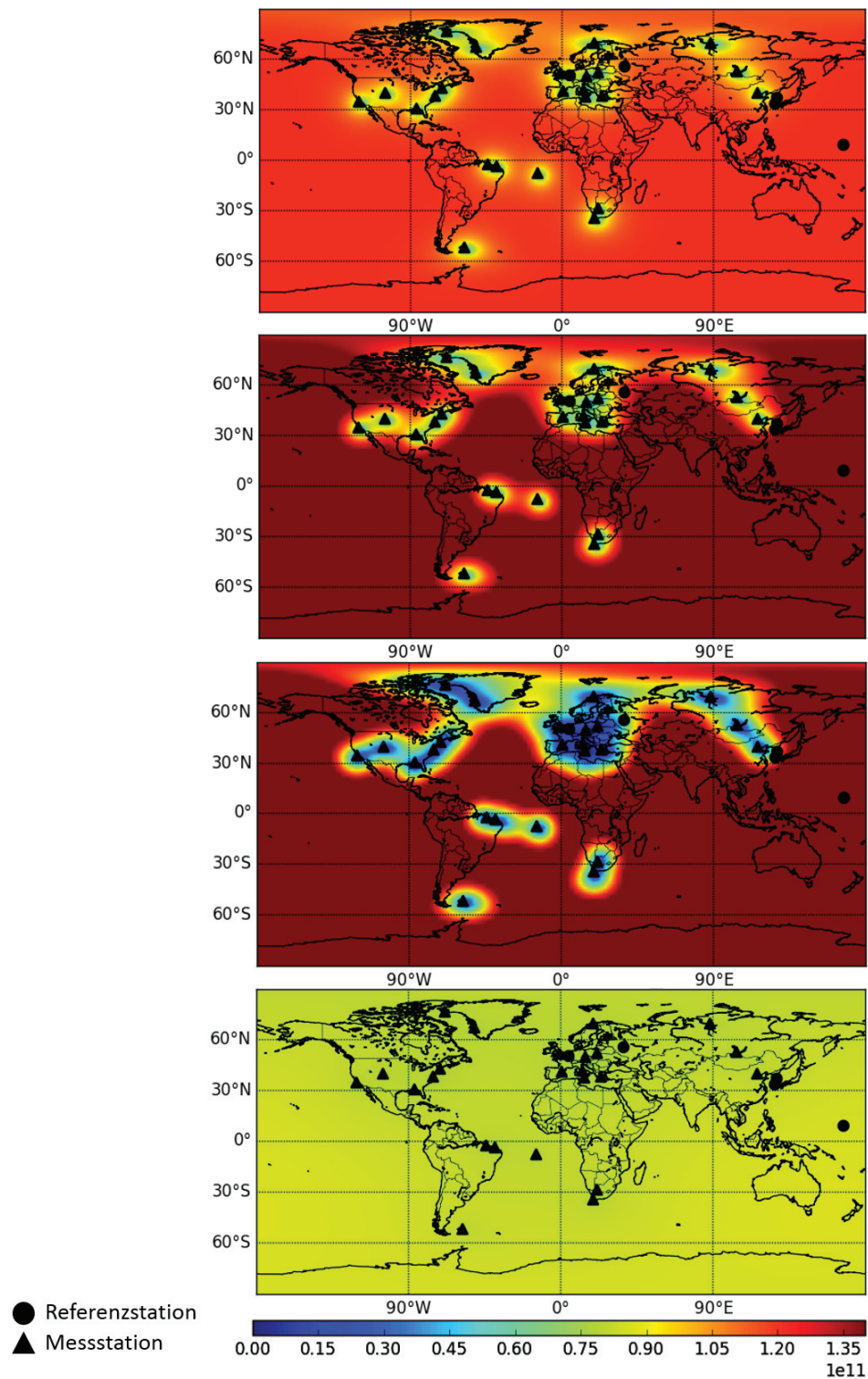
Referenzstation		Modellwert NPDM $N_{em-3}$	Variogrammmodell			
Stations-ID	Messwert $N_{em-3}$		sphärisch $N_{em-3}$	exponentiell $N_{em-3}$	Gauß $N_{em-3}$	Power $N_{em-3}$
DB049	6,33919e11	4,27452e11	5,33968e11	5,61439e11	5,82310e11	4,20899e11
IC437	1,37502e11	4,60042e11	2,74879e11	3,07909e11	2,40341e11	4,56437e11
JJ433	2,68119e11	5,38481e11	3,67728e11	3,99346e11	3,36086e11	5,36365e11
KJ609	2,62384e11	4,06601e11	4,17717e11	4,13134e11	3,84564e11	4,28894e11
MA155	5,56636e11	4,20648e11	4,88067e11	4,77244e11	4,59692e11	4,64168e11

**Tabelle 5.5.:** Vergleich der NmF2-Mess- und -Schätzwerte bei den Referenzstationen für alle Variogrammtypen am 11.01.2011 um 9:30 UT. Die Schätzwerte basieren auf dem Hintergrundmodell NPDM

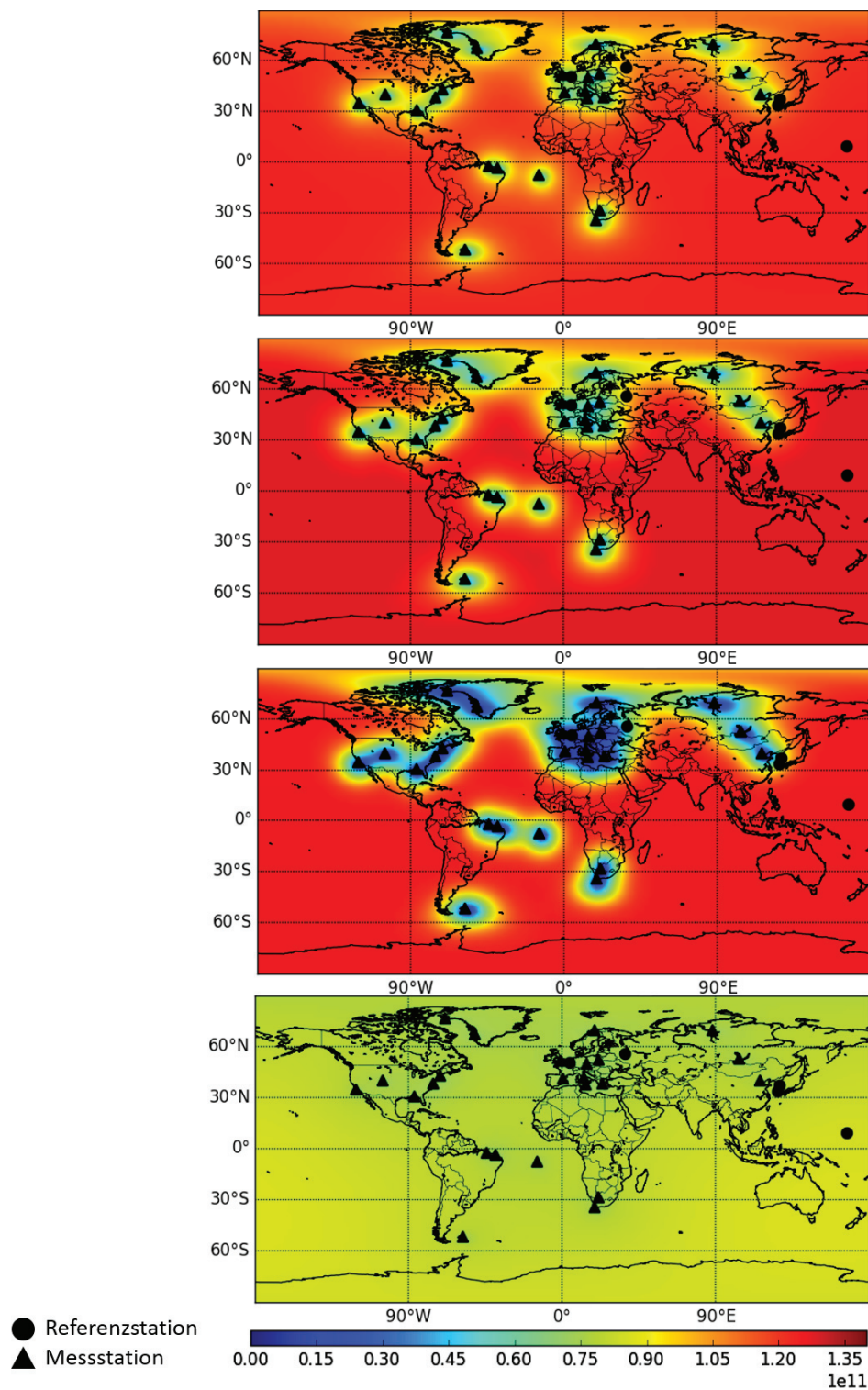
### 5.2.4. Zuverlässigkeit der Ergebnisse

Neben der Darstellung der Schätzergebnisse, kann ebenfalls der Schätzfehler nach Formel 3.30 dargestellt werden. Es gilt, da das Kriging ein lokaler Schätzer ist, dass Werte in der Nähe von Messstationen besser geschätzt werden können als Werte, die weiter entfernt liegen. Da die Schätzung isotrop durchgeführt wurde, sollten sich die Schätzfehler kreisförmig um die Messstationen erhöhen. Die Referenzstationen sind hier ausgenommen, da sie nur bei der Variogrammberechnung und nicht bei der Kriging-Schätzung berücksichtigt werden. Dies ist bei den Schätzkarten zu erkennen, bei denen die als Dreieck markierten Messstationen Einfluss auf die Kriging-Schätzung hatten und die als Kreis gekennzeichneten Referenzstationen nicht (Abb. 5.7 und 5.8). Die Schätzung mit dem Gauß'schen Modell zeigt besonders große, blau dargestellte Einflussbereiche der Messstationen im europäischen und nordamerikanischen Raum, obwohl die Range bei diesem Modell am geringsten war. Dies ist auf eine Eigenschaft des Modells zurückzuführen, die in dem Versuch besteht, innerhalb der Range stärkere Korrelationen zwischen den Nachbarstationen herzustellen. Das Power-Modell versucht, über große Distanzen Korrelationen zwischen Messstationen herzustellen. Bei ihm zeigt sich bei beiden Hintergrundmodellen eine globale, fast konstant bleibende Varianz. Vergleicht man die Hintergrundmodelle NPDM und  $N_{eQuick}$ , ist der Schätzfehler bei dem  $N_{eQuick}$ -Modell bei allen vier Variogrammmodellen geringer als beim NPDM. Der Schätzfehler sollte dabei möglichst klein sein. Beim Power-Modell ist der Schätzfehler zwar generell kleiner als bei den anderen Variogrammmodellen, aber dafür wird der Einflussbereich sehr groß eingeschätzt, wodurch Korrelationen zwischen Messwerten und unbeprobten Regionen hergestellt werden, wo es keine geben könnte.

Allgemein ist aufgrund der Verteilung der Messstationen im Raum Europa zu erkennen, dass mit wenigen Messstationen (hier: neun Messstationen ohne Referenzstationen) ein großes Gebiet mit der Kriging-Schätzung abgedeckt werden kann.



**Abbildung 5.7.:** Karte der Schätzfehler für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell NPDM für die Variogrammmodelle a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß, d) Power am 11.01.2011 um 9:30 UT



**Abbildung 5.8.:** Karte der Schätzfehler für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell  $N_eQuick$  für die Variogrammodelle a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß, d) Power am 11.01.2011 um 9:30 UT

---

## 5.3. Prognose hmF2

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse für den Parameter hmF2 am 11.01.2011 um 09:30 UT vorgestellt. Dazu gehören zum einen die Variogramme aus Kapitel 3.2.1.4 unter Berücksichtigung der Hintergrundmodelle *N<sub>e</sub>Quick* und NPHM. Dieser Zeitpunkt beinhaltet die Messstationen aus Kapitel 5.1.

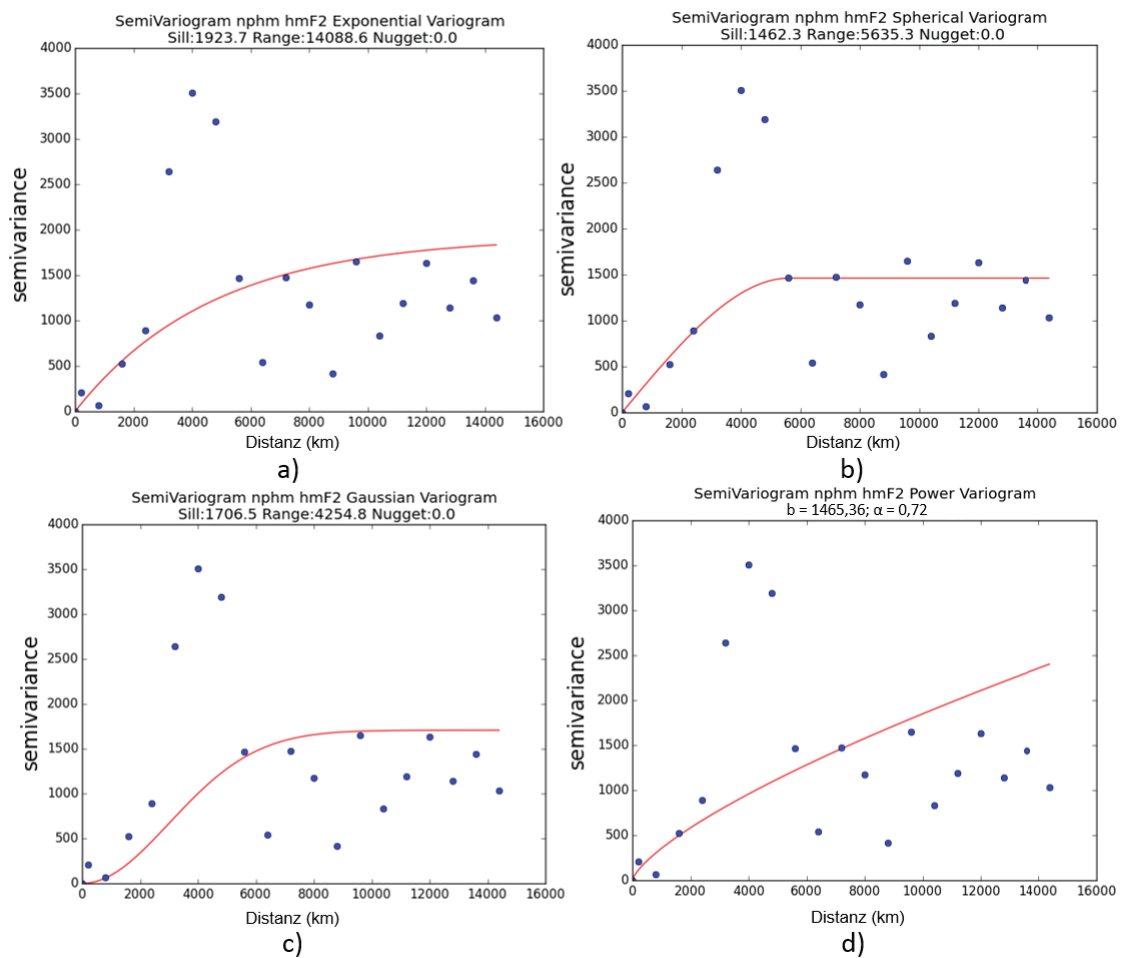
### 5.3.1. Variogramm

Die experimentellen Variogramme für den Parameter hmF2 werden unter Berücksichtigung der Hintergrundmodelle NPHM und *N<sub>e</sub>Quick* berechnet und ausgewertet. Für die Variogramme wurde eine Lag-Distance von 800 Kilometern gewählt, und es wird ebenfalls von Isotropie ausgegangen, da für den anisotropen Fall bei den meisten Zeiträumen nicht genug Messdaten zur Verfügung stehen (Kapitel 4.3.3). Des Weiteren werden Messstationen, die mehr als 15.000 Kilometer voneinander entfernt liegen, im Variogramm nicht berücksichtigt.

Bei den Variogrammen des Hintergrundmodells NPHM in den Lags sechs (2.800-3.600 km), sieben (3.600-4.400 km) und acht (4.400-5.200 km) fallen besonders hohe Semivarianzen auf, die bei einer Distanz von 2.800 Kilometer bis 5.200 Kilometer zwischen den Messstationen nicht erwartet werden. Diese Messwerte beeinflussen die Variogramme maßgeblich, was zur Folge hat, dass beim exponentiellen Variogramm die Range überschätzt wird (Abb. 5.9). Die Range von 14.088,6 Kilometern ist im Vergleich zu den anderen Ranges viel zu hoch (Tab. 5.6). Begründet wird das durch die Eigenschaften des Variogrammmodells selbst, da der Anstieg der Variogrammkurve zum Sill hin größer wird (Kapitel 3.2.1.4). Da die Varianzen in den darauffolgenden Lags kleiner sind, kann das Modell nicht vernünftig berechnet werden. Die Variogrammkurven der anderen Modelle werden dadurch nicht so stark beeinflusst. Neben dem exponentiellen Variogramm haben die Ausreißer in Lag sechs, sieben und acht ebenfalls Einfluss auf den Verlauf der Variogrammkurve des Power-Modells. Dieses zeigt aufgrund der Varianzen in Lag sechs, sieben und acht einen fast linearen Anstieg, ebenfalls erkennbar am Parameter  $\alpha$ , der mit einer Größe von 0,7 fast den Wert eins für einen linearen Anstieg erreicht hat.

hmF2 / NPHM	Sill	Range (km)	Nugget
sphärisch	1462,34	5635,33	0
exponentiell	1923,74	14088,56	0
Gauß	1706,48	4254,82	0
Power	$b$	$\alpha$	Nugget
	1465,36	0,71714	0

**Tabelle 5.6.:** Variogrammparameter für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell NPHM am 11.01.2011 um 9:30 UT

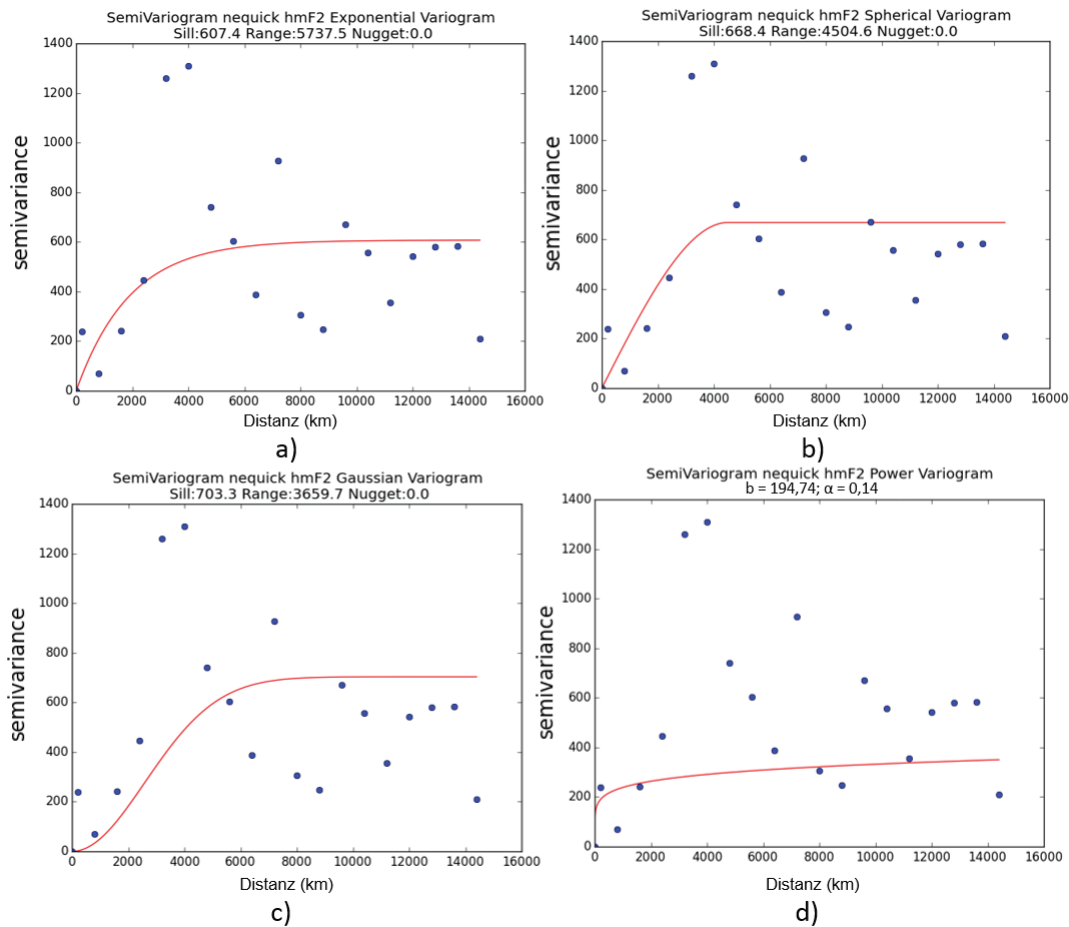


**Abbildung 5.9.:** Variogramme für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell NPHM und einer Lag-Distanz von 800 Kilometern für den 11.01.2011 um 9:30 UT. a) exponentielles Variogramm, b) sphärisches Variogramm, c) Gauß'sches Variogramm, d) Power-Variogramm

Bei den Variogrammen des Hintergrundmodells  $N_eQuick$  fallen die Ausreißer in den Lags sechs und sieben ebenfalls auf (Abb. 5.10). Dass auch hier das exponentielle Variogramm dadurch beeinflusst wird, zeigt sich im Vergleich zu den anderen Variogrammodellen (Tab. 5.7) ebenfalls in der höheren Range. Die Variogrammodelle der einzelnen Hintergrundmodelle unterscheiden sich lediglich im Sill, der bei  $N_eQuick$  um  $\approx 1.000$  geringer ist als bei NPHM. Dies ist auf die Unterschiede der Hintergrundmodelle zurückzuführen. Das Power-Modell zeigt hier mit einem  $\alpha$  von 0,14 einen nicht so starken Anstieg der Variogrammkurve wie beim Modell NPHM. Dies hat seine Ursache darin, dass im sechsten, siebten und achten Lag die Varianz nicht so hoch ist wie beim Modell NPHM.

hmF2 / $N_eQuick$	Sill	Range (km)	Nugget
sphärisch	668,44	4504,58	0
exponentiell	607,35	5737,53	0
Gauß	703,27	3659,73	0
Power	$b$	$\alpha$	Nugget
	194,74	0,14397	0

**Tabelle 5.7.:** Variogrammparameter für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell  $N_eQuick$  am 11.01.2011 um 9:30 UT



**Abbildung 5.10.:** Variogramme für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell  $N_eQuick$  und einer Lag-Distanz von 800 Kilometern für den 11.01.2011 um 9:30 UT. a) exponentielles Variogramm, b) sphärisches Variogramm, c) Gauß'sches Variogramm, d) Power-Variogramm

### 5.3.2. Kriging-Prognose mit $N_eQuick$

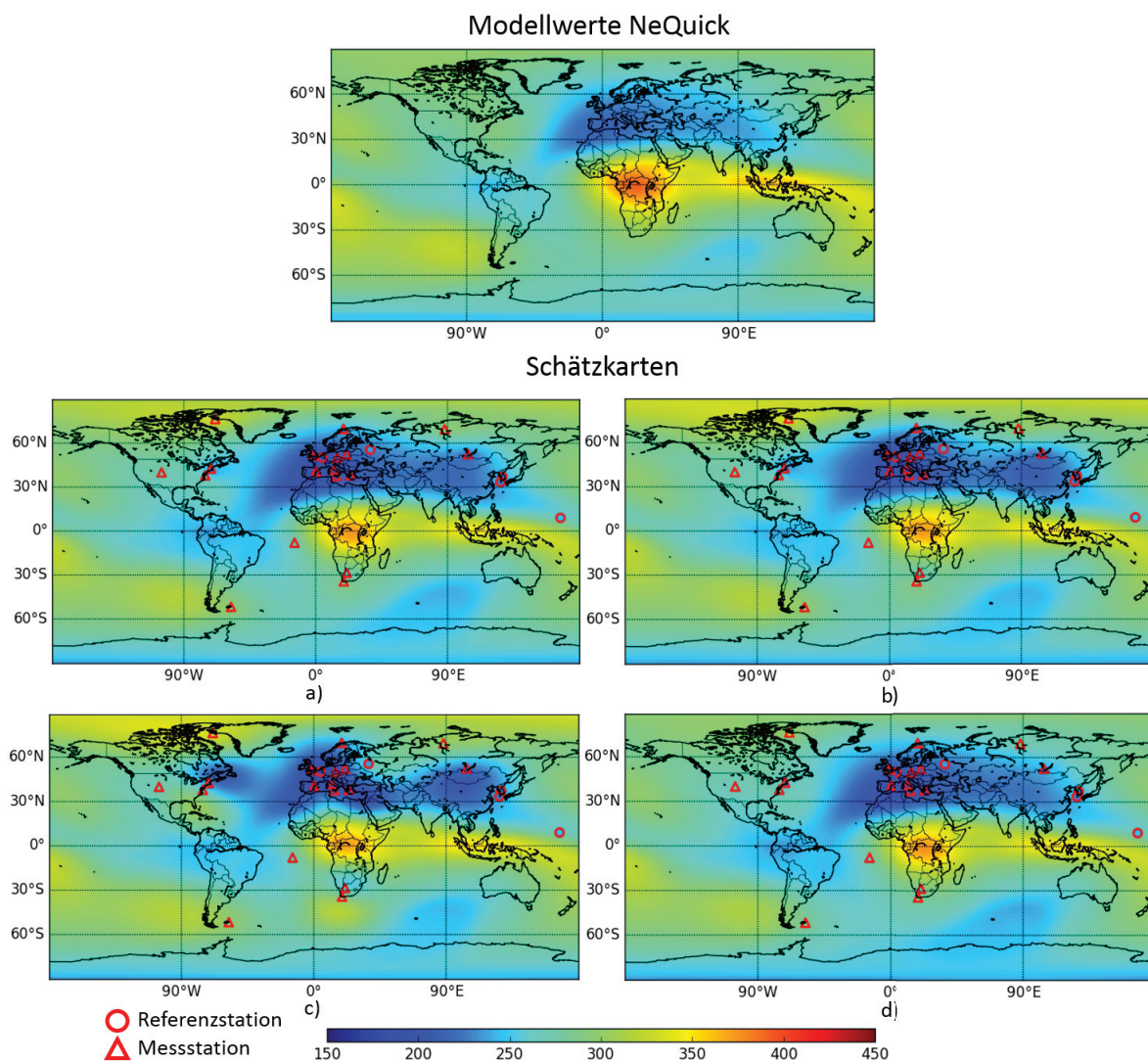
Bei der Rekonstruktion des Parameters hmF2 unter Ausnutzung des Hintergrundmodells  $N_eQuick$  werden die Schätzwerte der einzelnen Variogrammtypen mit den Messwerten der Referenzstationen verglichen. Des Weiteren werden ebenfalls die globalen Schätzkarten mit den dazugehörigen Modellwerten vorgestellt.

Bei der globalen Kriging-Schätzung des Parameters hmF2 wird ebenfalls in einem Raster von 2,5 Grad Latitude und 2,5 Grad Longitude ein Wert auf der Erde geschätzt. Die daraus hervorgegangenen Karten für jedes Variogramm sind in Abbildung 5.11 zu sehen. Des Weiteren sind oberhalb der vier Schätzkarten die Modellwerte global dargestellt.

---

Bei den vier Schätzkarten der Variogrammodelle sind außer in der Stärke der Ausprägung (Nordatlantik) kaum optische Unterschiede feststellbar. Auch hier ist innerhalb des Symbols der Stationen der Messwert gemäß der Skala farblich dargestellt. Bei der Region in Zentralafrika werden die hmF2-Werte maximal. Grund dafür ist wie bei dem Parameter NmF2, dass die Sonneneinstrahlung zur Mittagszeit (Lokalzeit) am stärksten ist. Um die Region der maximalen hmF2-Werte nimmt der hmF2-Wert ab. Da zur Zeit der Messungen am 11. Januar auf der Nordhalbkugel Winter ist, ist der von den Sonnenstrahlen zurückgelegte Weg durch die Atmosphäre größer als auf der Südhalbkugel. Bei dem Vergleich der Schätzungen mit den Messwerten der Referenzstationen sind bei dem sphärischen, dem exponentiellen und dem Gauß'schen Variogramm kaum Unterschiede zwischen den Schätzungen zu sehen (Tab. 5.8). Das Power-Modell unter- bzw. überschätzt die wahren Werte stärker als die anderen Variogrammodelle. Eine Ausnahme ist die Station DB409, bei der der Schätzwert mit dem Power-Modell dem Messwert am nächsten kommt. Die Abweichungen bei dem exponentiellen, dem sphärischen und dem Gauß'schen Modell liegen circa zwischen fünf und zehn Prozent. Die größten Abweichungen sind bei der Referenzstation KJ609 zu finden.





**Abbildung 5.11.:** Kriging-Karte für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell  $N_eQuick$  für die Variogrammmodele a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß, d) Power, oben als Vergleich die Modellwerte am 11.01.2011 um 9:30 UT

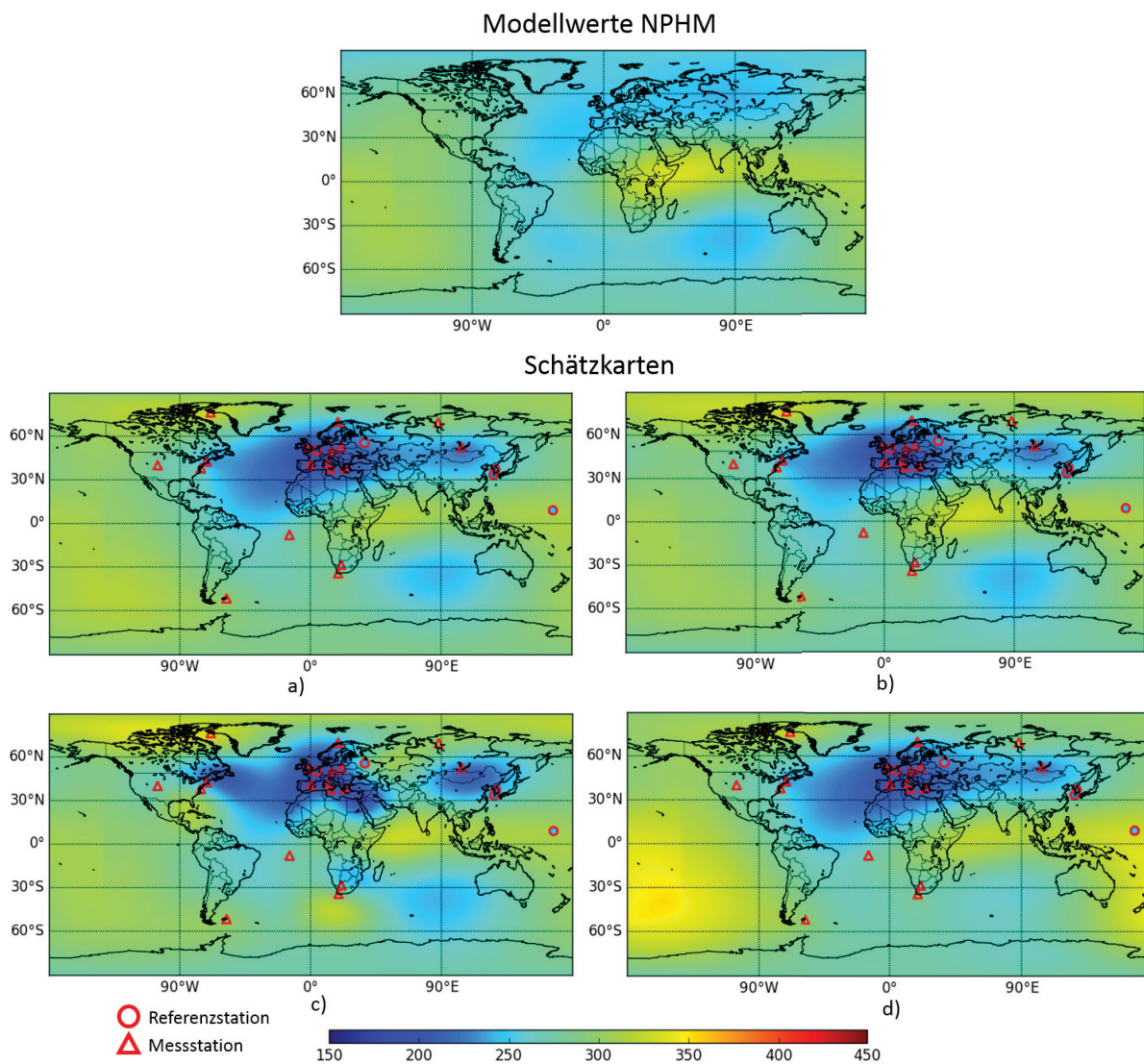
Referenzstation		Modellwert $N_eQuick$ km	Variogrammmodell			
Stations-ID	Messwert km		sphärisch km	exponentiell km	Gauß km	Power km
DB049	211,6	225,0	195,6	196,9	191,0	206,7
IC437	224,0	264,0	241,6	247,1	243,4	252,4
JJ433	229,0	260,0	240,3	243,5	242,3	248,4
KJ609	245,0	282,0	271,7	270,7	273,3	272,7
MA155	236,0	237,0	228,9	227,3	227,3	225,1

**Tabelle 5.8.:** Vergleich der hmF2-Mess- und -Schätzwerte bei den Referenzstationen für alle Variogrammtypen am 11.01.2011 um 9:30 UT. Die Schätzwerte basieren auf dem Hintergrundmodell  $N_eQuick$

### 5.3.3. Kriging-Prognose mit NPHM

Die Schätzungen des Parameters hmF2 mit dem Hintergrundmodell NPHM sind in Abbildung 5.12 unter Berücksichtigung der vier Variogrammtypen dargestellt. Des Weiteren sind oberhalb der vier Schätzkarten die Modellwerte zu sehen. Bezogen auf die  $N_eQuick$ -Modellkarte zeigt die NPHM-Modellkarte ähnliche Phänomene, allerdings mit weniger starken Ausprägungen. Die Modellkarte weist im Gegensatz zu den Schätzkarten einen nicht so geringen hmF2-Wert im europäischen Raum auf. Die Schätzungen in dieser Region sind aufgrund der relativ hohen Dichte von Messstationen hauptsächlich durch die Messwerte geprägt. Wie bereits beim  $N_eQuick$ -Modell, so fällt auch hier der Messwert bei der Station KJ609 auf. Innerhalb des Kreises für die Station ist der Messwert gemäß der Farbskala farblich hervorgehoben. Zurückzuführen ist dies auf den hohen Modellwert dieser Station.

Beim Vergleich der Messwerte und den Schätzwerten bei den Referenzstationen in Tabelle 5.9 unterscheiden sich wie bereits beim  $N_eQuick$ -Modell die Variogrammmodelle sphärisch, exponentiell und Gauß kaum voneinander. Das Power-Modell unter- bzw. überschätzt auch hier den Messwert stärker als die anderen Variogrammtypen. Beim Vergleich mit den Schätzwerten des  $N_eQuick$ -Modells zeigt sich, dass die Schätzwerte mit dem NPHM-Modell weniger genau geschätzt werden können.



**Abbildung 5.12.:** Kriging-Karte für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell NPHM für die Variogrammodelle a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß, d) Power, oben als Vergleich die Modellwerte am 11.01.2011 um 9:30 UT

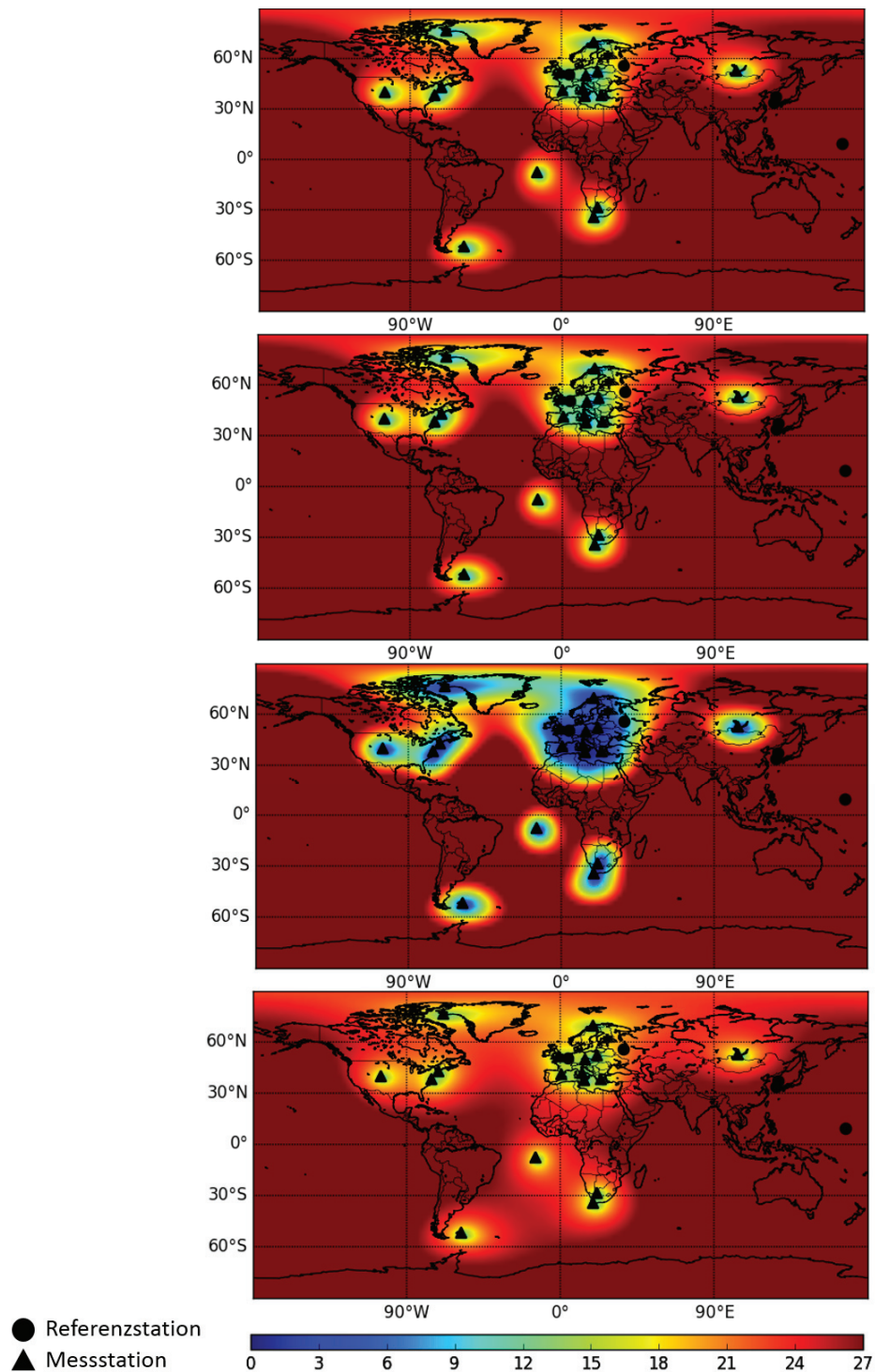
Referenzstation		Modellwert NPHM km	Variogrammodell			
Stations- ID	Messwert km		sphärisch km	exponentiell km	Gauß km	Power km
DB049	211,6	249,9	196,1	196,8	191,5	199,0
IC437	224,0	270,1	252,4	260,8	248,0	267,8
JJ433	229,0	276,6	259,3	266,7	258,0	274,7
KJ609	245,0	309,9	308,9	311,0	309,4	330,2
MA155	236,0	248,8	229,4	229,3	275,9	228,4

**Tabelle 5.9.:** Vergleich der hmF2-Mess- und -Schätzwerte bei den Referenzstationen für alle Variogrammtypen am 11.01.2011 um 9:30 UT. Die Schätzwerte basieren auf dem Hintergrundmodell NPHM

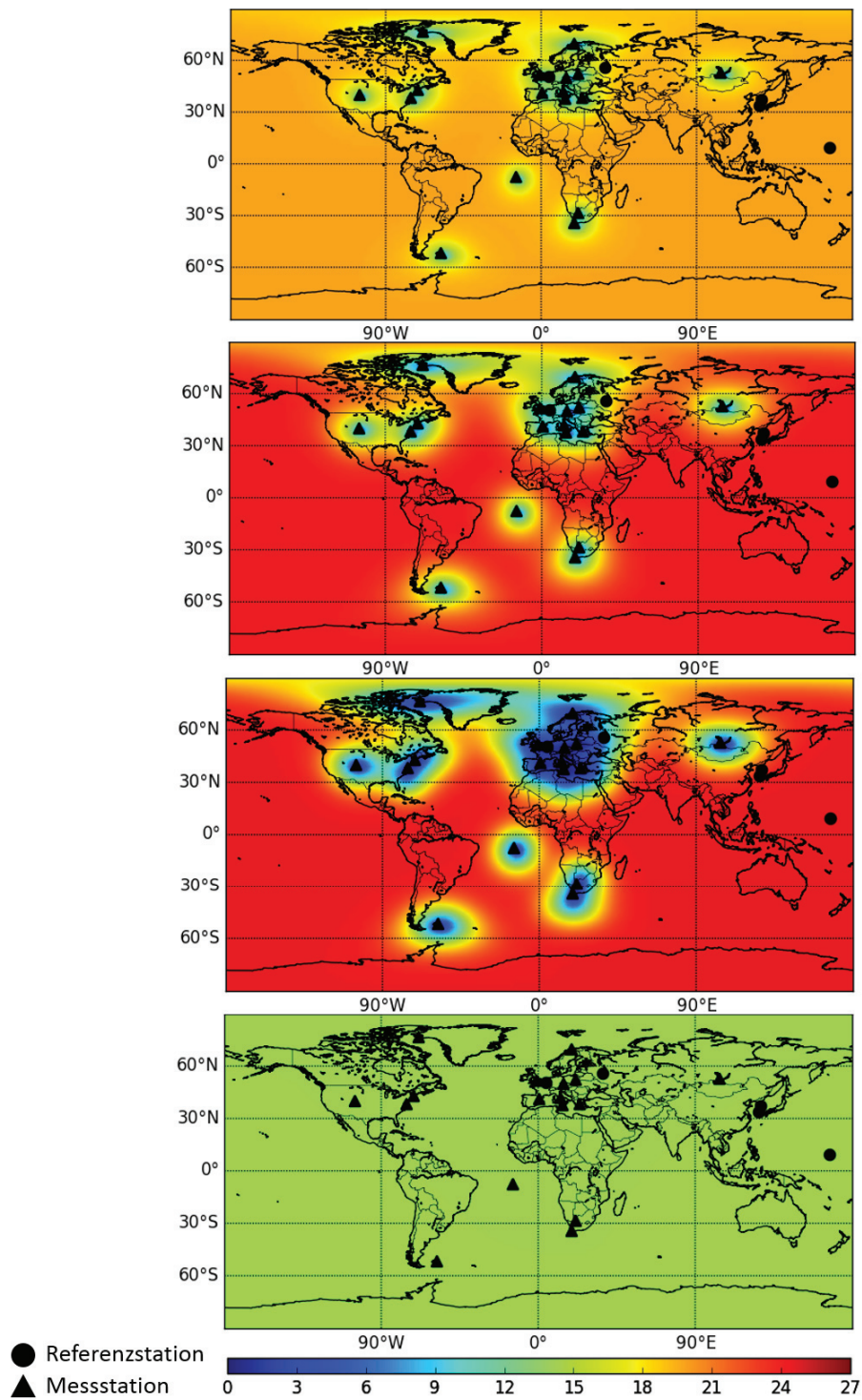
#### 5.3.4. Zuverlässigkeit der Ergebnisse

Wie bereits bei Parameter NmF2 können auch für den Parameter hmF2 die Einflussbereiche der einzelnen Messstationen grafisch dargestellt werden. Auch hier wird bei den Ergebnissen zwischen Variogrammodell und Hintergrundmodell unterschieden. Bei dem Vergleich zwischen den Hintergrundwerten fallen auch hier die im Vergleich mit dem NPHM-Modell kleineren Varianzen beim  $N_eQuick$ -Modell auf. Da die Schätzungen unter isotropen Bedingungen berechnet wurden, sollte sich um alle Messstationen, die als Dreiecke in den Karten dargestellt sind, kreisförmig der Einflussbereich verringern. Da die Referenzstationen nicht in der Schätzung berücksichtigt werden, sind solche Kreise bei diesen Stationen nicht zu erkennen. Die Einflussbereiche des sphärischen und des exponentiellen Variogrammodells ähneln sich, da diese Modelle auch mathematisch ähnlich sind. Das Gauß'sche Modell hingegen zeigt mit Blick auf die Nachbarschaften stärkere Abhängigkeiten, dargestellt durch die blaue Farbe in den Karten. Das Power-Modell weist beim  $N_eQuick$ -Modell im Vergleich zu den anderen Variogrammodellen kleinere Varianzen, dafür aber einen größeren Einflussbereich einer Messstation auf. Da im europäischen Raum eine relativ hohe Dichte an Messungen vorhanden ist, lässt sich dieser Bereich sehr gut schätzen, was ebenfalls anhand der Fehlervarianzkarten festgestellt werden kann.





**Abbildung 5.13.:** Karte der Schätzfehler für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell NPHM für die Variogrammodelle a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß, d) Power am 11.01.2011 um 9:30 UT



**Abbildung 5.14.:** Karte der Schätzfehler für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell  $N_eQuick$  für die Variogrammodelle a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß, d) Power am 11.01.2011 um 9:30 UT

---

## 5.4. Ergebnisvalidierung

In diesem Kapitel werden die Schätzungen mit den Messwerten der Referenzstationen im Zeitraum DOY 8 bis 32 und 285 bis 306 verglichen. Im Zeitraum DOY 8 bis 32 ist die Ionosphäre in einem ruhigen Zustand, was zum einen durch einen über die Tage fast konstant bleibenden F10.7-Wert auffällt. Im Zeitraum DOY 285 bis 306 ist die Ionosphäre im Vergleich unruhiger und weist mehr Ausreißer in den Messwerten auf. Durch die Betrachtung der beiden Zeiträume sollen statistisch signifikante Aussagen zu der Eignung von Variogramm- und Hintergrundmodell getroffen werden.

Als Vergleich werden die Residuen zwischen Messwert und Schätzwert nach

$$R_{\text{residual}} = M_{\text{measured}} - R_{\text{reconstructed}} \quad (5.1)$$

bestimmt und die relativen Abweichungen nach

$$R_{\text{residualRelativ}} = \frac{M_{\text{measured}} - R_{\text{reconstructed}}}{M_{\text{measured}}} * 100 \quad (5.2)$$

berechnet und in einem Histogramm mit statistischen Kenngrößen dargestellt.<sup>70</sup> Dazu gehört zum einen das arithmetische Mittel, der Median, der Root Square Mean (RMS) und die Standardabweichung. Die Histogramme werden nach Variogrammtyp (Kapitel 3.2.1.4) und Hintergrundmodell (Kapitel 2.6) unterschieden. Ziel ist es, das Hintergrund- und Variogrammmodell zu bestimmen, das sich am besten für zukünftige Berechnungen eignet. Als Indikator dient die Güte der Schätzungen, bezogen auf die Referenzstationen. Als Vergleichswert – und folglich als Toleranz bezeichnet – dienen die statistischen Größen aus Tabelle 5.10 aus [33]. Sie sind dabei nur grobe Richtwerte für die Einordnung der statistischen Größen aus diesem Kapitel. Des Weiteren wurde in Tabelle 5.10 für die zweite Zeitperiode ein kürzerer Zeitraum betrachtet. Der Fokus liegt hier besonders auf den prozentualen Residuen und der Standardabweichung, da diese Werte für die Qualität der Schätzungen kennzeichnend sind. Eine hohe Standardabweichung würde bedeuten, dass die Schätzwerte sehr stark streuen und viele Werte außerhalb der Erwartungen beziehungsweise des physikalisch realistischen Bereiches liegen.

---

<sup>70</sup>Kapitel 5. Validation and Comparison Approach, S. 14, aus [33]

DOY 8-32						
	Residuen hmF2 in km NmF2 in $10^{11}m^{-3}$			relative Residuen (%)		
	Median	RMS	STD	Median	RMS	STD
hmF2	-2,57 bis 1,66	30,70 bis 34,40	30,7, bis 33,83	-0,91 bis 0,60	12,04 bis 14,35	11,99 bis 13,88
NmF2	-0,32 bis -0,04	1,17 bis 1,43	1,14 bis 1,35	-13,21 bis -1,46	64,00 bis 77,86	61,25 bis 71,09
DOY 294-298						
hmF2	1,14 bis 6,26	27,06 bis 29,72	26,58 bis 29,67	0,34 bis 1,94	8,62 bis 9,62	8,49 bis 9,61
NmF2	-0,37 bis -0,01	2,45 bis 3,03	2,43 bis 2,98	-4,78 bis -0,10	52,18 bis 61,32	51,97 bis 58,98

**Tabelle 5.10.:** Toleranzwerte für Median, Root Square Mean (RMS) und Standardabweichung (STD) für die Kriging-Schätzung aus den alternativen Schätzverfahren (Kapitel 3.3) für die DOY 8 bis 32 und 294 bis 298 aus [33, Figure 5 and 8]

Zuerst soll der Zeitraum DOY 8 bis 32 für die beiden Parameter betrachtet werden. Für den Parameter NmF2 mit den beiden Hintergrundmodellen  $N_eQuick$  und NPDM (Abb. 5.15 und 5.16) zeigen die gleichen Variogramme mit unterschiedlichen Hintergrundmodellen unterschiedliche Ergebnisse. Beim Modell NPDM sind die statistischen Werte höher als beim  $N_eQuick$ -Modell. Bei dem exponentiellen und dem sphärischen Variogrammodell ist die Standardabweichung im Gegensatz zu dem Power- und dem Gauß'schen Modell geringer. Dafür weist das Gauß'sche Modell einen gegen null gehenden Median auf. Median und Standardabweichung liegen beim Power-Modell hingegen im Vergleich mit den anderen Variogrammodellen leicht höher. Das Power-Modell zeigt ebenfalls in dem Bereich von -50 Prozent bis -100 Prozent bei den relativen Residuen eine hohe Anzahl von Werten im Vergleich zu den anderen Variogrammodellen. Dies bedeutet, dass sehr viele Schätzwerte größer sind als die Messwerte. Dies zeigt sich ebenfalls in den Residuen. Der Mittelwert, RMS und Median sollten im Optimalfall gegen null gehen. Dies wäre in Kombination mit einer niedrigen, gegen null gehenden Standardabweichung das bestmögliche Ergebnis. Der gestellten Bedingung werden das Modell  $N_eQuick$  und die Variogramme exponentiell und sphärisch gerecht, da sich die Größen kaum voneinander unterscheiden. Bezogen auf die Ergebnisse in Tabelle 5.10 liegen die statistischen Werte der relativen Residuen im Toleranzbereich bei dem Modell NPDM. Das sphärische Modell bewegt sich dabei ein wenig unterhalb des Toleranzbereichs und das Gauß'sche Modell leicht darüber, in beiden Fällen ist dies aber nicht signifikant. Mit dem  $N_eQuick$ -Modell liegen die statistischen Werte unterhalb der Toleranz. Grund dafür ist, dass die Toleranzwerte auf den Modellen NPDM und NPHM basieren.



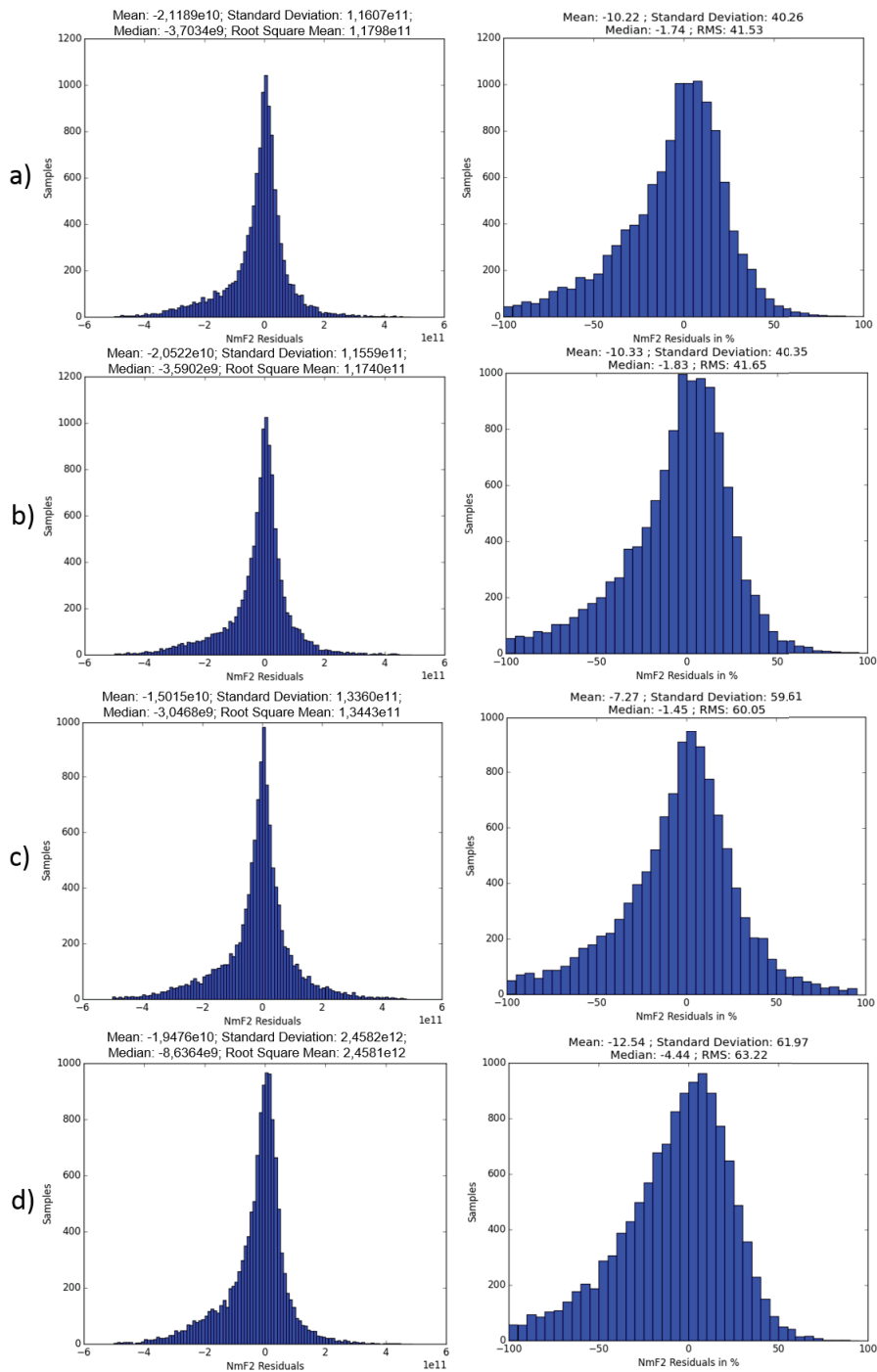


Abbildung 5.15.: Residuen (in  $N_e m^{-3}$ ; links) und relative Residuen (in Prozent; rechts) zwischen Schätzwert und Messwert bei den Referenzstationen für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell  $N_e Quick$  und den Variogrammodellen a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß und d) Power im Zeitraum DOY 8-32

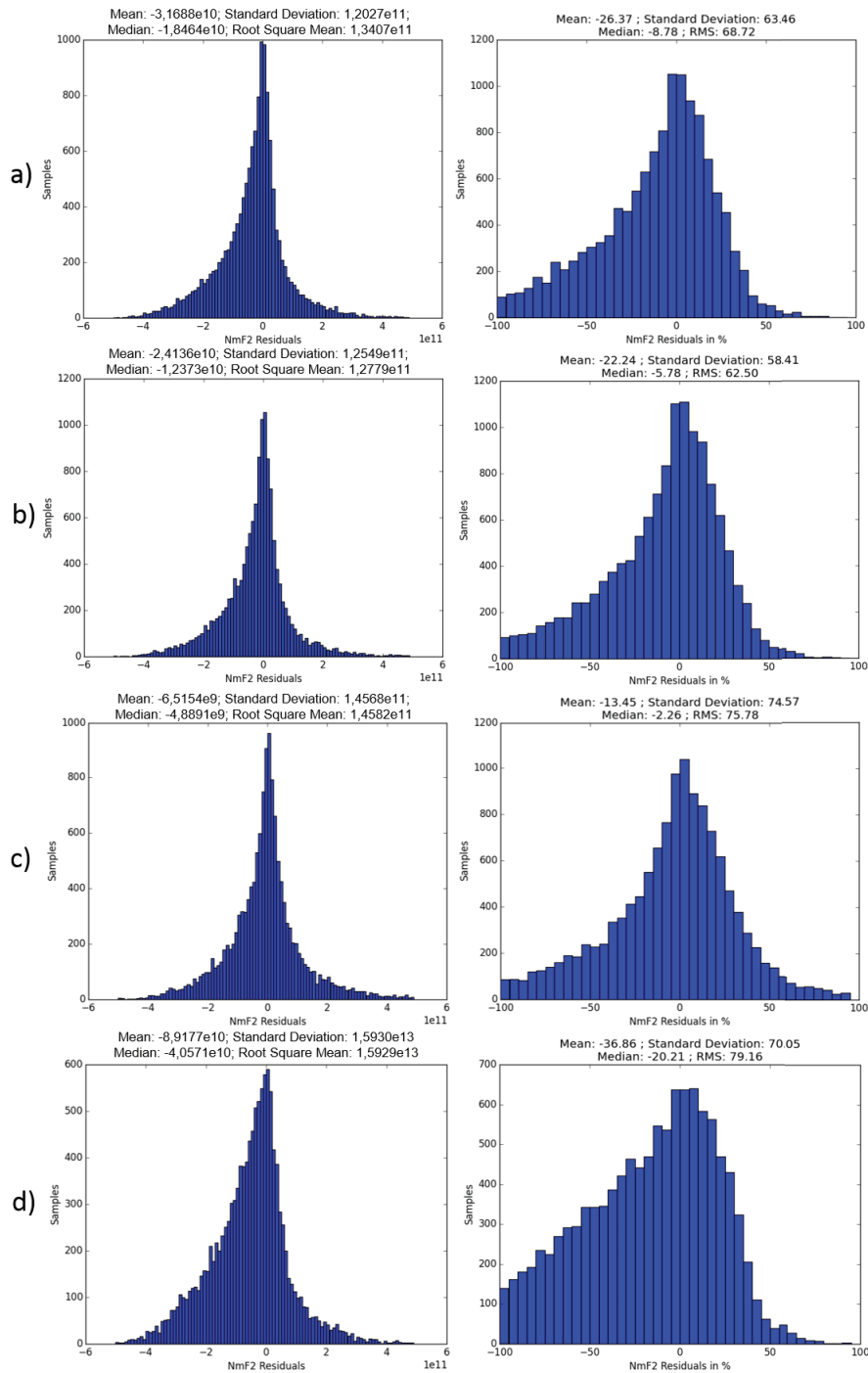


Abbildung 5.16.: Residuen (in  $N_e m^{-3}$ ; links) und relative Residuen (in Prozent; rechts) zwischen Schätzwert und Messwert bei den Referenzstationen für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell NPDM und den Variogrammodellen a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß und d) Power im Zeitraum DOY 8-32

---

Beim Parameter hmF2 sind die Ergebnisse, bezogen auf die Standardabweichung, geringer als beim Parameter NmF2. Dies ist unter anderem der hohen Variabilität des NmF2-Parameters selbst geschuldet. Zwischen den Hintergrundmodellen *N<sub>e</sub>Quick* und NPHM (Abb. 5.17 und 5.18) sind ebenfalls Unterschiede festzustellen. Auch hier sind die statistischen Größen beim *N<sub>e</sub>Quick*-Modell besser. Dies zeigt sich vor allem in der Standardabweichung bei den relativen Residuen. Der Median bei dem exponentiellen und dem sphärischen Variogrammodell ist bei dem Modell NPHM geringer als im vorgegebenen Toleranzbereich. Dies sind aber ebenfalls keine signifikanten Unterschiede. Die Ergebnisse für das exponentielle und das sphärische Variogramm liegen bei beiden Hintergrundmodellen im Toleranzbereich. Das Gauß'sche Modell ist bei beiden Hintergrundmodellen gegenüber den anderen drei Modellen ähnlich erhöht. Besonders auffällig ist das Power-Modell. Im Vergleich zu den anderen drei Variogrammodellen schätzt es in dieser Zeitperiode die Parameter aus statistischer Sicht am besten. Im Vergleich zu den noch folgenden Ergebnissen aus der anderen, aktiveren Zeitperiode, bei der das Power-Modell im Vergleich schlechter abschneidet, ist dies auffällig. Bei den Variogrammen mit dem Modell NPHM liegen die statistischen Werte im Toleranzbereich. Ausnahme ist die Standardabweichung beim Gauß'schen Modell, die mit 19,77 Prozent bei den relativen Residuen deutlich über dem Toleranzbereich liegt. Bei dem Modell *N<sub>e</sub>Quick* finden sich die statistischen Werte bei den relativen Residuen im unteren Toleranzbereich.

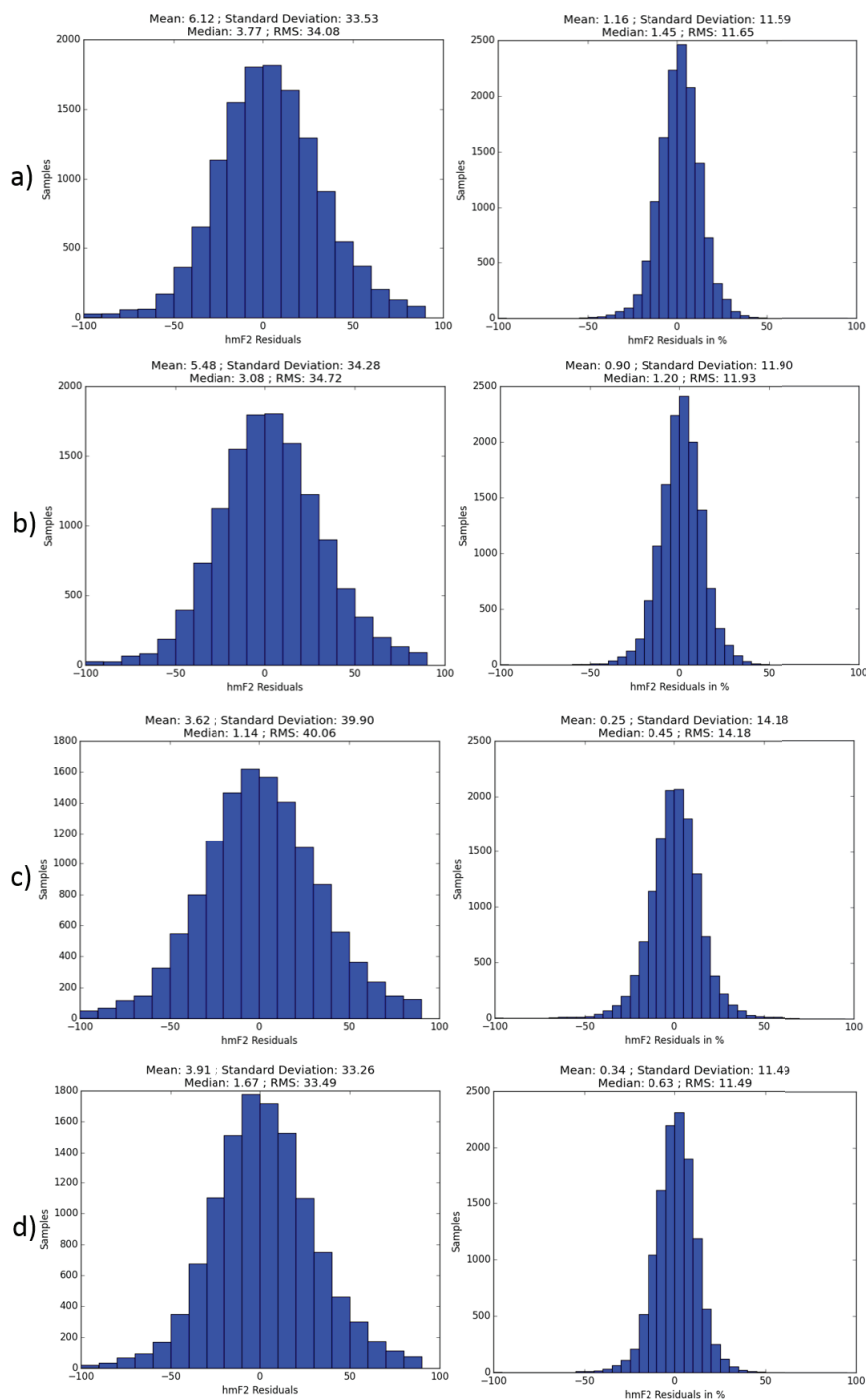
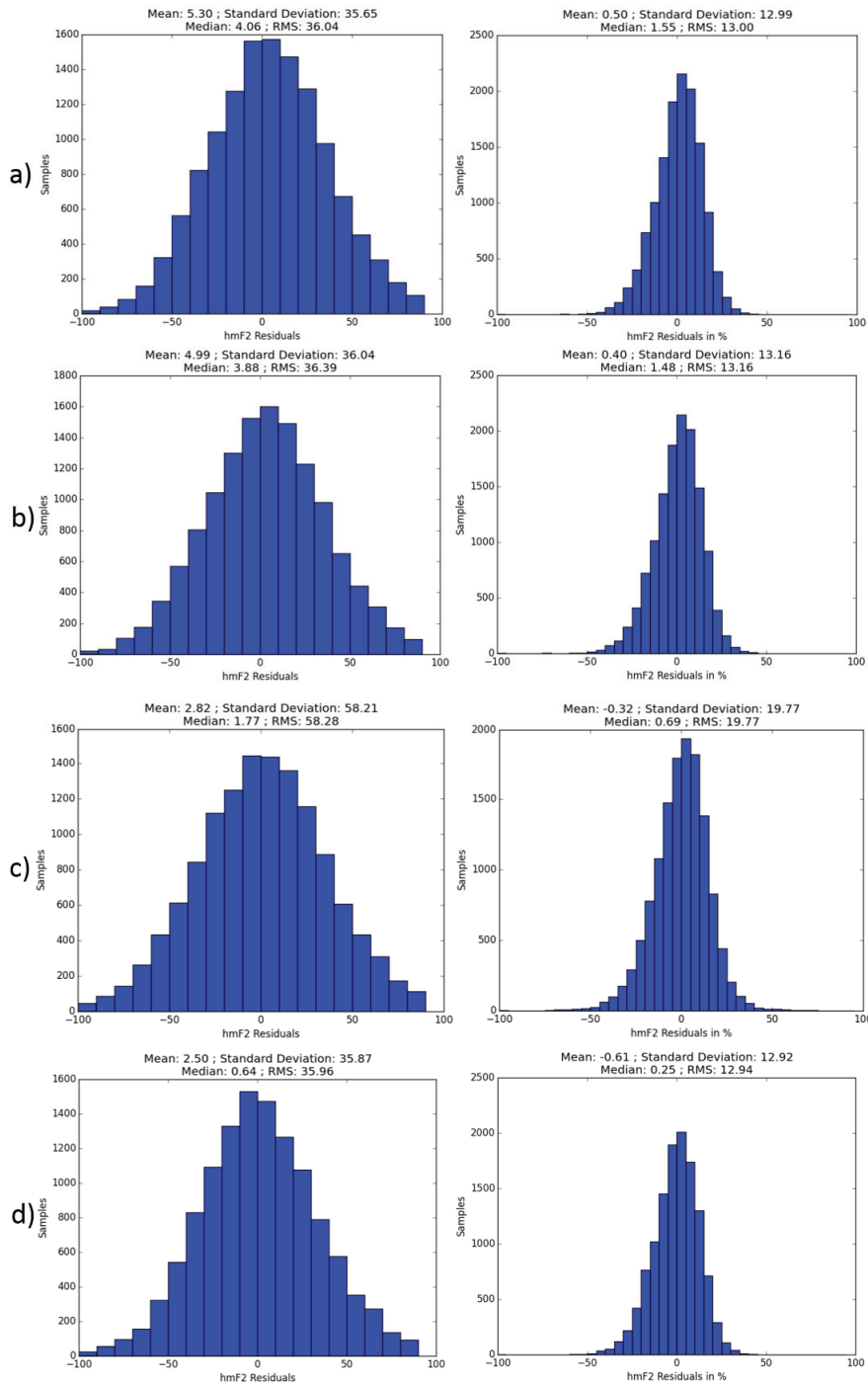


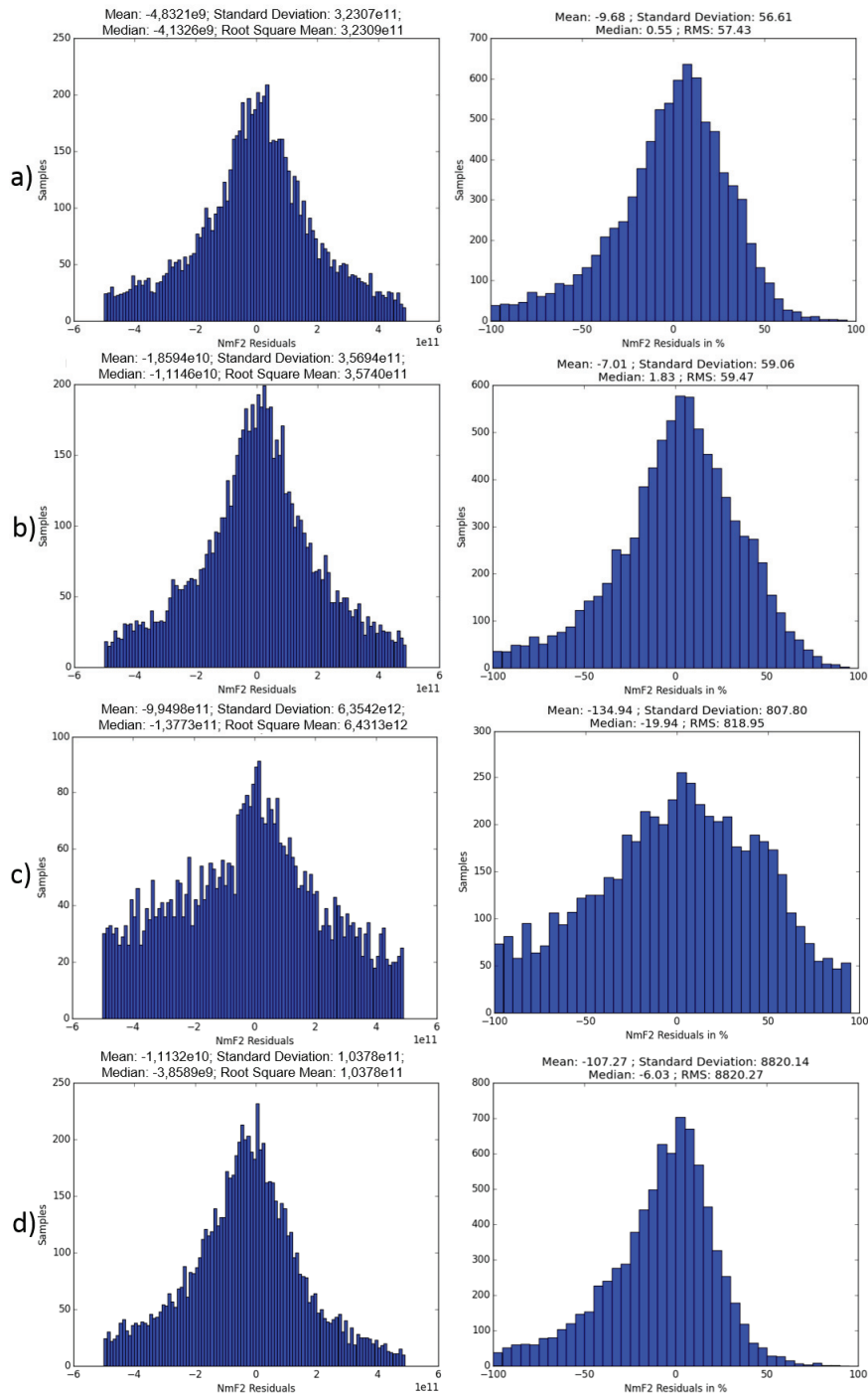
Abbildung 5.17.: Residuen (in *km*; links) und relative Residuen (in Prozent; rechts) zwischen Schätzwert und Messwert bei den Referenzstationen für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell *N<sub>e</sub>Quick* und den Variogrammodellen a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß und d) Power im Zeitraum DOY 8-32



**Abbildung 5.18.:** Residuen (in *km*; links) und relative Residuen (in Prozent; rechts) zwischen Schätzwert und Messwert bei den Referenzstationen für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell NPHM und den Variogrammodellen a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß und d) Power im Zeitraum DOY 8-32

---

In dem Zeitraum DOY 285 bis 306 war die Ionosphäre variabler. Dadurch streuen die Messwerte stärker als in dem ruhigeren Zeitraum. Entsprechend wird erwartet, dass sich dies auch in dem Mittelwert, der Standardabweichung, dem Median und dem RMS niederschlägt. Auch hier soll zuerst ein Blick auf den Parameter NmF2 und die Hintergrundmodelle  $N_eQuick$  und NPDM geworfen werden (Abb. 5.19 und 5.20). Dabei zeigen sich ebenfalls Unterschiede bei den beiden Hintergrundmodellen. So sind die Schätzwerte mit  $N_eQuick$  auch hier genauer als die mit NPDM. Zwischen dem sphärischen und dem exponentiellen Variogramm sind kaum Unterschiede in der Ergebnisqualität zu erkennen. Mit dem NPDM-Modell werden die Toleranzbereiche bei keinem Variogrammmodell erreicht. Im  $N_eQuick$ -Modell wird bei dem exponentiellen Variogramm bei der Standardabweichung und dem Median der Toleranzbereich eingehalten, das sphärische Variogrammmodell liegt dagegen leicht außerhalb des Toleranzbereiches mit einer Standardabweichung von 1,83 Prozent und einem Median von 59,06 Prozent. Bei den Variogrammmodellen Gauß und Power bewegen sich die statistischen Werte in beiden Hintergrundmodellen außerhalb des Toleranzbereichs. Grund dafür können die größeren Varianzen im Variogramm sein, die vor allem bei geringen Distanzen auftreten. Die größeren Varianzen lassen sich auf die höhere Aktivität der Ionosphäre zurückführen, da die Ergebnisse für NmF2 in der ruhigeren Zeitperiode bei dem Gauß'schen und dem Power-Variogramm innerhalb der Toleranzen liegen. Mit Blick auf die Verteilung bei den prozentualen Residuen fällt bei dem Hintergrundmodell NPDM und dem exponentiellen und dem sphärischen Variogrammmodell auf, dass die meisten Schätzwerte größer als die Modellwerte sind.



**Abbildung 5.19.:** Residuen (in  $N_e m^{-3}$ ; links) und relative Residuen (in Prozent; rechts) zwischen Schätzwert und Messwert bei den Referenzstationen für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell  $N_e Quick$  und den Variogrammodellen a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß und d) Power im Zeitraum DOY 285-306

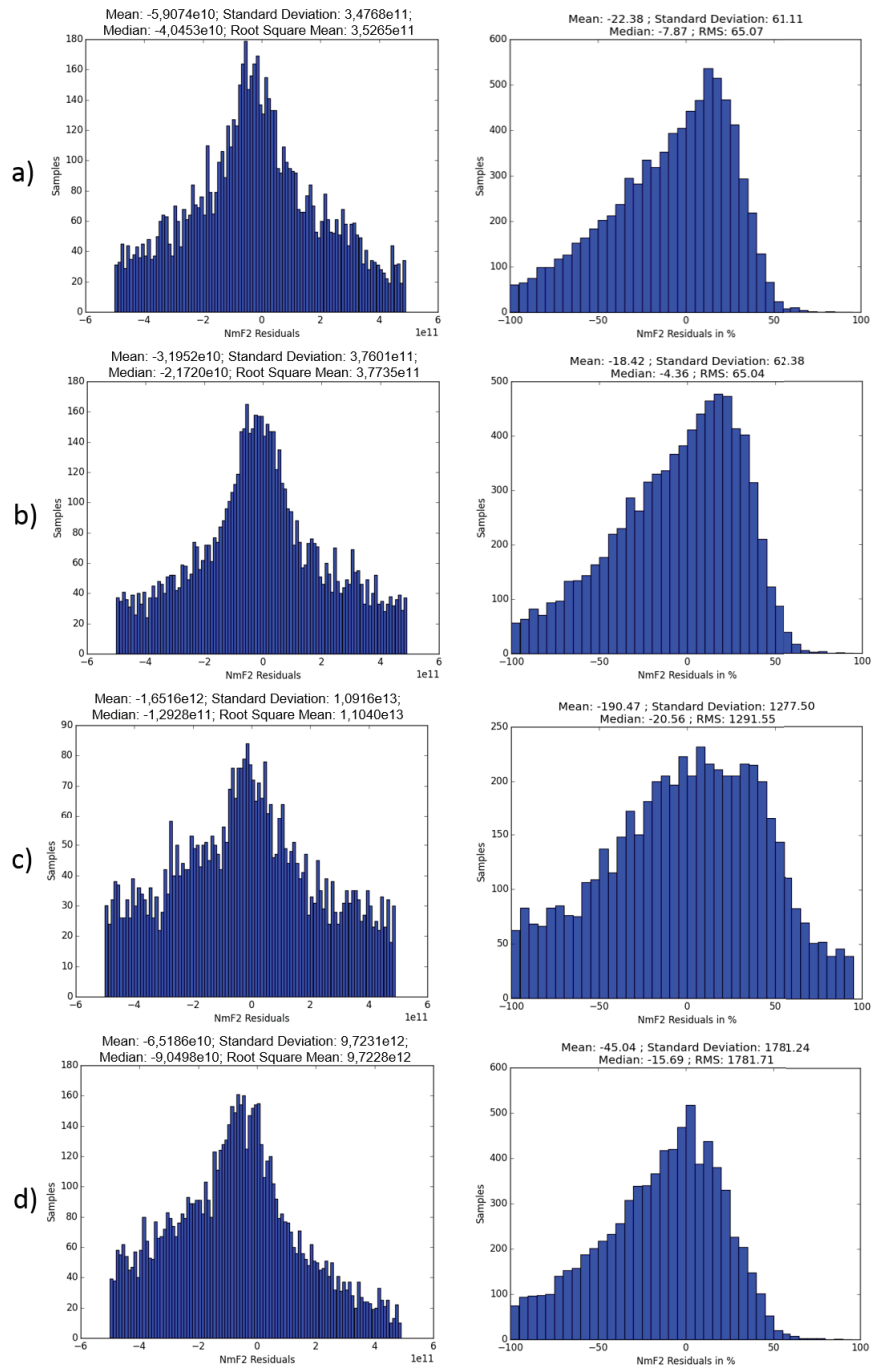
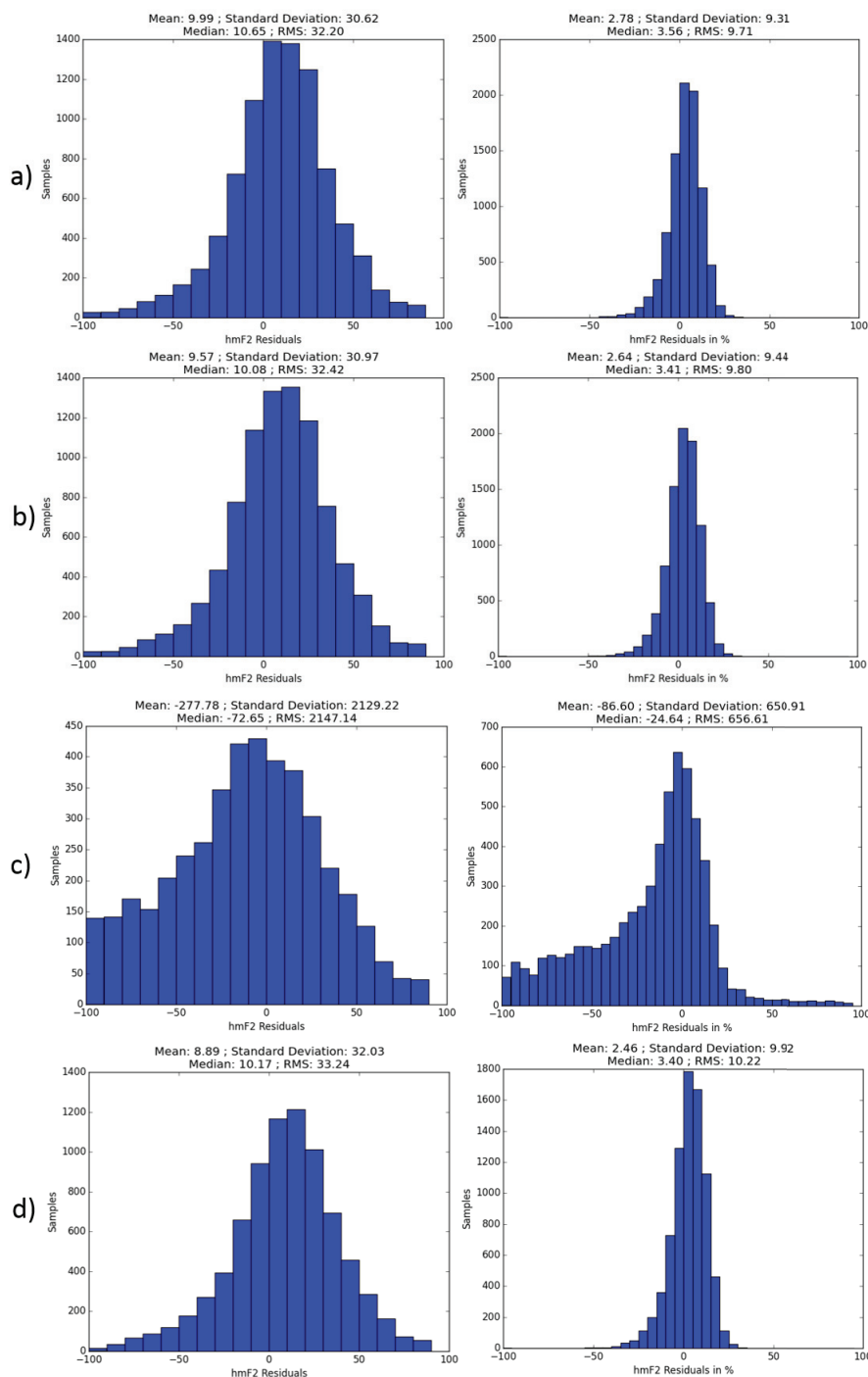


Abbildung 5.20.: Residuen (in  $N_e m^{-3}$ ; links) und relative Residuen (in Prozent; rechts) zwischen Schätzwert und Messwert bei den Referenzstationen für den Parameter NmF2 mit dem Hintergrundmodell NPDM und den Variogrammodellen a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß und d) Power im Zeitraum DOY 285-306

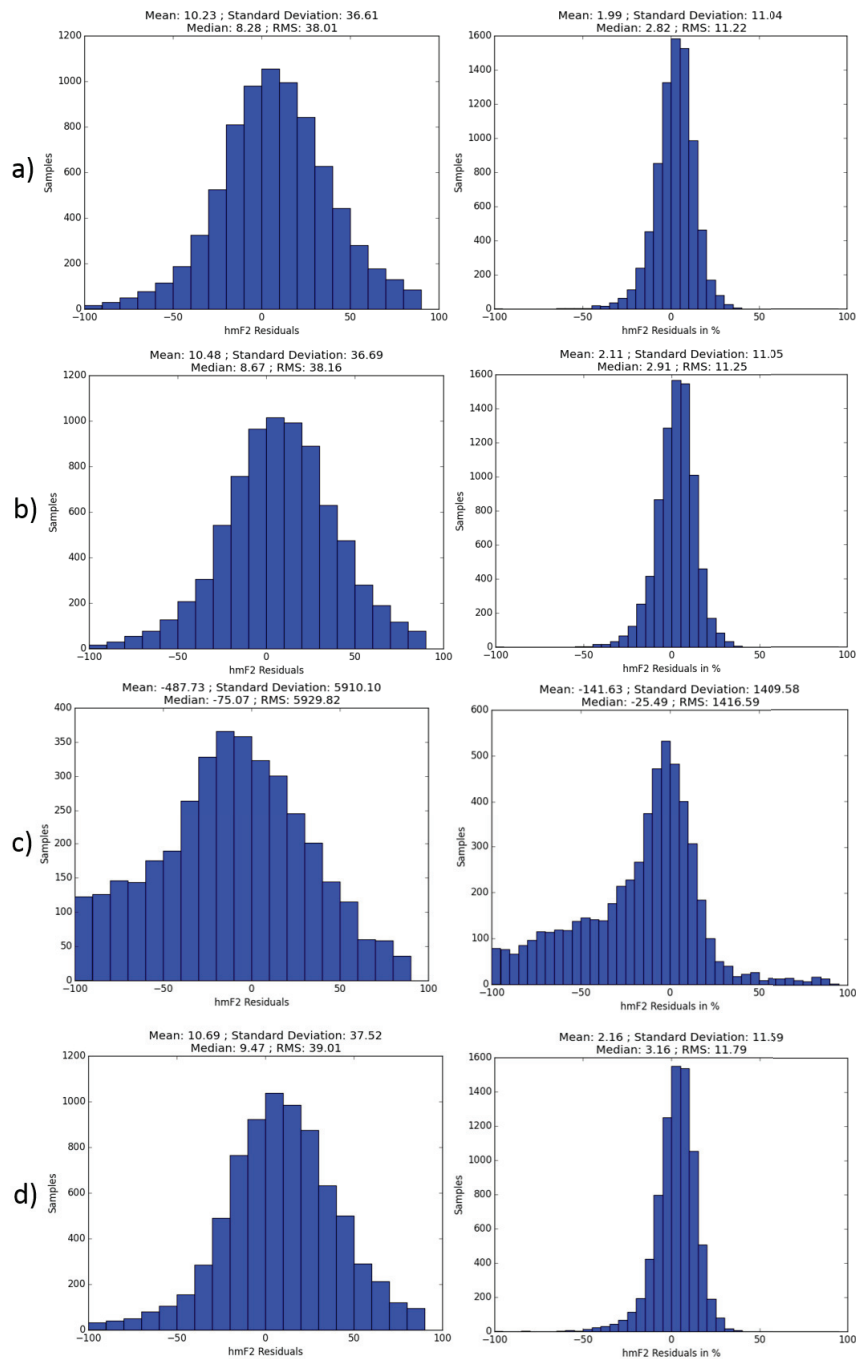


---

Für den Parameter hmF2 finden sich sowohl bei  $N_eQuick$  als auch bei NPHM (Abb. 5.21 und 5.22) ähnliche statistische Werte, die sich nur in ihrer Ausprägung voneinander unterscheiden. Die Schätzungen mit dem exponentiellen, dem sphärischen und dem Power-Modell im Rahmen des  $N_eQuick$ -Modells sind sehr ähnlich und liegen alle im Toleranzbereich. Im Modell NPHM sind bei dem exponentiellen, dem sphärischen und dem Power-Modell die statistischen Werte ähnlich, befinden sich aber alle leicht, wenngleich nicht signifikant, außerhalb des Toleranzbereiches. Beim Gauß'schen Modell hingegen liegen die statistischen Werte – wie schon bei NmF2 – deutlich außerhalb des Toleranzbereiches. In beiden Hintergrundmodellen sind beim Gauß'schen Modell die Schätzwerte meist größer als die Messwerte. Dies zeigt sich bei der Anzahl der Werte bei den relativen Residuen im Bereich von -25 Prozent bis -100 Prozent. Anhand der statistischen Kenngrößen, die zum Teil mehr als um den Faktor 100 voneinander abweichen, lässt sich die Unzulässigkeit des Gauß'schen Modells für diese Zeitperiode erkennen. Des Weiteren sind die Standardabweichungen mit dem  $N_eQuick$ -Modell geringer als mit dem Modell NPHM, dagegen zeigt das Modell NPHM geringere Mediane. Im Vergleich zu der ruhigeren Zeitperiode sind sogar niedrigere Standardabweichungen zu erkennen, obwohl der Filter beim Dateneinlesen in dieser Zeitperiode toleranter eingestellt war.



**Abbildung 5.21.:** Residuen (in *km*; links) und relative Residuen (in Prozent; rechts) zwischen Schätzwert und Messwert bei den Referenzstationen für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell *N<sub>e</sub>Quick* und den Variogrammodellen a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß und d) Power im Zeitraum DOY 285-306



**Abbildung 5.22.:** Residuen (in *km*; links) und relative Residuen (in Prozent; rechts) zwischen Schätzwert und Messwert bei den Referenzstationen für den Parameter hmF2 mit dem Hintergrundmodell NPHM und den Variogrammodellen a) exponentiell, b) sphärisch, c) Gauß und d) Power im Zeitraum DOY 285-306

---

## 5.5. Ergebnisanalyse

In diesem Abschnitt wird eine abschließende Aussage über die Verwendung der Hintergrund- und Variogrammodelle getroffen. Des Weiteren wird ein Hintergrund- und Variogrammmodell für den operationellen Betrieb empfohlen. Die Empfehlungen basieren primär auf den Ergebnissen aus Kapitel 5.4.

Bei den Hintergrundmodellen hat das Modell *N<sub>e</sub>Quick* im Vergleich zu den Modellen NPDM und NPHM bei beiden Parametern und in beiden Zeitperioden bessere Ergebnisse erbracht. Bei den Variogrammodellen ergaben insgesamt das Gauß'sche und das Power-Modell im Vergleich zu dem sphärischen und dem exponentiellen Modell ungenauere Schätzungen. Zwar konnte das Power-Modell in der ruhigeren Zeitperiode die Messwerte in einem angemessenen Rahmen schätzen, doch in der unruhigeren Zeitperiode zeigte das Modell Schwächen in der Güte der Schätzungen. Zusammenfassend wird das Hintergrundmodell *N<sub>e</sub>Quick* mit dem sphärischen oder dem exponentiellen Variogramm empfohlen, da diesen beiden ähnliche Ergebnisse gezeigt haben. Raúl Orus Perez hingegen empfiehlt in seiner Dissertation das exponentielle Variogramm. Allerdings sind die Untersuchungen nicht ohne Weiteres vergleichbar, da Raúl Orus Perez aufgrund des hohen Datenaufkommens lokale Variogramme und nicht ein globales Variogramm berechnet.<sup>71</sup> Die vorliegende Empfehlung gilt sowohl für NmF2 als auch für hmF2. Dabei sollte berücksichtigt werden, dass beim *N<sub>e</sub>Quick*-Modell die Berechnung der Modellwerte mehr Laufzeit benötigt als bei den beiden anderen Modellen. Dies fällt besonders bei der Berechnung der Schätzkarten auf.

---

<sup>71</sup>Kapitel 3.2.2 Semivariogram modellig, S. 80, aus [28]

# Kapitel 6.

## Zusammenfassung

Das Ziel dieser Masterarbeit, ein Python-Modul zu entwickeln, das mittels Ordinary Kriging eine globale Rekonstruktion der Parameter NmF2 und hmF2 anhand von Mess- und Modellwerten ermöglicht, wurde erfolgreich umgesetzt. Dazu gehört ebenfalls die Darstellung der Schätzungen sowie deren Schätzfehler. Bei der Berechnung der Variogramparameter wurde auf die Programmiersprache R zurückgegriffen. Optional ist aber auch eine Schätzung in Python möglich. Für die Einbindung in den operationellen Betrieb bietet dieses Kriging-Modul zwei Schnittstellen, da zur Zeit der Erstellung der Masterarbeit noch nicht absehbar war, wie die genaue Struktur des Prozessors des operationellen Betriebes ist. Zusammenfassend wird aufgrund der Ergebnisse in den Zeitperioden DOY 8 bis 32 und 285 bis 306 als Einstellung des Moduls das exponentielle Variogrammodell mit einer Lag-Distanz von 800 Kilometern und dem Hintergrundmodell *N<sub>e</sub>Quick* empfohlen.

Für Forschungen auf der Grundlage des entwickelten Kriging-Moduls können noch weitere Möglichkeiten des Krigings implementiert werden. Der erste Schritt wäre die bereits in dieser Masterarbeit diskutierte Unterscheidung zwischen Isotropie und Anisotropie. Der anisotrope Ansatz ist im Kriging-Modul als nicht verwendeter Zusatz vorhanden. Da zwischen Latitude und Longitude unterschiedliche starke Korrelationen bei den Parametern vorhanden sind, ist eine spätere Verwendung des anisotropen Ansatzes für die Verbesserung der Schätzungen wichtig. Zudem könnten anhand weiterer Ergebnisauswertungen Korrelationen in andere Richtungen festgestellt werden. So ließe sich die anisotrope Schätzung mit einer Rotationsmatrix kombinieren. Die Entscheidung gegen Anisotropie und für den isotropen Ansatz ist ausschließlich aufgrund der Quantität der Datengrundlage gefallen. Sollten in Zukunft mehr Daten, beispielsweise von anderen Providern als SPIDR oder von zusätzlichen Messungen von Radio-Okkultationsatelliten, vorliegen, ist die anisotrope Schätzung zu wählen.

Bei den Variogrammen können ebenfalls noch weitere Analysen vorgenommen werden. Dazu gehören andere, speziellere Variogrammodelle wie beispielsweise das kubische Variogramm. Ebenso bietet R die Möglichkeit einer automatischen Modellanpassung aus den Variogrammodellen Nugget, kubisch, Gauß, exponentiell und sphärisch. Dabei werden Kombinationen aus den aufgelisteten Variogrammen gewählt, die am besten

---

zu den Varianzen in einem Lag passen. Für jedes der Variogramme werden ebenfalls die Variogrammparameter berechnet, die dann abschließend zusammengeführt werden müssen. Erste stichprobenartige Tests mit den Daten im Zeitraum vom 08.01.2011 bis zum 31.01.2011 haben gezeigt, dass bei keiner Strukturvorgabe mit Blick auf das Variogramm die Range sowohl für hmF2 als auch für NmF2 oft über 10.000 Kilometer geschätzt wird. Des Weiteren kann bei zu stark streuenden Varianzen zwischen den Lags nicht immer eine Variogrammkurve gebildet werden. Ob die Schätzung ohne eine feste Variogrammstrukturvorgabe berechnet werden soll, kann in der Konfigurationsdatei angegeben werden. Sollte dies fehlschlagen, wird das Variogramm mit einer definierten, ebenfalls in der Konfigurationsdatei angegebenen Struktur berechnet.

Ein größerer Forschungsansatz wäre die Umsetzung von Cokriging. Das Cokriging zählt zu den multivariaten geostatistischen Methoden, wobei mehrere Variablen (hier: hmF2 und NmF2) gleichzeitig betrachtet werden. Da die Anzahl der vorhandenen Datensätze für NmF2 und hmF2 sich unterscheiden (heterotropher Datensatz), ist eine künstliche Erhöhung der Datendichte und gegebenenfalls auch eine genauere Schätzung möglich. Allgemein verbessert sich die Schätzung, wenn der Hilfsparameter deutlich mehr Messungen in der Umgebung hat als der Schätzparameter.<sup>72</sup> In diesem Fall dient NmF2 als Hilfsparameter für die hmF2-Schätzung und umgekehrt. Die Voraussetzungen, dass NmF2 und hmF2 miteinander korrelieren, sind gegeben. Dadurch kann von dem einen auf den anderen Parameter geschlossen werden. Dafür müssen zunächst die genauen Korrelationen, besonders unter Berücksichtigung der Latituden, festgestellt werden.

Des Weiteren ist neben der Schätzung der beiden Parameter NmF2 und hmF2 auch eine globale dreidimensionale Rekonstruktion der Elektronendichte in den anderen Schichten der Ionosphäre für die elektromagnetische Wellenausbreitung von Bedeutung. Dies ist bereits ein Forschungsgegenstand beim DLR.

Zusammenfassend wurde die Zielsetzung der Masterarbeit erreicht. Darüber hinaus liegen die Ergebnisse im Vergleich mit den Referenzstationen im Erwartungs- und im Toleranzbereich. Das Kriging bietet zudem einige Möglichkeiten, die Ergebnisse weiter zu verbessern.

---

<sup>72</sup>Kapitel 23. Heterotopic Cokriging, S. 158-159, aus [35]; Kapitel 5. Multivariate Methods, S. 292-293, aus [19]

# Glossar

F10.7	Der F10.7-Wert beschreibt die solare Radiostrahlung der Sonne bei einer Wellenlänge von 10,7 Zentimetern. Gemessen wird der Wert in Watt pro Quadratmeter pro Hertz ( $Wm^{-2}Hz^{-1}$ ).
Lag	Ein Lag oder auch Lag-Distanz ist die Einteilung der x-Achse des Variogramms in Intervalle. Als Standardwert für die Lag-Intervalle kann der mittlere Abstand zwischen Messstationen gewählt werden.
Nugget-Effekt	Beim Nugget-Effekt beginnt die Variogrammkurve nicht im Koordinatenursprung, sondern auf der y-Achse bei einem Wert $> 0$ . Dieser Effekt kann auftreten, wenn nahe beieinanderliegende Messstationen hohe Varianzen zwischen den Messwerten aufweisen oder wenn Messwerte eine schlechte Messqualität zeigen. <sup>73</sup>
Range	Die Range beschreibt die Distanz, bei der die Differenz zwischen Variogrammkurve und Sill vernachlässigbar wird, beispielsweise beim Gauß'schen und beim exponentiellen Variogramm bei 95 Prozent vom Sill (praktische Range), da diese Variogrammmodelle asymptotisch sind (Kapitel 2.6). Die Range definiert ebenfalls den Einflussbereich der Stationen. Daraus folgt: Ist die Distanz zwischen zwei Stationen größer als die Range, gelten die Messwerte als unkorreliert. <sup>74</sup>
Sill	Der Sill beschreibt den Grenzwert des Variogramms, wenn der Abstand zwischen zwei Stationen gegen unendlich geht ( $ h  \rightarrow \infty$ ). Dabei hat nicht jedes Variogrammmodell einen Sill, wie beispielsweise das Power-Modell. <sup>75</sup> Die Variogrammmodelle und deren Verhalten beim Sill sind in Kapitel 3.2.1.4 erläutert.

---

<sup>73</sup>Kapitel Behavior near the Origin and Nugget-Effect, S. 50-52, aus [19]; Kapitel 4.1 Strukturelle Eigenschaften des Variogramms, S. 64, aus [14]

<sup>74</sup>Kapitel Range and Sill, S. 47-48, aus [19]; Kapitel 4.1 Strukturelle Eigenschaften des Variogramms, S. 61, aus [14]

<sup>75</sup>Kapitel Range and Sill, S. 47, aus [19]

# Literatur- und Quellenverzeichnis

- [1] [www.dlr.de/kn/desktopdefault.aspx/tabid-4309/3222\\_read-4854/](http://www.dlr.de/kn/desktopdefault.aspx/tabid-4309/3222_read-4854/). [Online; Aufruf 01.06.2015].
- [2] [swaciweb.dlr.de](http://swaciweb.dlr.de). [Online; Aufruf 01.06.2015].
- [3] Calculate distance, bearing and more between Latitude/Longitude points. [www.movable-type.co.uk/scripts/latlong.html](http://www.movable-type.co.uk/scripts/latlong.html). [Online; Aufruf 05.04.2015].
- [4] rpy2 package [v2.5.6]. [www.pypi.python.org/pypi/rpy2](http://www.pypi.python.org/pypi/rpy2). [Online; Aufruf 27.04.2015].
- [5] The Northern Miner - Global Mining News. [www.northernminer.com/news/obituary-danie-krige-south-africas-giant-of-geostatistics/1002208623/](http://www.northernminer.com/news/obituary-danie-krige-south-africas-giant-of-geostatistics/1002208623/), 08.04.2013. [Online; Aufruf 03.04.2015].
- [6] B. Nava, P. Coisson and S.M. Radicella. A new version of the NeQuick ionosphere electron density model. 5 February 2012. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics* 70 1856-1862, doi:10.1016/j.jastp.2008.01.015.
- [7] Manfred Bauer. *Vermessung und Ortung mit Satelliten - Globale Navigationssysteme (GNSS) und andere satellitengestützte Navigationssysteme 6., neu bearbeitete und erweiterte Auflage*. Wichmann Verlag, 2011.
- [8] Torben Boje. Technische Dokumentation - Rekonstruktion ionosphärischer Schlüsselparameter der F2-Schicht mittels Kriging, 2015.
- [9] Torben Boje. User Manual - Rekonstruktion ionosphärischer Schlüsselparameter der F2-Schicht mittels Kriging, 2015.
- [10] Chris Davis. [www.ukssdc.ac.uk/ionosondes/resultsc.html](http://www.ukssdc.ac.uk/ionosondes/resultsc.html), 1997. [Online; Aufruf 01.05.2015].
- [11] D. Renard, N. Desassis. Automatic Structure Fitting. [rgeo-stats.free.fr/doc/AutoFit/AutoFit.pdf](http://rgeo-stats.free.fr/doc/AutoFit/AutoFit.pdf), 20 June 2014. R Manual; [Online; Aufruf 16.07.2015].
- [12] Kenneth Davies. *Ionospheric Radio*. The Institution of Engineering and Technology, London, United Kingdom, 1990.



- 
- [13] Deutscher Amateur Radio Club DARC e.V. Online zur Amateurfunkprüfung. [www.darc.de/referate/ajw/ausbildung/darc-online-lehrgang/technik-klasse-e/technik-e09/](http://www.darc.de/referate/ajw/ausbildung/darc-online-lehrgang/technik-klasse-e/technik-e09/). [Online; Aufruf 01.03.2015].
- [14] Rudolf Dutter. *Geostatistik : Eine Einführung mit Anwendungen*. B. G. Teubner, 1985.
- [15] Geoff Bohling. Introduction to Geostatistics and Variogram analysis, 17. October 2005.
- [16] InFlaMo Portal - Indirect solar x-ray Flare Monitoring Portal. [www.inflamo.org/plugins/pictures/644877/current.png](http://www.inflamo.org/plugins/pictures/644877/current.png). [Online; Aufruf 28.02.2015].
- [17] Iwona Stanishlawska, Grzegorz Juchnikowski und Ljiljana R. Cander. The Kriging method of ionospheric parameter foF2 instantaneous mapping. August 1996. ANNALI DI GEOFISICA, Vol. XXXIX, Nr. 4, No. 0086/Z6/92/03.
- [18] J. O. Adeniyi, D. Bilitza, S. M. Radicella and A. A. Willoughby. Equatorial F2-peak parameters in the IRI model. 2003. doi: 10.1016/S0273-1177(03)00039-5.
- [19] Jean-Paul Chilès and Pierre Delfiner. *Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty*. John Wiley & Sons, Inc., 1999.
- [20] Franziska Krüger. Entwicklung von parallelisierbaren Gradienten-basierten Verfahren zur automatisierten, Ersatzmodell-gestützten Optimierung unter Nebenbedingungen für CFD-FEM-Verdichterdesign. Master's thesis, 4. Juni 2012.
- [21] M. M. Hoque und N. Jakowski. A new global empirical NmF2 model for operational use in radio systems. 28 December 2011. RADIO SCIENCE, VOL. 46, RS6015, doi:10.1029/2011RS004807.
- [22] M. M. Hoque und N. Jakowski. A new global model for the ionospheric F2 peak height for radio wave propagation. 7 May 2012. Ann. Geophys., 30, 797-809, doi:10.5194/angeo-30-797-2012.
- [23] Makhangela Casey Mbambo. The variability of the peak height of the ionospheric F2 Layer over South Africa. Master's thesis, 2011.
- [24] N. Suard, J.M Azais, S. Gadat, D. Debailleux and E. Rifa. Assessment of an Ionosphere Storm Occurance Risk, 2011. European Navigation Conference.
- [25] National Oceanic and Atmospheric Administration. [www.noaa.gov/about-noaa.html](http://www.noaa.gov/about-noaa.html). [Online; Aufruf 01.03.2015].
- [26] Oliver Roick. Das Semi-Variogramm. [www.geogr.uni-jena.de/c5hema/gis\\_ws04/ha/roick.pdf](http://www.geogr.uni-jena.de/c5hema/gis_ws04/ha/roick.pdf), 2004. [Online; Aufruf 06.04.2015].

- 
- [27] Gerd W. Prölss. *Physik des erdnahen Weltraums; Zweite Auflage*. Springer Verlag, 2004.
- [28] Raül Orús Péres. *Contributions on the improvement, assessment and application of the Global Ionospheric VTEC Maps computed with GPS data*. PhD thesis, 2005.
- [29] Renard D., Bez N., Desassis N., Beucher H., Ors F., Laporte F. RGeostats: The Geostatistical package [v10.1.2]. [www.cg.ensmp.fr/rgeostats](http://www.cg.ensmp.fr/rgeostats). [Online; Aufruf 27.04.2015].
- [30] SAS Institute Inc. [support.sas.com/documentation/cdl/en/statug/63347/HTML/default/images/varGraphTheoretSemivar.png](http://support.sas.com/documentation/cdl/en/statug/63347/HTML/default/images/varGraphTheoretSemivar.png). [Online; Aufruf 01.05.2015].
- [31] Ionospheric Prediction Service. [www.ips.gov.au/](http://www.ips.gov.au/). [Online; Aufruf 01.03.2015].
- [32] Space Physics Interactive Data Resource. [spidr.ngdc.noaa.gov/spidr/](http://spidr.ngdc.noaa.gov/spidr/). [Online; Aufruf 01.03.2015].
- [33] Tatjana Gerzen, David Minkwitz, Stefan Schlueter. Comparing different assimilation techniques for the ionospheric F2 layer reconstruction. accepted: 14.07.2015.
- [34] Trevor C. Bailey and Anthony C. Gatrell. *Interactive spatial data analysis*, chapter 5.5.3 Theoretical Semivariogram Models, pages 87–91. [Online; Aufruf 05.04.2015].
- [35] Hans Wackernagel. *Multivariate Geostatistics An Introduction with Applications Third Edition*. Springer Verlag, 2003.

# Anhang A.

## Messstationen

ID	Ort	Land	$\varphi$	$\lambda$	hmF2	NmF2 [gerundet]
AS00Q	Ascension Is.	Great Britain	-7.95°	-14.4°	272,6 km	4,31644e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
AT138	Athens	Greece	38.0°	23.6°	204,0 km	5,61799e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
BC840	Boulder	USA	40.0°	-105.3°	273,7 km	1,47591e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
BP440	Beijing	China	40.0°	116.3°	— — —	1,69756e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
DB049	Dourbes	Belgium	50.1°	4.6°	211.6 km	6,33919e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
EB040	Del'ebre	Spain	40.8°	0.3°	203,3 km	6,33919e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
EG931	Eglin AFB	USA	30.4°	-86.7°	— — —	2,08444e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
FZA0M	Fortaleza	Brasil	-3.7°	-38.8°	— — —	3,32080e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
GM037	Gibilmanna	Italy	37.6°	14.0°	214,0 km	5,40144e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
HE13N	Hermanus	South Africa	-34.4°	19.2°	292,2 km	6,49619e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
IC437	Incheon	South Korea	37.1°	127.5°	224,0 km	1,37502e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
IR352	Irkutsk	Russia	52.5°	104.0°	221,6 km	2,14589e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
JJ433	Jeju	South Korea	33.4°	126.2°	229.0 km	2,68119e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
JR055	Juliusruh	Germany	54.6°	13.4°	— — —	7,06831e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
KJ609	Kwajalein	Republic of the Marshall Islands	9.0°	167.2°	245,0 km	2,62384e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
LV12P	Louisvale	South Africa	-28.5°	21.2°	264,3 km	6,47288e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
MA155	Moscow	Russia	55.5°	37.3°	236,0 km	5,56636e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
MHJ45	Millstone Hill	USA	42.6°	-71.5°	233,4 km	0,95488e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
MZ152	Miedzeszyn	Poland	52.2°	21.2°	219,0 km	5,90364e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
NO369	Norilsk	Russia	69.4°	88.1°	297,8 km	1,83799e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
PA836	Point Arguello	USA	34.7°	-120.5°	— — —	1,39159e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>

## Anhang A. Messstationen

## Anhang A. Messstationen

ID	Ort	Land	$\varphi$	$\lambda$	hmF2	NmF2 [gerundet]
PQ052	Pruhonic	Czech Republic	50.0°	14.6°	201,2 km	6,16311e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
RL052	Chilton	Great Britain	51.6°	-1.3°	194,1 km	4,50128e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
RO041	Rome	Italy	41.8°	12.5°	204,2 km	6,20690e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
SAA0K	Saoluis	Brasil	-2.5°	-44.2°	— — —	2,85696e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
SMJ67	Sondrestrom	Greenland	67.0°	-50.9°	— — —	2,68696e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
THJ77	Thule	Greenland	76,4°	-68,7°	351,7 km	1,88604e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
TR169	Tromso	Norway	69.7°	19.0°	240,6 km	1,98698e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>
WP937	Wallops	USA	37.9°	-75.5°	265,0 km	1,51900e11N <sub>e</sub> m <sup>-3</sup>

# Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere, die Masterarbeit selbstständig und lediglich unter Benutzung der angegebenen Quellen und Hilfsmittel verfasst zu haben.

Ich erkläre weiterhin, dass die vorliegende Masterarbeit noch nicht im Rahmen eines anderen Prüfungsverfahrens eingereicht wurde.

Ort, Datum

Unterschrift